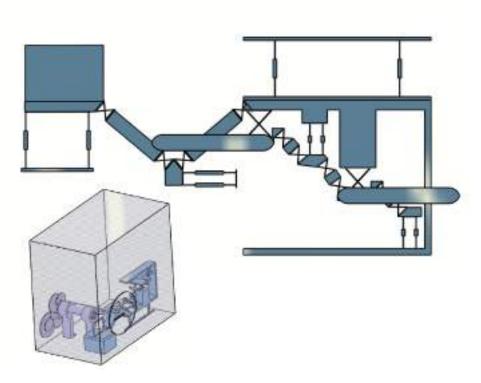


ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Projet de Conception de Mécanismes BALANCED-ISOSPRING

Oscillateur à deux degrés de liberté isotrope et insensible aux accélérations linéaires et angulaires pour base de temps de pendulette mécanique



Auteurs:

Marianne CIVIT-ARDEOL

Alexandre Macher

Charlotte Mantileri

Marine MOUTARLIER

Lucie Reynaud

Section: MICROTECHNIQUE

 $Groupe: n^{\circ} 12$

Professeur:

Simon Henein

23 mai 2022

Table des matières

1	Inti	roduction	1
2	Pri	ncipe de fonctionnement	Ş
	2.1	Explications du principe de fonctionnement	3
		2.1.1 Architecture générale de la pendulette	;
		2.1.2 Principe de l'oscillateur	4
		2.1.3 Principe de l'équilibrage en force et en moment	4
	2.2	Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales	8
	2.3	Calcul de la mobilité selon la méthode de Grubler et discussion des éventuels hyperstatismes	ç
	2.4	Implémentation de la cinématique de l'oscillateur en guidages flexibles	10
	2.5	Discussion qualitative de l'isotropie de rigidité et de l'isotropie de masse	14
	2.6	Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue \dots	19
3	Din	nensionnement du mécanisme	20
4	Cor	nstruction	26
	4.1	Argumenter les choix faits pour la construction	26
	4.2	Argumenter les choix des matériaux	26
5	Cor	nclusion	30
6	Anı	nexes	32
	6.1	Schéma des dénominations utilisées	32
	6.2	Dessin de construction de la pendulette avec liste de toutes les pièces	34
	6.3	Dessin de détail de la manivelle	37
	6.4	Squelette de la pendulette	48
	6.5	Propriétés de l'Acier Bölher K 190 et du Bronze Pfinodal $CN8_{TM04}$	51
	6.6	Vues supplémentaires du mécanisme en cinématique flexible réalisé à l'aide d'un logiciel de CAO	52

Introduction

Le projet de conception de mécanismes de ce 2ème semestre 2022 concerne la conception d'un oscillateur dédié à des pendulettes de voyage pouvant être transportées sans perte importante de précision chronométrique. Il s'agit d'un oscillateur à deux degrés de liberté isotrope et insensible aux accélérations linéaires et angulaires.

La conception de la pendulette doit répondre à un cahier des charges précis (présenté page suivante). Les réponses apportées à ces spécifications sont évaluées dans la partie conclusion. La réalisation d'un mécanisme satisfaisant les conditions des oscillateurs isospring et également équilibré en force et en moment fait apparaître certains points clés et problèmes à résoudre.

Notre réflexion sera présentée autour de 5 grandes parties développées dans ce rapport : nous présenterons dans un premier temps le principe de fonctionnement de notre mécanisme, notamment en expliquant l'architecture, l'équilibrage en force et en moment et la cinématique idéale et flexible. La partie suivante sur le dimensionnement du mécanisme définira précisement la fréquence de l'oscillateur, le couple transmis ainsi que la puissance dissipée. Ensuite, la partie construction définira précisément le choix des matériaux, les types d'usinage et autres choix de conception. Nous terminerons par une conclusion afin d'apporter un regard critique sur notre projet. Les annexes contiendront entre autres un inventaire des dessins illustrant au mieux notre système et la manivelle dans le moindre détail.

Nous avons retenu du cahier des charges les principales spécifications suivantes :

Cahier de charges	Spécifications retenues				
Force de rappel élastique linéaire et isotrope	$F = -k \cdot r$				
Centre de force indépendant	Pour $r = 0$ on doit avoir $F = 0$ quelque soit θ				
Masse en orbite	Doit se comporter comme une masse ponctuelle				
Masse réduite constante	m_r indépendante de r et θ				
Insensible à l'amplitude et à la direction de la gravité	Mécanisme se comportant pareil peut importe l'orientation donnée				
Insensible aux accélérations en translation	Possibilité de translater le mécanisme sans perturbations				
Insensible aux accélérations en rotation	Accélération pouvant aller jusqu'à $100rad/s^2$				
Barillet imposé	Diamètre extérieur, hauteur, nombre de dents, couple de désarmage, module de 0.41 mm/dent				
Facteur de qualité de l'oscillateur	Q = 900				
Rendement de la transmission manivelle- oscillateur	$\eta_m = 60\%$				
Rendement de chaque étage de transmission par engrenages	$\eta_e = 98\%$				
Fréquence de l'oscillateur	$1Hz \le f \le 15Hz$				
Rayon des orbites de l'oscillateur	$0,3mm \le r \le 4mm$				
Réserve de marche	$H \ge 8$ jours				
Encombrement maximum	$70x70x140mm^3$				
Durée de vie du mécanisme	supérieure à 50 ans				
Température de fonctionnement	$T_{fonc} = 20 \pm 10^{\circ} \text{C}$				
Prix de fabrication	$P \le 7000\text{CHF}$				

Table 1.1 – Tableau récapitulatif du cahier des charges

Principe de fonctionnement

2.1 Explications du principe de fonctionnement

2.1.1 Architecture générale de la pendulette

Dans le cadre de ce projet, nous disposons d'un cahier des charges pour la conception d'une pendulette de voyage. Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur le mouvement oscillatoire qu'elle nécessite et avons développé un mécanisme ayant deux degrés de liberté explicité en section 2.1.2. Ensuite, nous avons trouvé des méthodes afin d'équilibrer en force et en moment notre système et respecter le fait d'avoir un centre de masse constant nous permettant de pouvoir secouer notre mécanisme sans perturbations. Finalement, nous avons essayé de modéliser les éléments constitutifs afin de respecter les contraintes de dimensionnement. C'est donc à partir de tous ces éléments que nous avons réussi à concevoir l'architecture générale de notre pendulette. Voici l'architecture du mécanisme entier réalisé à l'aide d'un logiciel CAO (voir annexe 6.4 pour plus de détails) :

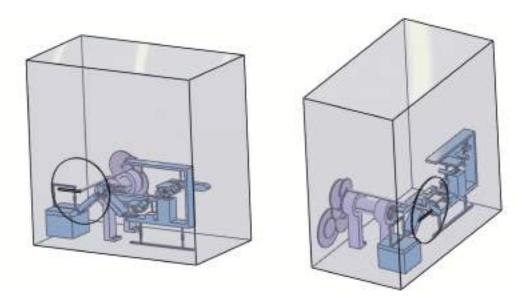


FIGURE 2.1 – Architecture générale de la pendulette

2.1.2 Principe de l'oscillateur

Afin de pouvoir effectuer le mouvement elliptique désiré en sortie nous avons donc conçu un oscillateur à deux degrés de liberté. Avant d'établir notre choix final, nous avons réfléchi à de nombreuses façons d'obtenir la sortie désirée. C'est l'oscillateur du mécanisme qui va permettre d'effectuer un mouvement continu et de ne pas avoir de pertes dues à l'échappement présent dans les montres que nous connaissons habituellement. Il joue donc un rôle très important, c'est pour cela que nous avons pris le temps de bien réfléchir lors de sa conception. Le nombre d'options était vaste, et après réflexion, nous avons décidé de concevoir un oscillateur contenant un degré de liberté en translation et un degré de liberté en rotation.

