2.3

① $y[n] = \frac{x[n]}{3} + 2x[n-1] - y[n-1]$

$\Rightarrow (Hx)[n] = \frac{1}{3}x[n] + 2x[n-1] - y[n-1]$ con $y[\cdot]$ la salida generada por $x[\cdot]$

ⓐ linealidad sea $y_1 = H\{x_1\}$ y $y_2 = H\{x_2\}$ cumplen:

$y_1[n] = \frac{1}{3}x_1[n] + 2x_1[n-1] - y_1[n-1]$

$y_2[n] = \frac{1}{3}x_2[n] + 2x_2[n-1] - y_2[n-1]$

para la entrada $x = ax_1 + bx_2 \Rightarrow$ define $y = H\{x\}$

$\Rightarrow y[n] = \frac{1}{3}(ax_1[n] + bx_2[n]) + 2(ax_1[n-1] + bx_2[n-1])$
$- y[n-1]$.

$\Rightarrow y^*[n] = ay_1[n] + 2x_1[n-1] - y_1[n-1]) +$
$b\left(\frac{1}{3}x_2[n] + 2x_2[n-1] - y_2[n-1]\right)$

$= \frac{1}{3}(ax_1[n] + bx_2[n]) + 2(ax_1[n-1] + bx_2[n-1])$

$-(ay_1[n-1] + by_2[n-1])$

$= \frac{1}{3}x[n] + 2x[n-1] - y^*[n-1]$

• con la misma ecuación de recurrencia y misma de reposo inicial $y^*[-1] = a\cdot 0 + b\cdot 0 = 0$

$\Rightarrow y^* = y \Rightarrow$ LINEAL

(B) INVARIANZA EN EL TIEMPO

→ $x_{sh}[n] = x[n-n_0]$ su salida $y_{sh} = H\{x_{sh}\}$

cumple $y_{sh}[n] = \frac{1}{3}[n-n_0] + 2x[n-n_0-1]$

Ahora toma la salida corrida $y'[n] = y[n-n_0]$

como y satisface.

$$y[m] = \frac{1}{3}x[m] + 2x[m-1] - y[m-1] \rightarrow m \to n - n_0$$

$$y'[n] = \frac{1}{3}x[n-n_0] + 2x[n-n_0-1] - y'[n-1].$$

misma ecuacion reposo $\Rightarrow y_{sh} = y' \Rightarrow$ TI.

(2) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2[k]$.

(a) linealidad : Homogeneidad para $\alpha \in \mathbb{R}$

$$H\{\alpha x\}[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} (\alpha x[k])^2$$

$$= \alpha^2 \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k] = \alpha^2 H\{x\}[n] \neq \alpha H\{x\}[n].$$

si $\alpha \neq 0, 1, -1$ falla homogeneidad $\Rightarrow$ No lineal

(B) invariama en el tiempo

$\Rightarrow x_{sh}[n] = x[n-n_0]$:

$$H\{x_{sh}\}[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k-n_0].$$

cambio de indice $p = k - n_0 \Rightarrow k = p + n_0$

$$H\{x_{sh}\}[n] = \sum_{p=-\infty}^{n-n_0} x^2[p] = H\{x\}[n-n_0]$$

• NO LINEAL NO TI

Powered by CamScanner

(3)

$y[n] = \text{median}(x[n])$ donde mediana sobre una ventana de tamaño 3

$\Rightarrow (\mathcal{H}x)[n] = \text{med}(x[n-1], x[n], x[n+1])$.

(a) linealidad $\Rightarrow$

$x_1 = [0,1,100] \Rightarrow \text{med}(x_1) = 1$.

$x_2 = [0,2,0] \Rightarrow \text{med}(x_2) = 1$

$x_1 + x_2 = [0,2,0] \Rightarrow \text{med}(x_1 + x_2) = 0$.

pero $\text{med}(x_1) + \text{med}(x_2) = 1+1 = 2 \neq 0$

• NO LINEAL.

(b) inversa en el tiempo.

si se desplaza la señal n_0 muestras, las ventanas se desplazan igual.

$H\{x(\cdot - n_0)\}[n] = \text{med}(x[n-1-n_0], x[n-n_0], x[n+1-n_0]) = (Hx)[n-n_0]$

$\boxed{\text{SI TI}}$.

(4). $y(t) = Ax(t) + B$, $A, B \in \mathbb{R}$.

(a) linealidad

• Aditividad: $H\{x_1 + x_2\} = A(x_1 + x_2) + B = Ax_1 + Ax_2$

$H(a+b)B$.

para que $H\{ax_1 + bx_2\} = aH\{x_1\} + bH\{x_2\}$.

para todo a, b debe cumplirse $(a+b)B$ para todo $a, b \Rightarrow B = 0$

si $B = 0$: $H\{x\} = Ax \Rightarrow$ lineal

si $B \neq 0$: No lineal

(B) Invarianza en el tiempo.

para cualquier to :

$$H\{x(t-t_0)\} = A\,x(t-t_0) + B = (A\,x(t) + B)\Big|_{t \to t-t_0}$$

$$= y(t-t_0)$$

$\boxed{\text{SI} \quad \text{TI}}$

Powered by CamScanner