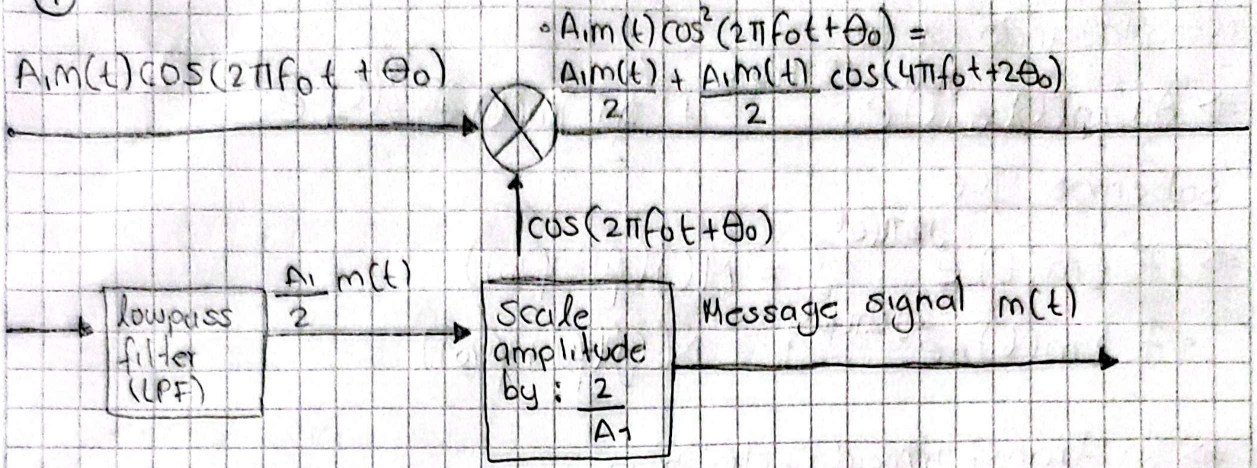
DD MM AA

PARCIAL 2 SYS. • Marlyn Nathalia Mora Riascos

1



1 la señal que llega al receptor

- $m(t)$ = mensaje (en este caso es el audio)
- f_c = frecuencia de la portadora
- A_1 = ganancia
- θ_0 = desfase introducido por el canal

- $x_0(t) = A_1 m(t)\cos(2\pi f_c t + \theta_0)$

- Ahora encuentro el espectro de fourier en esta etapa $= X_0(\omega_c)$

$\Rightarrow \omega_c = 2\pi f_c$

$\Rightarrow x_0(t) = A_1 m(t)\cos(\omega_c t + \theta_0)$

$\Rightarrow$ Definición de la transformada.

$$X(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t}\, dt$$

- coseno en forma exponencial. $= \cos(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$

$= \alpha = \omega_c t + \theta_0$

$$\Rightarrow \cos(\omega_c t + \theta_0) = \frac{1}{2}\left(e^{j(\omega_c t+\theta_0)} + e^{-j(\omega_c t + \theta_0)}\right)$$

$\Rightarrow$ Expando y reemplazo

$$x_0(t) = A_1 m(t)\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(e^{j\theta_0} e^{j\omega_c t} + e^{-j\theta_0} e^{-j\omega_c t}\right)$$

$$= \frac{A_1}{2} m(t) e^{j\theta_0} e^{j\omega ct} + \frac{A_1}{2} m(t) e^{-j\theta_0} + e^{-j\omega ct}$$

reemplazando a fo

$$\Rightarrow \frac{A_1}{2} m(t) e^{j\theta_0} e^{j2\pi f_0 t} + \frac{A_1}{2} m(t) e^{-j\theta_0} + e^{-j2\pi f_0 t}$$

sabemos que

$$\Rightarrow \cdot F\{m(t).e^{j2\pi f_0 t}\} = M(j(f-f_0))$$

$$\cdot F\{m(t).e^{-j2\pi f_0 t}\} = M(j(f+f_0))$$

$\Rightarrow$ la transformada de x_{01}

$$= F\left\{\frac{A_1}{2} m(t) e^{j\theta_0} e^{j\omega ct}\right\}$$

$$\Rightarrow X_{01} = \frac{A_1}{2} e^{j\theta_0} \cdot M(j(f-f_0))$$

$$X_{02} = \frac{A_1}{2} e^{-j\theta_0} \cdot M(j(f+f_0))$$

$\Rightarrow$ sumamos las transformadas.

$$X_0 = \frac{A_1}{2} e^{j\theta_0} M(j(f-f_0)) + \frac{A_1}{2} e^{-j\theta_0} M(j(f+f_0))$$

como $\theta_0 = 0$.

$$\Rightarrow e^{j\theta_0} = 1 \; ; \; e^{-j\theta_0} = 1$$

$$\Rightarrow X_0(j\omega) = \frac{A_1}{2} M(j(f-f_0)) + \frac{A_1}{2} M(j(f+f_0))$$

$$\boxed{X_0(j\omega) = \frac{A_1}{2}\left[M(j(f-f_0)) + M(j(f+f_0))\right]}$$

la ecuacion nos dice que el espectro de la señal recibida esta conformada por dos copias del espectro del mensaje una centrada en $+f_0$ y la otra en $-f_0$ y cada una escalada por $\frac{A_1}{2}$.