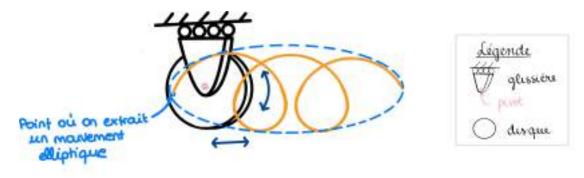


FIGURE 2.2 – Schéma montrant le mouvement de base de notre oscillateur avec deux degrés de liberté

La combinaison de ces deux mouvements nous permet d'obtenir facilement la sortie désirée car un disque qui tourne sur lui-même peut aussi avancer s'il est placé sur une glissière (voir figure 2.2). Nous ne devons donc pas ajouter d'éléments rigides qui combineraient deux mouvements indépendants et qui devraient être mis ensemble. Le point de sortie du mouvement (là où sera fixée la manivelle) est directement sur le coté du disque. En effet, nous avons fait ce choix-là car si la sortie était sur l'axe de rotation, nous n'observerions pas de mouvement de rotation dans le plan. C'est l'un des avantages du mécanisme, les deux mouvements se trouvent sur le même plan ce qui simplifie l'extraction du mouvement et rend l'oscillateur d'autant plus attractif si nous souhaitions le placer sur une montre étant donné que l'espace est restreint.

2.1.3 Principe de l'équilibrage en force et en moment

Dans le but de correspondre à une application pour une pendulette de voyage, il est nécessaire que notre mécanisme puisse être déplacé sans modifier l'heure indiquée ou rendre la montre inutilisable. C'est pour cette raison que nous avons mis en avant des méthodes permettant à l'oscillateur d'être insensible à la gravité et aux accélerations.

Pour faire cela deux équilibrages sont indispensables : un équilibrage en force qui permettra à l'oscillateur de continuer sa course peu importe la façon dont il est orienté, et un équilibrage en moment lui permettant de ne pas être affecté par d'éventuels mouvements de rotation.

Equilibrage en force Pour l'équilibrage en force de notre mécanisme, nous nous sommes assurés que tout mouvement de translation dans une direction engendre un mouvement complémentaire dans la direction opposée. Cela permet de garder le centre de gravité du mécanisme constant et donc de rendre l'oscillateur insensible à la force gravitationnelle. De plus, nous nous sommes permis de négliger le mouvement du

bloc 2 (voir schéma 2.3) qui effectue un mouvement vers le haut dans l'axe des y. En effet, sa masse étant très petite ($m_2 = 0,72g \le 1g$) devant celle des autres blocs (qui eux, effectuent un mouvement dans l'axe des x) nous avons décidé de la négliger. Cela nous a permis de réduire l'encombrement total du mécanisme puisque nous avons dû choisir des petites dimensions pour le bloc 2.

Dans le schéma ci-dessous, nous pouvons observer la première méthode que nous avons utilisé pour faire bouger deux blocs simultanément dans une direction opposée.

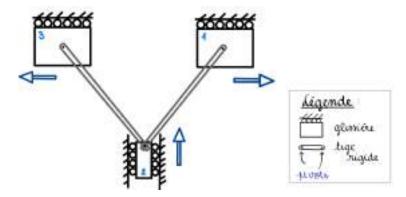


FIGURE 2.3 – Schéma montrant l'équilibrage en force du mécanisme

En effet, lorsque le bloc 1 se déplace vers la droite, il va entraîner la glissière du bloc 2 vers le haut à l'aide du mouvement des pivots situés au bout des tiges rigides. Cette dernière aura ensuite un effet sur le bloc 3 car le mouvement du bloc 2 entraîne le mouvement de la tige rigide qui relie le bloc 2 au bloc 3. Enfin, le mouvement de la tige rigide entraîne le mouvement du pivot situé à l'extrémité de la tige rigide, sur le bloc 3. Ainsi, le bloc 3 sera obligé de se déplacer vers la gauche. Ce dessin représente une version simplifiée de notre mécanisme, en effet, le bloc de droite est beaucoup plus grand en réalité. Dans le but de garantir un bon fonctionnement nous nous sommes assurés que le bloc de gauche aie une masse équivalente au bloc de droite. Cette méthode permet donc de garder le centre de masse du système total au même point.

La deuxième méthode que nous avons utilisée se base sur le concept d'une bielle-manivelle et est utile dans notre cas car nous avons un mouvement de rotation d'un disque. Celui-ci peut être transformé en un mouvement de translation dans deux directions opposées en fonction de quel coté du disque nous sommes. Voici un schéma simplifié explicatif:

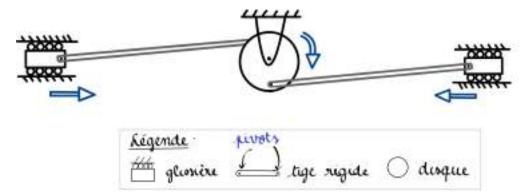


FIGURE 2.4 – Schéma simplifié montrant l'équilibrage en force du mécanisme avec une rotation

Nous pouvons voir que lorsque la glissière de gauche se déplace vers la droite, elle va entraîner une rotation du disque par le biais de la tige qui les relie entre eux. La rotation du disque va elle-même entraîner l'autre glissière vers la gauche, exactement par le même biais des tiges rigides qui les relient. Une fois de plus, tous ces mouvements sont possibles grâce au fait que toutes les liaisons sont des liaisons pivots. Il ne faut pas oublier que ce schéma représente bien une version simplifiée de notre mécanisme afin de mettre en avant l'aspect "équilibrage de forces". En réalité, le disque est lui-même placé sur une glissière et il est attaché de façon à ce qu'il puisse tourner entièrement sans rentrer en contact avec les deux tiges rigides.

Equilibrage en moment Notre mécanisme contient des disques en rotation et est donc très sensible aux accélérations angulaires. Afin d'éviter cela nous avons utilisé le même concept que pour l'équilibrage en force : créer un mouvement opposé de même amplitude. La méthode que nous avons utilisée reprend l'idée de la bielle manivelle. Cette fois, nous avons deux disques et une seule glissière au milieu :

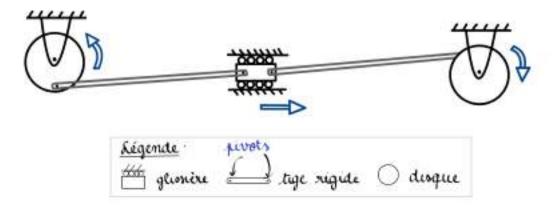
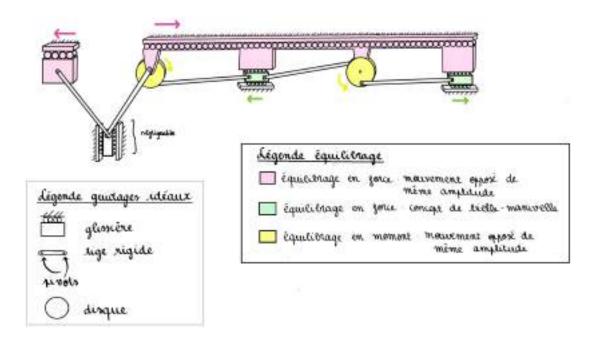


FIGURE 2.5 – Schéma simplifié montrant l'équilibrage en moment du mécanisme

En effet, lorsque le disque de droite tourne en sens horaire (comme sur le schéma 2.5), il va tirer la glissière vers la droite qui va faire tourner l'autre disque en sens anti-horaire. Une nouvelle fois, tous ces mouvements sont possibles grâce au fait que toutes les liaisons sont des liaisons pivots et que les disques sont reliés à la glissière par le biais de tiges rigides. L'équilibrage en moment est donc réussi, le système peut être secoué et bougé dans toutes les directions sans perturber son mouvement oscillatoire.

