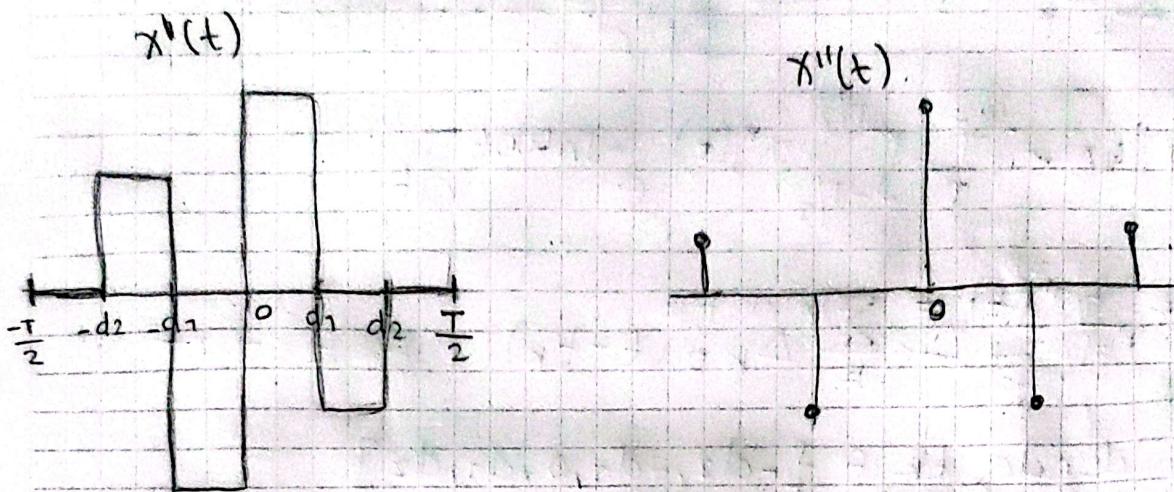


corrección parcial

- ④ En la solución del parcial en este punto 4 al comienzo había calculado primero el valor de c_n en $x(t)$, luego en $x''(t)$ aquí lo mostrare con las graficas y calculando la magnitud y la fase ya que anteriormente no lo había echo.



Tenemos que

$$m_1 = \frac{A}{d_2 - d_1} \quad m_2 = -\frac{A}{d_1} \quad m_3 = \frac{A}{d_1} \quad m_4 = -\frac{A}{d_2 - d_1}$$

$$\Rightarrow \Delta = m_2 - m_1.$$

$$\Rightarrow c_n t = -d_2 \xrightarrow{m_1=0} \frac{A}{d_2 - d_1} \rightarrow \Delta = \frac{A}{d_2 - d_1}$$

$$\text{en } t = -d_1 \xrightarrow{m_2=m_1} \frac{A}{d_2 - d_1} - \left(-\frac{A}{d_1}\right) = -\left(\frac{A}{d_1} + \frac{A}{d_2 - d_1}\right)$$

$$\text{en } t = 0 \xrightarrow{m_3=m_2} \left(\frac{A}{d_1}\right) - \left(-\frac{A}{d_1}\right) = \frac{A}{d_1} + \frac{A}{d_1} = 2\frac{A}{d_1}$$

$$\text{en } t = d_1 \xrightarrow{m_4=m_3} \left(\frac{-A}{d_2 - d_1}\right) - \left(\frac{A}{d_1}\right) - \left(\frac{A}{d_2 - d_1} + \frac{A}{d_2}\right)$$

$$\text{en } t = d_2 \xrightarrow{0=m_4} 0 - \left(-\frac{A}{d_2 - d_1}\right) = \frac{A}{d_2 - d_1}$$

\Rightarrow en un periodo $\rightarrow T/2$ no hay salto porque

$$x''(t) = \Delta - d_2 \delta(t+d_2) + \Delta - d_1 \delta(t+d_1) + \Delta_0 \delta(t) + \\ \Delta d_1 \delta(t-d_1) + \Delta d_2 \delta(t-d_2) \text{ se repite cada } T.$$

$$\Rightarrow \sum_k \Delta_k = 0.$$

$$\bullet x''(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x''(t) e^{-jn\omega_0 t} dt.$$

$$\Rightarrow x''(t) = \sum_k \Delta_k \delta(t-t_k)$$

en donde $t_k \in \{-d_2, -d_1, 0, d_1, d_2\}$.

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left(\sum_k \Delta_k \delta(t-t_k) \right) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \sum_k \Delta_k e^{-jn\omega_0 t_k} dt$$

usando paridad. (pares $\pm d_2, \pm d_1 = \cos$)

$$\Delta d_2 = \frac{A}{d_2-d_1}, \quad \Delta d_1 = -\left(\frac{A}{d_1} + \frac{A}{d_2-d_1}\right), \quad \Delta_0 = \frac{2A}{d_1}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \sum_k \Delta_k e^{-jn\omega_0 t_k}$$

\Rightarrow para $\pm d_1, \pm d_2$

$$e^{-jn\omega_0(a)} + e^{-jn\omega_0(-a)} = 2 \cos(n\omega_0 a)$$

$$t_0 = 0 \quad e^{-jn\omega_0 t_0} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} [2\Delta_{d_2} \cos(n\omega_0 d_2) + 2\Delta_{d_1} \cos(n\omega_0 d_1) + D_0]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \left[2 \left(\frac{A}{d_2-d_1} \right) \cos(n\omega_0 d_2) + 2 \left(\frac{A}{d_1} - \frac{A}{d_2-d_1} \right) \cos(n\omega_0 d_1) \right.$$

$$\left. + \frac{2A}{d_1} \right]$$

$$= \frac{A}{T} \left[\frac{2 \cos(n\omega_0 d_2)}{d_2-d_1} + 2 \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2-d_1} \right) \cos(n\omega_0 d_1) + \frac{2}{d_1} \right]$$

