EJERCICIOS CUADERNO COLAB RESPUESTA IMPULSO

- Comprueba la solución $h(t)$ de la EDO cuando $x(t) = \delta(t)$ teniendo en cuenta que $\frac{d}{dt}\epsilon(t) = \delta(t)$

$\dot{h}(t) + h(t) = \delta(t)$, con $h(t) = 0$ para $t<0$

$\Rightarrow h(t) = e^{-t} u(t)$

$\Rightarrow h(t) = A e^{-t} u(t)$

derivada usando la propiedad $\frac{d}{dt} u(t) = \delta(t)$

$$\dot{h}(t) = \frac{d}{dt}[A e^{-t} u(t)]$$

$$= A(-e^{-t}) u(t) + A e^{-t} \delta(t)$$

sustituyo en la EDO

$$\dot{h}(t) + h(t) = [-A e^{-t} u(t) + A e^{-t} \delta(t)] + A e^{-t} u(t)$$

$$= A e^{-t} \delta(t)$$

Evaluamos en $t=0$.

En $t=0$ $e^{-t} = 1$

$\Rightarrow$ se debe cumplir

$\dot{h}(t) + h(t) = \delta(t) \Rightarrow A e^{-t} \delta(t) = \delta(t)$

$\Rightarrow A = 1$

$\Rightarrow \boxed{h(t) = e^{-t} u(t)}$

- Comprobar la solución de la integral de convolución de manera manual. Tener en cuenta las funciones Heaviside.

$\Rightarrow$ tenemos que la entrada: $x(t) = e^{-2t} u(t)$

Respuesta impulso: $h(t) = e^{-t} u(t)$.

convolución $(x*h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$

se escribe como Heaviside

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-2\tau} u(\tau)] [e^{-(t-\tau)} u(t-\tau)] \, d\tau.$$

$\Rightarrow u(\tau)\,u(t-\tau) =$ • $u(\tau) = 1 \Leftrightarrow \tau \geq 0$.

• $u(t-\tau) = 1 \Leftrightarrow \tau \leq t$

por lo tanto la integración es:

si $t<0$: intervalo $[0,t]$ esta vacio $\rightarrow y(t) = 0$.

si $t \geq 0$: intervalo $\tau \in [0,t]$.

ahora integro para $t \geq 0$.

$$y(t) = \int_0^t e^{-2\tau} e^{-(t-\tau)} d\tau = \int_0^t e^{-t} e^{-\tau} d\tau = e^{-t} \int_0^t e^{-\tau} d\tau.$$

$$= e^{-t}\left[-e^{-\tau}\right]_0^t = e^{-t}(1-e^{-t}) = e^{-t} - e^{-2t}.$$

$$\Rightarrow y(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\,u(t).$$

para $t<0$: $u(t)=0 \rightarrow y(t)=0$.

para $t \geq 0$ coincide con la integral.