Pour résumer l'équilibre en force et en moment du mécanisme, nous avons réalisé un schéma (voir schéma 2.6) dans lequel nous avons représenté de la même couleur les éléments qui se compensent et qui permettent l'équilibrage.



 ${\tt Figure} \ \ 2.6 - Sch\'ema \ montrant \ l'\'equilibrage \ total \ du \ m\'ecanisme$

2.2 Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales

Pour réaliser l'idée du mécanisme que nous avions en tête, nous avons du choisir les articulations idéales qui permettraient au mécanisme de fonctionner.

Tout d'abord, comme expliqué plus haut, l'idée de base du mécanisme est d'avoir un mouvement en translation et un mouvement en rotation. Premièrement, le choix des disques nous a paru évident pour avoir un mouvement de rotation dans le même plan que le mouvement de translation. En effet, un disque effectue par lui-même un mouvement circulaire lorsqu'il est entraîné et c'est exactement ce dont nous avions besoin pour permettre le mouvement de rotation. Ensuite, pour réaliser le mouvement de translation il a fallu réfléchir à une articulation mobile par rapport à un bloc, c'est de là que nous ait venu l'idée d'utiliser des glissières. Le choix des tiges rigides pour relier les disques et les glissières s'est donc imposé tout naturellement. Enfin, le bâti est relié à un bloc qui est mobile grâce à une glissière située entre le bâti et le bloc, cela permet au mécanisme de pouvoir translater entièrement.

Analysons son mouvement:

L'utilisation de glissières permet à notre mécanisme de se déplacer horizontalement, de droite à gauche ; c'est notre premier degré de liberté.

En effet, lorsque tout le bloc mobile 2 se déplace vers la droite, un mécanisme d'inversion détaillé plus loin va permettre de déplacer le bloc mobile 1 dans la direction opposée.

Ensuite, nous utilisons deux disques qui nous permettent d'avoir un mouvement de rotation dans le même plan que celui de translation. Lorsque le disque de gauche se met à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, son mouvement est récupéré par un système ressemblant à une bielle-manivelle et fait donc bouger la glissière verte (située entre les deux disques) horizontalement. Cette dernière va se déplacer et entraîner un mouvement circulaire du deuxième disque dans le sens opposé.

Finalement, et afin de garantir un système équilibré, nous avons ajouté une autre glissière qui va être entraînée dans la direction opposée à la première grâce à l'emplacement stratégique des tiges rigides.

Même si la rotation induit un mouvement de translation "interne" (les petites glissières vertes qui se déplacent), elle a l'avantage d'être indépendante de la translation "externe" du gros bloc mobile 2. Il est donc tout à fait possible de mettre en rotation les disques sans perturber le premier mouvement du gros bloc décrit ci-dessus. Cela nous permet d'avoir nos deux degrés de liberté si nous posons la sortie sur le coté d'un des disques.

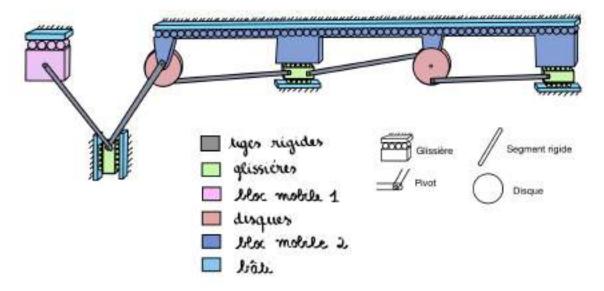


FIGURE 2.7 – Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales

2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grubler et discussion des éventuels hyperstatismes

Tout d'abord, procédons au calcul du nombre de segments n. Chacun étant représenté par une couleur (voir la légende du schéma 2.7). Notre mécanisme possède :

- 5 tiges rigides
- 3 glissières
- 2 disques
- 3 blocs :
 - le bâti
 - 2 blocs mobiles distincts

Nous obtenons n = 5 + 3 + 2 + 3 = 13.

Ensuite, procédons au calcul du nombre d'articulations k:

Notre mécanisme comporte 12 pivots et 5 glissières soit k = 12 + 5 = 17.

Nous pouvons maintenant calculer le nombre de boucles b = k + n - 1. Nous avons b = 17 - 13 + 1 = 5.

Enfin, nous pouvons calculer la mobilité $M = \sum d_i - 3b$. Comme les 17 articulations possèdent toutes 1 degré de liberté $\sum d_i = k$. Ainsi, $M = 17 - 3 \cdot 5 = 2$. Le calcul de la mobilité selon Grubler confirme une condition essentiel du projet : un mécanisme à deux degrés de liberté.

Quant aux hyperstatismes appelés DOH, ils dépendent de la mobilité M et du nombre de degrès de liberté DOF du mécanisme. En effet, DOH = DOF - M. Notre mécanisme effectuant un mouvement de translation engendré principalement par les glissières et un mouvement de rotation engendré par les disques et les glissières nous obtenons DOF = 2 et donc DOH = 2 - 2 = 0.

Par conséquent, notre mécanisme ne contient pas d'hyperstatismes et contient bien deux degrés de liberté, il peut donc se déplacer sans problèmes.

2.4 Implémentation de la cinématique de l'oscillateur en guidages flexibles

Une fois que nous avions réalisé notre mécanisme en cinématique idéale, nous avons dû faire des choix afin de l'implémenter en cinématique flexible et permettre à la pendulette d'osciller. Pour faire cela, nous avons pris en compte un grand nombre de facteurs déterminants. Par exemple, l'encombrement ou la facilité d'usinage de chaque guidage nous ont permis de trancher.

Cependant, le critère le plus important était que le guidage flexible soit résistant à la course que chacun de nos guidages doit parcourir. Afin de pouvoir les comparer, nous avons créé un document où nous avons entré les formules des courses admissibles de chaque guidage présent dans le formulaire "conception des guidages flexibles" donné en cours. Avec ce document, nous avons pu comparer les différentes possibilités en jouant sur la taille et le matériau pour obtenir le choix idéal.

Dans le but de rendre la lecture plus agréable, nous avons conçu le tableau 2.8 ci-dessous, contenant à chaque fois un dessin du guidage idéal accompagné de son équivalent en guidage flexible. Il est assez concis, nous avons pris la décision d'utiliser les mêmes guidages flexibles pour tous les éléments mobiles. Ce sont ensuite les dimensions et formes des blocs rigides placés par-dessus qui varient à chaque fois. Le fait d'utiliser le même type de guidages flexibles simplifie en partie notre système et lui donne un aspect plus uniforme.