Propiedad de diferenciación

$$x''(t) \Rightarrow d_n = (jn\omega_0)^2 c_n = -(n^2 \omega_0^2) c_n$$

$$\Rightarrow c_n = \frac{d_n}{n^2 \omega_0^2} \quad n \neq 0$$

$$\Rightarrow c_n = \frac{2A}{Tn^2 \omega_0^2} \left[\frac{\cos(n\omega_0 d_2)}{d_2-d_1} + \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2-d_1} \right) \cos(n\omega_0 d_1) - \frac{1}{d_1} \right]$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2A}{Tn^2 \omega_0^2} = \frac{2A}{Tn^2} \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} = -\frac{AT}{2\pi^2 n^2}$$

$$\Rightarrow c_n = \frac{AT}{2\pi^2 n^2} \left[\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2-d_1} \right) \cos(n\omega_0 d_1) - \frac{\cos(n\omega_0 d_2) - 1}{d_2-d_1} \right]$$

$$n \neq 0$$

Así comprobamos que el espectro obtenido con $x(t) = x''(t)$ ya que en el parcial enviado se presenta una parte de esta demostración y no se concluye

Ahora calculo la magnitud

$$|c_n| = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{c_n\} + \operatorname{Im}\{c_n\}^2}$$

como estoy trabajando con la simetría
 $\Rightarrow \operatorname{Im} = 0$

$$|c_n| = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{c_n\}} \text{ para } n \neq 0$$

$$|c_n| = |\operatorname{Re}\{c_n\}| = \frac{AT}{2\pi^2 n^2} \left(\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2-d_1} \right) \cos(n\omega_0 d_1) - \cos(n\omega_0 d_2) - \frac{1}{d_1} \right)$$

$$\text{para } n=0$$

$$|c_0| = \frac{Ad_2}{T}$$

Fase: $n=0 \angle c_0 = 0$

• corrección punto 2 parcial

$$f_s = 5000 \text{ Hz}$$

$$x(t) = 3 \cos(1000\pi t) + 5 \sin(3000\pi t) + 10 \cos(11000\pi t)$$

Frecuencias:

$$f_1 \Rightarrow 2\pi f_1 t = 1000\pi t$$

$$f_1 \Rightarrow \frac{1000\pi t}{2\pi} = 500 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_1} \Rightarrow \frac{2\pi}{1000\pi} = \frac{1}{500}$$

$$f_2 \Rightarrow \frac{3000\pi}{2\pi} = 1500 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{1500}$$

$$f_3 \Rightarrow \frac{11000\pi}{2\pi} = 5500 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{5500}$$

$f_3 = f_{\max} \Rightarrow$ presenta aliasing dado que

$$f_s > 2f_{\max} \Rightarrow (5000 > 11000 \text{ Falso})$$

compruebo:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1/500}{1/1500} \in \mathbb{Q}, \text{(pertenece a los racionales)}$$

$$\frac{w_1}{w_3} = \frac{1/500}{1/5500} \in \mathbb{Q} \quad \Rightarrow x(t) \text{ es periódica}$$

$$\frac{w_2}{w_3} = \frac{1/1500}{1/5500} \in \mathbb{Q}$$

$$\Rightarrow T = mT_1 = nT_2 = pT_3 = \text{lcm}(T_1, T_2, T_3)$$

$$\Rightarrow \left(T = m \frac{1}{500} = n \frac{1}{1500} = p \frac{1}{5500} \right)$$

$$5500T = m \frac{5500}{500} = n \frac{5500}{1500} = p \frac{5500}{5500}$$

$$\Rightarrow 5500T = m \cdot 11 = n \cdot \frac{11}{3} = p$$

$$16500T = (33m = 11n = 3p)$$

$$\text{lcm} = (33, 11, 3) = 33$$

$$\Rightarrow 16500T = 33 \Rightarrow T = \frac{33}{16500} = \frac{1}{500} \text{ s}$$

como me piden 3 periodos

$$\Rightarrow 3T = 3 \cdot \frac{1}{500} \Rightarrow 0,006 \text{ seg}$$

$$N = F_s \cdot 3T \Rightarrow 5000 \cdot 0,006 = 30 \text{ muestras}$$

$$\Rightarrow x[n] = [n \cdot 0,006]$$

3000.

• para determinar $x(n)$ con aliasing.

$$t \rightarrow n$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5000} = 0,0002$$

$$x[n] = x[nT]$$

$$3 \cos(1000\pi(nT)) + 5 \sin(3000\pi(nT)) + 10 \cos(11000\pi(nT))$$

$$\text{reemplazo } nT \Rightarrow 0,0002$$

$$[3 \cos(0,2\pi n) + 5(0,6\pi n) + 10 \cos(2,2\pi n)]$$

$$(3 \cos(0,2\pi n) + 5(0,6\pi n) + 10 \cos(2,2\pi n))m = 3 \cos(0,2\pi m) + 5(0,6\pi m) + 10 \cos(2,2\pi m)$$

$$0,0022 = 0,0022n = 0,0022m = 0,0022$$

$$0,0022 = 0,0022n = 0,0022m = 0,0022$$

$$0,0022 = 0,0022n = 0,0022m = 0,0022$$

$$(75 - 50) = m \cdot 2 = 25 \Rightarrow m = 12,5$$

$$0,0022 = 0,0022n = 0,0022m = 0,0022$$

$$0,0022 = 0,0022n = 0,0022m = 0,0022$$