• ETAPA 2 : salida del mezclador

• la señal que entra se multiplica por la entrada de abajo del mezclador $\cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$

entonces obtenemos que:

$$\Rightarrow A_1 m(t) \cos^2(2\pi f_0 + \theta_0) = \underbrace{\frac{A_1 m(t)}{2}}_{\text{• bajas frecuencias}} + \underbrace{\frac{A_1 m(t)}{2} \cos(4\pi f_0 t + 2\theta_0)}_{\text{• Es otra señal modulada, ahora con portadora } 2f_0 \ (2\pi(2f_0 t)}$$

• Encuentro el espectro de fourier para ambas partes:

$$\star \frac{A_1 m(t)}{2} = F\left\{\frac{A_1}{2} m(t)\right\} = \boxed{\frac{A_1}{2} M(f)} \text{ transformadas.}$$

$\star$ para: $\frac{A_1 m(t)}{2} \cos(4\pi f_0 t + 2\theta_0)$

$$\Rightarrow \cos(4\pi f_0 t + 2\emptyset_0) = \frac{1}{2}\left(e^{j(4\pi f_0 t)} + e^{-j(4\pi f_0 t)}\right)$$

sabemos que $\emptyset_0 = 0 \Rightarrow 2(0) = 0$

$$\Rightarrow \frac{A_1 m(t)}{4} \cdot \left(e^{j4\pi f_0 t} + e^{-j(4\pi f_0 t)}\right)$$

$$\boxed{\frac{A_1}{4} m(t) \cdot e^{j4\pi f_0 t} + \frac{A_1}{4} e^{-j4\pi f_0 t}} \qquad = 4\pi f_0 t = 2\pi \cdot 2 f_0 t$$

$$\left.\begin{aligned} &\bullet \frac{A_1}{4}\left(F\{m(t) \cdot e^{j2\pi \cdot 2 f_0 t}\right) = \frac{A_1}{4} M(j(f - 2f_0)) \\ &\bullet \frac{A_1}{4}\left(F\{m(t)\, e^{-j2\pi \cdot 2 f_0 t}\right) = \frac{A_1}{4} M(j(f + 2f_0)) \end{aligned}\right\} \text{Transformadas}$$

uniendo las transformadas. El espectro de fourier es:

$$\boxed{X_1(f) = \frac{A_1}{2} M(f) + \frac{A_1}{4} M(f-2f_0) + \frac{A_1}{4} M(f+2f_0)}$$

- $\frac{A_1}{2} M(f)$ es una copia del mensaje original al rededor de $f=0$, esta es la parte que se quiere conservar
- $\frac{A_1}{4} M(f-2f_0)$ es una copia del mensaje centrada en $+2f_0$
- $\frac{A_1}{4} M(f+2f_0)$ es una copia del mensaje centrada en $-2f_0$

- **ETAPA 3:** filtro pasabajas: Aquí se filtra por lo tanto multiplicamos $X_1(f) \cdot H_{LFP}(f)$.

$$H_{LPF}(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq B_c \\ 0, & |f| > B_c \end{cases}$$

lo que quiere decir que B es el ancho de Banda.

$B_{mensaje} < B_c < 2f_0 - B_{mensaje}$

$\Rightarrow$ como $H_{LPF}(f) = 1$ en la zona cercana a cero pasa únicamente $\frac{A_1}{2} \cdot M(f)$ y los otros términos centrados en $\pm 2f_0$ se hacen 0.

- ahora encuentro el espectro de fourier

$$\frac{A_1}{2} \mathcal{F}\{m(t)\} = \boxed{\frac{A_1}{2} M(f)} = X_2(f)$$

$$\Rightarrow x_2(t) = \frac{A_1}{2} m(t).$$

ETAPA 4: Escalamiento de amplitud

En esta etapa se multiplica la señal $x_2(t)$ por una constante $= \frac{2}{A_1}$

$$\Rightarrow x_3(t) = \left(\frac{\cancel{A_1}}{\cancel{2}} m(t)\right) \cdot \left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{A_1}}\right) = m(t)$$

$\Rightarrow$ la transformada de fourier de $m(t)$

$$X_3(f) = \mathcal{F}\{m(t)\} = \boxed{M(f)}$$

por lo tanto se concluye que el espectro final igual al espectro del mensaje original.-