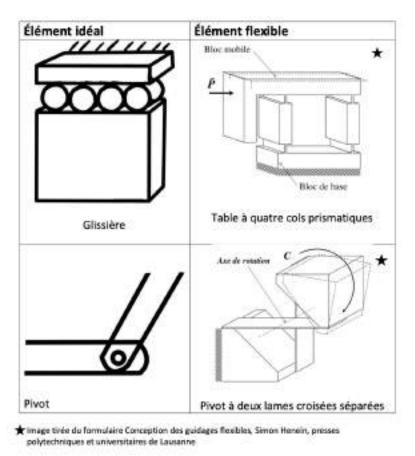


FIGURE 2.8 – Tableau montrant l'implémentation du mécanisme en cinématique flexible

Lors de l'étape de l'implémentation en flexible, nous avons aussi dimensionné les différents blocs rigides. Cette

étape était longue car chaque modification changeait la valeur de la fréquence de l'oscillateur et des masses. Il fallait être très précis et minutieux afin de ne pas faire d'erreurs et d'obtenir un système qui fonctionne et qui soit physiquement réalisable. Une fois de plus, nous avons résumé dans un tableau toutes les formes des blocs, certains éléments nous ont demandé plus de réflexion que d'autres. Leur forme est brièvement expliquée dans le tableau 2.9.

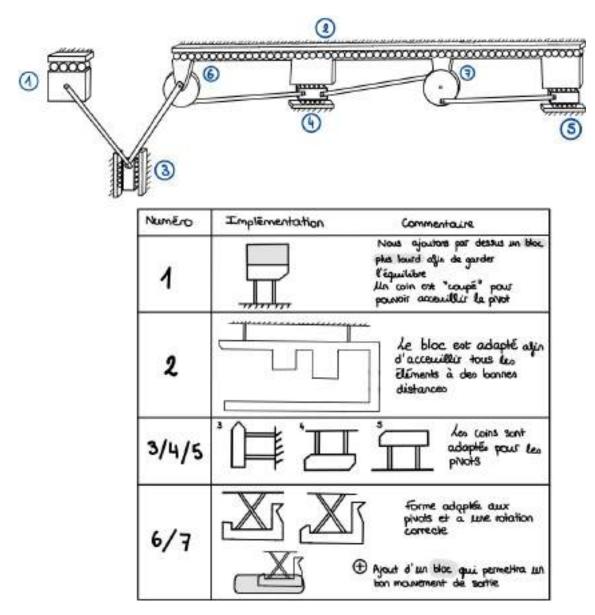


FIGURE 2.9 – Tableau des différents éléments flexibles du mécanisme

Il peut être intéressant d'observer plus en détail la forme des pièces 6 et 7 car un bon dimensionnement est crucial afin d'obtenir le mouvement de rotation que nous souhaitons. En effet, nous avons dû nous assurer que la force appliquée ne soit pas sur l'axe du pivot pour qu'une rotation soit possible. Pour faire cela, nous avons déterminé l'angle entre le point d'application de la force et la droite reliant les deux extrémités qui auront des tiges agissant comme une bielle-manivelle. Nous avons réalisé le schéma ci-dessous pour rendre notre explication plus clair :

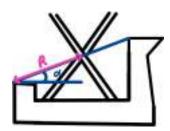


FIGURE 2.10 – Schéma montrant la nécessité d'un angle alpha

Dans notre mécanisme nous avons un angle $\alpha=0,042$ radians ce qui nous assure un bon mouvement de rotation.

De plus, nous avons ajouté un élément rigide qui va être fixé au-dessus des blocs des deux pivots "centraux" (voir schéma 2.11). Ce dernier a pour but de donner à notre mouvement de sortie un aspect plus circulaire et moins elliptique. En effet, comme le système peut se déplacer jusqu'à 4 mm en x et peut effectuer une rotation, le déplacement en y était nettement plus petit (puisqu'il vient uniquement de la rotation). Il est nécessaire d'ajouter un "bras" en plus sur la partie tournante qui nous permettra de balayer une surface plus grande selon l'axe des y.

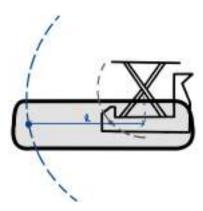


FIGURE 2.11 – Schéma montrant la différence entre un petit et un grand rayon

Nous pouvons voir que pour un même angle α la pièce plus longue va parcourir une distance plus grande que nous pouvons approximer par $y=R*\alpha$.

Nous avons une première esquisse faite à la main de notre oscillateur implémenté en guidages flexibles. Cependant, il ne respecte pas les proportions et n'est pas forcément à l'échelle mais il nous a permis de visualiser notre mécanisme lors de sa conception. Ensuite un dessin fait sur un logiciel CAO et respectant les mesures montre la vraie apparence de notre mécanisme.

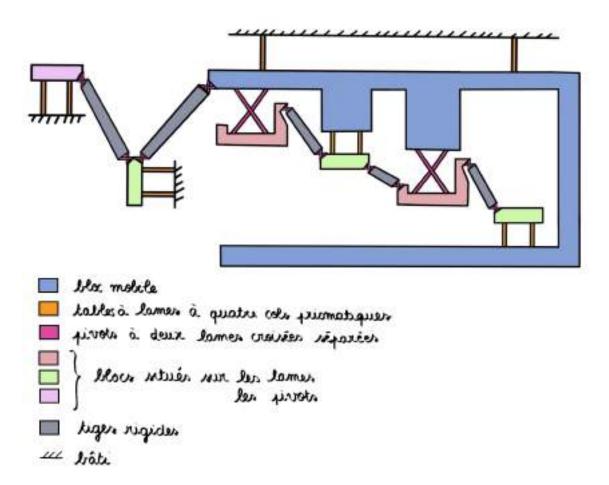


FIGURE 2.12 – Mécanisme en cinématique flexible; Attention, les dimensions ne sont pas respectées

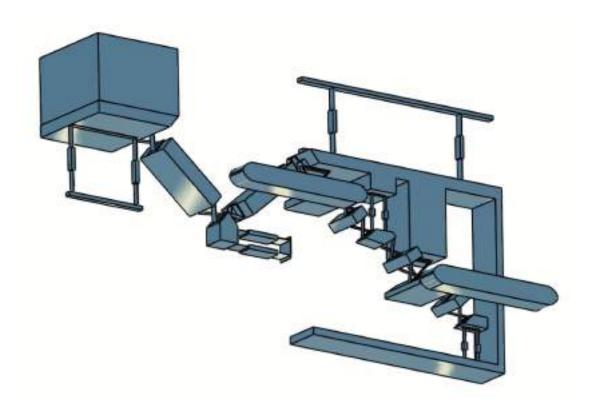


FIGURE 2.13 – Mécanisme en cinématique flexible réalisé à l'aide d'un logiciel de CAO

2.5 Discussion qualitative de l'isotropie de rigidité et de l'isotropie de masse

Isotropie de masse Le mécanisme étant composé d'un mouvement selon x et d'un mouvement selon y superposés, cela nous a contraints à devoir calculer une masse équivalente en x et une masse équivalente en y.

La façon dont est construit notre système ne nous permet pas d'avoir une rigidité isotrope. Nous l'avons donc compensé en ayant aussi un défaut de la masse équivalente dans la même direction. La masse équivalente et la rigidité équivalente du mécanisme sont donc toutes les deux anisotropes. Cela nous permet d'avoir une fréquence propre égale selon x et selon y. En effet, comme la fréquence est proportionelle au rapport de la rigidité et de la masse, si elles varient de la même façon en x et en y, nous pouvons obtenir une fréquence identique.

L'important n'est donc pas que les masses soient égales mais il faut qu'elles soient, dans l'idéal, assez élevées puisqu'elles jouent un rôle dans le calcul de la fréquence. En effet, plus elles sont élevées, plus les fréquences en x et en y seront faibles, ce que nous souhaitons puisque nous devons respecter la condition suivante :

$$1Hz \le f \le 15Hz$$

Pour calculer la masse équivalente en x nous devions prendre en compte tous les éléments qui sont entraı̂nés selon x lorsque la manivelle est actionnée. Pour obtenir m_{eq_x} nous avons utilisé les énergies. En effet, chaque élément a une énergie cinétique de translation qui vaut $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, quand on additionne toutes les énergies cinétiques on peut donc factoriser par $\frac{1}{2} \cdot v^2$ et on obtient (pour n masses) :

$$\frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2 + \dots + m_n) \cdot v^2$$

Ainsi, on peut identifier la m_{eq_x} comme étant la somme de toutes les masses. Donc, il nous suffit d'additionner les masses de chaque élément qui effectuent un mouvement selon x c'est-à-dire la masse des tables à lames 1, 2, 3 (négligeable), 4 et 5, la masse des blocs situés en-dessous des pivots 16 et 17, la masse des tiges rigides reliant les pivots 10-11, 12-13, 14-15 et la masse du bloc superposé aux blocs situés en-dessous des pivots 16 et 17. Pour plus de clarté, il faut se référer au schéma 2.15 ci-dessous.

Pour calculer la masse équivalente en y nous devions prendre en compte tous les éléments qui sont entraînés lorsque la manivelle est actionnée selon y. Pour cela, on utilise également les énergies. Cependant, le calcul de m_{eq_y} est un peu plus complexe puisqu'au lieu de n'avoir que l'énergie cinétique de translation $(E_{translation} = \frac{1}{2} \cdot mv^2)$ à prendre en compte nous devons également prendre en compte l'énergie cinétique de rotation engendré par le mouvement des pivots $(E_{rotation} = \frac{1}{2} \cdot jw^2)$ avec j le moment d'inertie $[kg/m^2]$ et w la vitesse angulaire $[rad/s^2]$. Ce qui donne la formule suivante :

$$\sum \frac{1}{2} \cdot j_i \cdot w_i^2 + \sum \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot v_i^2$$

Pour calculer m_{eq_y} nous devons prendre en compte les masses et moments d'inertie des tables à lames 4 et 5 car la rotation a une légère influence sur elles, des tiges rigides reliant les pivots 10-11, 12-13, 14-15

et des blocs situés en-dessous des pivots 16 et 17. Pour le calcul du moment d'inertie de chaque élément nous nous sommes aidés de la distance entre le centre de rotation et le centre de masse (voir schéma 2.14). Après le calcul des moments d'inertie, nous avons pu simplifier la formule et nous avons obtenu :

$$m_{eq_y} = \frac{j_{17} + j_{bloc16-17} + j_{12-13} + j_{14-15}}{a_{16-17}^2} + \frac{m_5 + m_4 + \frac{j_{16} + j_{bloc16-17} + j_{10-11}}{r_{10-11}^2}}{r_{16-17}^2}$$

La formule n'est pas très compréhensible car des étapes dans la résolution ont été sautés, cependant il serait trop compliqué de détailler l'intégralité des calculs ici. Le plus important à retenir est que l'appelation j_{i-j} désigne le moment d'inertie de la tige rigide reliant les pivots i et j, l'appelation $a_{bloc16-17}$ désigne la distance entre le centre de rotation des pivots 16 et 17 et le centre de masse du bloc situé juste en-dessous (voir schéma 2.14).

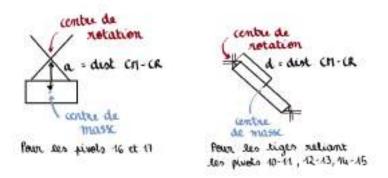


FIGURE 2.14 – Schéma explicatif des distances a et r

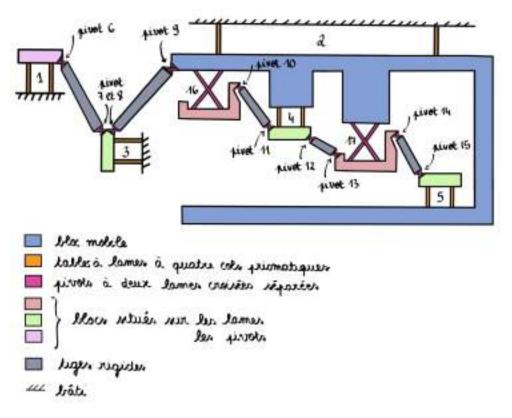


FIGURE 2.15 – Schéma du mécanisme en cinématique flexible avec numérotation des différents éléments

Pour calculer la masse des différents éléments du mécanisme nous avons fait quelques approximations. En effet, comme nous pouvons le voir sur le tableau 2.9 nous avons des formes de pièces qui ne nous permettent pas de calculer aisément leur volume. De plus, nous avons décidé de ne calculer que la masse des blocs situés au-dessus/en-dessous des pivots et des lames et nous ne sommes pas rentrés dans le détail du calcul de la masse des éléments composants les tables à lames ni les pivots. Les approximations que nous avons réalisées sont résumées dans le tableau 2.16. La plus grosse approximation (approximation de l'implémentation numéro 5 du tableau) a été de considérer pour la masse des tiges rigides une longueur allant du centre de masse du premier pivot au centre de masse du deuxième pivot. Cette approximation pourrait être dérangeante mais étant donné que nous n'avons pas pris en compte la masse des pivots et des lames cela n'errone en rien nos calculs : cette approximation nous permet justement de nous rapprocher de la masse exacte de notre mécanisme.

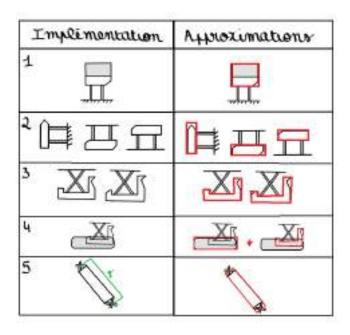


FIGURE 2.16 – Tableau montrant les approximations réalisées pour le calcul des masses

Tableau récapitulatif des masses des différents blocs :

Numéro	Volume $[m^3]$	Masse [kg]
Bloc TaL 1	0,00001195575	0,106
Bloc TaL 2	0,0000072	0,0549
Blocs TaL 4 et 5	0,00000016	0,0012
Blocs pivots 16 et 17	0,0000016	0,012
Tiges pivots 6 à 9	0,00000089	0,0067
Tiges pivots 10 à 15	0,00000036	0,0027
Mécanisme total	0,0000258	0,209
Mécanisme total calculé par logiciel CAO	0,00002576	0,211

Table 2.1 – Tableau récapitulatif des masses

Notre approximation est bonne puisque nous obtenons une erreur de 0,95% ce qui est très faible.

Pour conclure, nous avons obtenu les valeurs numériques suivantes :

$$m_{eq_x} = 0,214kg$$

$$m_{eq_u} = 0,101kg$$

Isotropie de rigidité De même que pour la masse équivalente, nous avons du calculer deux rigidités équivalentes, une en x et une en y.

Comme nous l'avons déjà expliqué ci-dessus, si la masse équivalente et la rigidité équivalente sont toutes les deux anisotropes mais de la même façon, nous arrivons à obtenir des fréquences égales.

L'important n'est donc pas que les rigidités soient égales mais il faut qu'elles soient, dans l'idéal, assez faibles puisqu'elles jouent un rôle dans le calcul de la fréquence. Or, plus elles sont élevées, plus les fréquences en x et en y seront élevées, ce qui est à éviter puisque nous devons respecter la condition suivante :

$$1Hz \le f \le 15Hz$$

Pour le calcul de la rigidité équivalente, nous sommes partis du principe de la conservation de l'énergie potentielle élastique $E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2$. Nous avons l'équation suivante :

$$\frac{1}{2} \cdot k_{eq} \cdot x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \cdot k_i \cdot x_i^2$$

Où k_i est la rigidité de chaque table et x_i sa course. Afin d'avoir une formule linéaire et sans interaction entre x et y, nous avons dû faire des développements limités d'ordre 1 sur les courses et avons donc fait quelques approximations inévitables. Cela nous permet de retrouver la valeur de k_{eq} .

Le calcul étant complexe et long, nous avons résumé ci-dessous les formules que nous avons utilisées pour la course de chaque guidage.

Numéro de guidage	Formule de la course
1	x[m]
2	x[m]
3	$rac{d}{h} \cdot x[m]$
4 et 5	$\frac{y}{R_y} \cdot (\frac{H}{D}R\cos\alpha + R\sin alpha)[m]$
6 à 9	$rac{x}{l\sqrt{1-rac{d^2}{l^2}}}[rad]$
10 à 15	$\frac{H^{\frac{R}{R_y}}(\frac{H}{D}\cos\alpha + \sin\alpha) + D^{\frac{R}{R_y}}\cos\alpha}{L^2} \cdot y[rad]$
16 et 17	$\frac{y}{R_y}[rad]$

Table 2.2 – Tableau des formules des courses pour chaque élément du mécanisme

Afin de calculer la rigidité k_i de chaque guidage flexible nous nous sommes servis des formules présentes dans le formulaire du Professeur **Simon Henein** et les avons calculées avec nos dimensions (voir dimensions).

sions en annexe 6.1)

Pour les tables à lames à quatres cols prismatiques :

$$K = \frac{2 \cdot b \cdot h^3 \cdot E}{\epsilon \cdot (3 - 3 \cdot \epsilon + \epsilon^2) \cdot l^3}$$

Pour les pivots à deux lames croisées séparées :

$$K_{\theta} = \frac{2 \cdot E \cdot I}{l} \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

Nous avons obtenu les formules de rigidité suivante :

$$K_x = K_{L1} + K_{L2} + K_{L3} * \frac{d_1^2}{h_1^2} + K_{\theta 6} * \frac{4}{l_1^2 - d_1^2}$$

$$K_y = 2K_{L4} * \frac{\left(\frac{H_2}{D_2}R\cos\alpha_2 + R\sin\alpha_2\right)^2}{R_y^2} + 6 * K_{\theta 10} \left[\frac{H_2\frac{R}{R_y}\left(\frac{H_2}{D_2}\cos\alpha_2 + \sin\alpha_2\right) + D_2\frac{R}{R_y}\cos\alpha_2}{l_2^2}\right]^2 + 2K_{\theta 10} * \frac{1}{R_y^2}$$

La numérotation est la même qu'au paravant et les variables sont celles indiquées sur le schéma 2.17. De plus, x est le déplacement de sortie, R_y la taille du bloc de sortie explicité en figure 2.11, K_{Li} désigne la rigidité de la table à lames à quatre cols prismatiques numéro i et $K_{\theta i}$ désigne la rigidité du pivot à deux lames croisées séparées numéro i. Les numéros correspondent aux numéros inscrits sur le schéma 2.15.

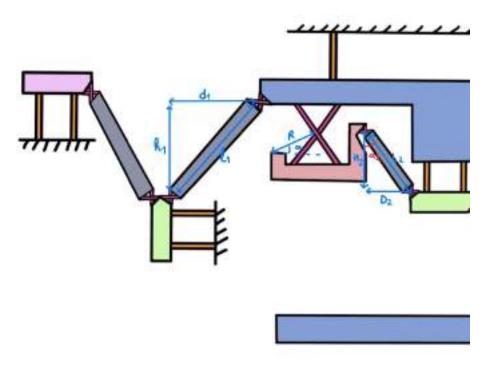


FIGURE 2.17 – Schéma indiquant les variables utilisées dans les formules de la course

Pour conclure, nous avons obtenu les valeurs numériques suivantes :

$$k_{eq_x} = 541,87N/m$$

$$k_{eq_y} = 255,68N/m$$

2.6 Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue

Pour le choix du mécanisme final nous avons effectué un classement de tous les mécanismes. Nous nous sommes basés sur certains critères importants selon nous :

- L'encombrement
- Les mouvements parasites
- L'originalité
- Le nombre de pièces
- La mise en oeuvre (usinage)

En se basant sur ces critères nous avons comparé les mécanismes avec un système de points : le mécanisme respectant le moins le critère recevait 0 point, le mécanisme qui respectait plus ou moins le critère recevait 1 ou 2 points et enfin le mécanisme qui respectait le mieux le critère recevait 3 points. Ensuite nous avons obtenu une moyenne pour chaque mécanisme. Ce tableau (voir tableau 2.18) nous a surtout permis de faire un choix entre les deux mécanismes qui nous semblaient les plus adaptés (Mécanisme 3 et 4 du tableau 2.18). Nous avons finalement choisi le mécanisme 3 car c'est le mécanisme qui respectait le plus de critères dans l'ensemble. En effet, c'est un mécanisme essentiellement plat, long et asymétrique ce qui nous permettait de n'avoir que très peu de doutes quant à l'encombrement puisqu'en profondeur et en hauteur nous ne devions pas avoir de problèmes (voir figure 4.2 pour l'encombrement final du mécanisme). De plus, il est composé d'un nombre de pièces raisonnables et il s'agit principalement de pièces simples, pour la plupart rectangulaires, ce qui ne devait donc pas poser de problèmes majeurs pour l'usinage. Enfin, le mécanisme choisi est très original par sa forme asymétrique et également car nous avons obtenu le mouvement elliptique souhaité en combinant deux mouvements : un en translation et un en rotation plutôt qu'une combinaison de translations. En choisissant ce mécanisme comme oscillateur final, malgré la supposée simplicité d'usinage et d'encombrement nous avons de nombreux défis à réaliser.

	Encominament	Maccontents Paravites	Brigmaliti	Now.Ins. da	Mik en grunts (unimage)	Moyenne (1/6)
Técanisme 1	A	2	3	3	0	9
Técanisma 2	1	2	1	2	2	8
etjecanisme 3	2	2	3	A	3	11
officanismu 4	3	1	1	1	3	9

FIGURE 2.18 – Tableau de comparaison des mécanismes (issu de la planche 5 du rendu intermédiaire)

Dimensionnement du mécanisme

Valeur maximale des contraintes dans toutes les articulations flexibles Voici un tableau récapitulatif des différentes courses dont nous avions besoin, ces courses ont été calculées à l'aide des formules du tableau 2.2. Pour le numéro des guidages, il faut se référer au schéma 2.15.

Numéro de guidage	Course maximale
1	4mm
2	-4 mm
3	2,48mm
4 et 5	1,22mm
6 à 9	0,235rad
10 à 15	0,17rad
16 et 17	0,2rad

Table 3.1 – Tableau des différentes courses des tables à lames à quatre cols prismatiques et des pivots à deux lames croisées séparées

Pour chaque guidage, nous avons sélectionné des dimensions permettant une course plus grande que la course maximale dont nous avions besoin. Cela permet de nous assurer que la course maximale sera atteinte sans problème.

Nous allons maintenant calculer la valeur maximale des contraintes dans toutes les articulations flexibles lorsque la course maximale est atteinte. Pour les tables à lames à quatre cols prismatiques nous avons la formule suivante (extraite du formulaire *Conception des guidages flexibles*, **Simon Henein**, presses polytechniques et universitaires de Lausanne):

$$\sigma_{adm} = \frac{f_{adm} \cdot 3 \cdot E \cdot h}{\epsilon \cdot (3 - 3\epsilon + \epsilon^2) \cdot l^2}$$

avec

$$\epsilon = \frac{2 \cdot l_c}{l}$$

Numéro de guidage	E [GPa]	f [mm]	h[mm]	$l_c [\mathrm{mm}]$	1 [mm]	σ [Mpa]
1	196	4	0,1	6	18	753, 8
2	196	-4	0,1	6	18	753, 8
3	196	2,48	0,1	4	17	592, 5
4 et 5	196	1,22	0,1	4	10	723, 1

Table 3.3 – Table au des dimensions et de la valeur maximale des contraintes pour les tables à lames à quatre cols prismatiques

Pour les pivots à deux lames croisées séparées nous avons la formule suivante (extraite du formulaire Conception des guidages flexibles, **Simon Henein**, presses polytechniques et universitaires de Lausanne) :

$$\frac{\theta_{adm} \cdot E \cdot h}{2 \cdot l}$$

Numéro de guidage	E [GPa]	θ [rad]	h[mm]	1 [mm]	σ [Mpa]
6 à 9	196	0,235	0,1	6	383,8
10 à 15	196	0, 17	0,1	6	277,7
16 et 17	196	0,2	0,1	12	163, 3

Table 3.5 – Tableau des dimensions et de la valeur maximale des contraintes pour les pivots à deux lames croisées séparées

On vérifie que la valeur de la contrainte dans les guidages reste inférieure à la contrainte admissible de l'acier Bohler, qui est de 800 MPa.

Fréquence de l'oscillateur Le calcul de la fréquence de l'oscillateur a été l'un des gros défis de ce projet. En effet, étant donné que notre système bouge selon la direction x mais également selon la direction y nous avons dû calculer une fréquence selon x et une fréquence selon y. Ces deux fréquences devaient bien entendu être égales pour que le mécanisme fonctionne. De plus, le cahier des charges nous imposait de respecter une fréquence f comprise entre 1Hz et 15Hz. La fréquence dépend de la rigidité équivalente et de la masse équivalente (calculée en section 2.5) nous obtenons donc d'après la formule de la fréquence :

$$f_x = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{eq_x}}{m_{eq_y}}}$$

$$f_y = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{eq_y}}{m_{eq_y}}}$$

En section 2.5 nous avons obtenu les valeurs suivantes :

—
$$k_{eq_x} = 541,87 \text{ N/m}$$

$$-k_{eq_y} = 255,68 \text{ N/m}$$

$$-m_{eq_x} = 0,214 \text{ kg}$$

$$-m_{eq_y} = 0,101 \text{ kg}$$

Ce qui nous donne : $f_x = 8,009$ Hz et $f_y = 8,013$ Hz. En effectuant une approximation au centième nous

obtenons une fréquence identique selon x et y qui vaut 8,0 Hz. De plus, nous avons bien :

$$1Hz \le f_x = f_y = 8Hz \le 15Hz$$

Roue et pignon Se référer a la figure 3.3 ci-dessous qui détaille le nombre de dents de la roue et du pignon de chacun des mobiles séparant le barillet de la manivelle, ainsi que les rapports de transmissions respectifs. Pour trouver chaque rapport de transmission nous avons effectué la division du nombre de dents du mobile situé juste avant avec le nombre de dents du mobile dont nous calculons le rapport de transmission. Par exemple, pour le premier rapport de transmission nous avons effectué le calcul suivant :

$$i = \frac{nb_{dents,roueZ1}}{nb_{dents,pignonP2}} = \frac{80}{41} = 1,95$$

Nous avons utilisé la même formule pour le calcul de tous les rapports de transmission. D'après nos calculs nous aurons l'axe des heures sur le pignon 3 de la figure 3.3 et l'axe des minutes sera sur le pignon 5. Cela nous permettra d'extraire la bonne fréquence et d'obtenir une heure correcte.

Couple C_{max} du barillet Afin de trouver le couple maximum du barillet nous avons utilisé le graphique donnant le couple d'armage et de désarmage présent sur l'énoncé du projet. Nous devons prendre la plus grande valeur possible donnée pour le couple. Cette dernière est de $0,10N \cdot m$. Nous avons pris cette valeur plutôt que les $170N \cdot m$ présents tout en haut a droite car on peut voir que le couple chute directement lors du désarmage et ne donnera donc que $0,10N \cdot m$.

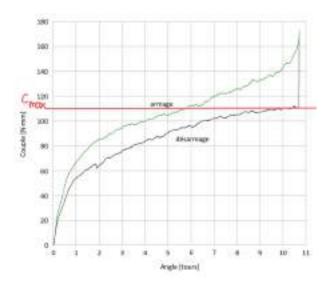


FIGURE 3.1 – Détermination graphique du couple maximum du barillet

Puissance P_{Bmax} que délivre le barillet La puissance maximale que délivre le barillet peut être retrouvée grâce à la relation entre le couple maximum du barillet et sa vitesse de rotation.

$$P_{Bmax} = M_{Bmax} \cdot \omega_{barillet} = 9, 9 \cdot 10^{-5} W$$

Rayon de l'orbite r_{max} de l'oscillateur Un arbitrage inévitable a dû être fait entre le rayon des oscillations et la réserve de marche disponible. En effet, un rayon plus grand fait consommer plus de puissance

à l'oscillateur, mais est également plus stable car moins sensible aux chocs. Cependant, aller jusqu'aux 4mm de rayon permis par le cahier des charges demandait une consommation d'énergie bien trop grande. Une réserve de marche acceptable nous forçait à avoir un faible rayon et nous avons donc fait le choix de maximiser H. C'est elle qui a dicté le choix de nos rapports de transmission, et nous avons ensuite maximisé le rayon d'oscillation avec notre transmission.

Ainsi, en respectant la réserve de marche, le barillet fait tourner notre oscillateur sur une orbite de rayon maximum $r_{max} = 0,485mm$.

Puissance P_{Omax} dissipée par l'oscillateur Notre oscillateur n'étant pas isotrope, il n'est plus possible d'appliquer la formule de la donnée, nous avons donc dérivé une formule généralisée, partant de la définition du facteur de qualité :

$$Q = 2\pi \cdot \frac{E_{systeme}}{E_{dissipee}}$$

avec $E_{systeme}$ qui est l'énergie dans le système et $E_{dissipee}$ qui est l'énergie dissipée en une oscillation.

Ensuite, on sait que $E_{systeme} = E_{cinetique} + E_{deformation}$ et $E_{deformation} = E_{cinetique}$ donc

$$E_{systeme} = 2 \cdot (\frac{1}{2} \cdot (K_{eq_x} \cdot x^2 + K_{eq_y} \cdot y^2)) = (K_{eq_x} \cdot \frac{x^2}{r^2} + K_{eq_y} \cdot \frac{y^2}{r^2}) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot \sin^2\theta) \cdot r^2 = (K_{eq_x} \cdot \cos^2\theta + K_{eq_y}$$

et on sait que $E_{dissipee} = C_{manivelle} \cdot 2\pi$

Donc

$$Q = \frac{E_{systeme}}{C_{manivelle}} \cdot \frac{w}{w} = \frac{E_{systeme}}{P_{dissipee}}$$

$$P_{dissipee} = \frac{E_{systeme} \cdot w}{Q} = \frac{(K_{eq_x} \cdot cos^2\theta + K_{eq_y} \cdot sin^2\theta) \cdot r^2 \cdot w}{Q}$$

Soit

$$P_{diss,moy} = \int_{0}^{2\pi} \frac{P_{diss}}{2\pi} \cdot dw = \frac{K_{eq_x} + K_{eq_y}}{2} \cdot \frac{r^2 \cdot w}{Q} = \frac{(K_{eq_x} + K_{eq_y}) \cdot r^2 \cdot \pi f}{Q}$$

Ainsi, pour P_{Omax} nous avons obtenu le résultat suivant :

$$P_{Omax} = K_{eq_x} \cdot K_{eq_y} \cdot r_{max}^2 \cdot \pi \cdot \frac{f}{Q} = 0,0000052 W$$

avec f la fréquence du mécanisme qui vaut 8Hz et Q le facteur de qualité imposé par le cahier des charges soit 900.

Puissance P_{Omin} dissipée par l'oscillateur Pour calculer la puissance P_{Omax} dissipée par l'oscillateur nous avons utilisé la même formule en remplaçant r_{max} par r_{min} . Ainsi, nous avons établi la formule suivante :

$$P_{Omin} = K_{eq_x} \cdot K_{eq_y} \cdot r_{min}^2 \cdot \pi \cdot \frac{f}{Q} = 0,0000020 W$$

avec f la fréquence du mécanisme qui vaut 8Hz et Q le facteur de qualité imposé par le cahier des charges soit 900.

Couple C_{min} et puissance P_{Bmin} délivrés par le barillet On obtient tout d'abord le couple que doit fournir la manivelle : $C_{manivelle,min} = \frac{P_{Omin}}{\omega_O \cdot \eta_{manivelle}}$ Pour chaque arbre, on a que le couple nécessaire vaut $Couple_{precedent} \cdot \frac{i}{\eta}$. On remonte toute la transmission de la sorte, jusqu'à atteindre l'arbre du barillet, qui doit fournir un couple $C_{min} = 0.042Nm$.

Ensuite, nous savons que $P_{Bmin} = C_{min} \cdot w_{barillet}$

Donc $P_{Bmin} = 0.042 \cdot 0.000091 = 3.85 \cdot 10^{-6} W$

Nombre de tours N du barillet Nous avons déterminé graphiquement le nombre de tours N du barillet grâce à C_{max} et C_{min} . Nous obtenons N=10 tours.

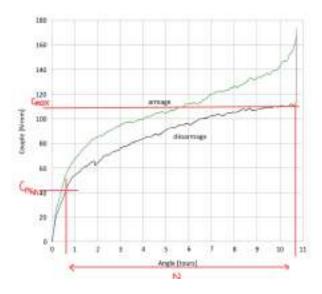


FIGURE 3.2 – Graphique qui détermine le nombre de tours N du barillet

Réserve de marche H de la pendulette Après avoir calculé toutes les variables nous pouvons enfin trouver la réserve de marche. La formule est la suivante :

$$H = \frac{N \cdot 2\pi}{\omega_{barillet}} = \frac{10 \cdot 2\pi}{0,00009} = 690731 \ secondes = 8 \ jours$$

La vitesse de rotation du barillet a été trouvé en divisant la vitesse de rotation du pignon P2 par le rapport de multiplication de vitesse i_1 . De même la vitesse de rotation de la roue Z2 a été trouvé en divisant la vitesse de rotation du pignon P3 par le rapport de multiplication de vitesse i_2 . Ainsi de suite jusqu'à la vitesse de rotation de pignon P8 qui correspond à la vitesse de rotation w_m de la manivelle et qui vaut $16 \cdot \pi rad/s$.

N du mo	bile		1 (barillet)		2			3		4
Nombre de Roues(Pignons	2)		21 80	P2	22 41 5	9	P3 6	23 60	P4 6	Z4 36
tapport de multiplicat	tion de vit	esse (I)		i1 1,95			,83		13	6
		Max	0.11		0.055		0	.0055	0.	00054
Couple [Nm]		Min	0.042		0.021		1	0.002	0	.0002
Vitesse [ra	ad/s]		0.00009	7	0.00018		0	,0017	0.017	
		Max	0.0000099		0.0000099	ij Š	0.00	0000935	0.00000918	
Puissance [W]		Min	0.00000378	8	0.00000378		0.0000034		0.0000034	
N du mobile			5	1	6		7		8 (m)	mivelle)
Nombre de der Roues(z) Pignons (P)	its	P5 6	25 60	P6 6	26 36	P)	6	27 P8 6		
Rapport de multiplic vitesse (i)	stion de			15		6		i7 8		
	Max		0.000089	00089 0.0000087 0.0000014		0.0000087 0.0000014		0.00	000017	
Couple [Nm]	Min	(0.000034	0.0	0.0000033		0.00000054		0.000000066	
Vitesse [rad/s	E		0.1		1.05		6.2	8	:5	0.26
The second of the	Max	0	0000089	0.00	0009135		0.000008792		8.5442E-06	
Puissance (W) Min		0	.0000034	0.00	0.000003465		3,3912E-05		3,31716E-06	

FIGURE 3.3 – Tableaux récapitulatif des valeurs de transmissions du mécanisme

Construction

4.1 Argumenter les choix faits pour la construction

La construction de la pendulette est une partie délicate. En effet, une fois sa conception théorique terminée, il faut impérativement pouvoir créer la pièce. Il existe quelques méthodes différentes nous permettant de faire un système si petit.

Nous avons choisi d'utiliser la technologie wire-EDM en grande partie. Cette dernière consiste à utiliser de l'électroérosion à fil et nous permet d'obtenir un produit final monolithique et donc sans problèmes d'hyperstatismes. Cette technologie fonctionne grâce à un fil qui vibre et qui va induire des forces éléctrostatiques tout en "découpant" un matériau. Nous avons dû respecter la condition sur l'élancement qui est $\frac{l}{h} \leq 60$ afin de pouvoir utiliser cette méthode.

Malheureusement, pas tout le mécanisme peut être construit grâce à cette technique à cause du fait que nous utilisons deux matériaux différents. Le bloc de masse que nous ajoutons au-dessus de la table à lames la plus à gauche afin de garder le système équilibré est faite en Bronze Pfinodal $CN8_{TM04}$ (voir section 4.2). Il est par conséquent impossible de le concevoir par électroérosion car le reste est fait d'acier.

Cela ne pose pas de gros problèmes car c'est un bloc qui permet d'ajouter de la masse à notre mécanisme et qui ne va pas avoir de problèmes pour se déplacer. La méthode que nous utilisons pour assembler ces deux pièces revient simplement à utiliser des vis.

4.2 Argumenter les choix des matériaux

Le choix des matériaux s'est imposé tout naturellement, car comme expliqué en section 2.4 nous avons réalisé un tableau pour comparer les différents guidages flexibles et le plus important était qu'avec des dimensions réalistes ils respectent la course admissible dont nous avions besoin. Ainsi, pour un même guidage nous avons testé tous les matériaux présentés dans le tableau ci-dessous (tableau tiré du formulaire *Conception des guidages flexibles*, **Simon Henein**, presses polytechniques et universitaires de Lausanne):

Alliage	DIN	E [GPa]	G [GPa]	R _m [MPa]	R _{9.2} [MPa]	$\sigma_D(10^7)$ [MPa]		σ _D /E %]	0° [10 ⁻⁶]	$\frac{\rho}{\mathrm{Kg/dm^3}}$
Acier Böhler K190	X220CrVMo13-4	196	-80	2350	2050	800*	true, rep.	0.41	12.2	7.6
Acier Maraging W720	X3NiCoMoTi18-9-5	193	72	2000	1815	735	flex, alt.	0.38	10.2	177
Alu. Perunal-215 (7075)	AlZnMgCu1.5	72	27	530	480	110	flex, alt.	0.15	23.6	2.81
Alu. Anticorodal 110-112	AlMgSi1	69	26	310	250	80	flex. alt	0.12	23.4	2.7
Alu Avional 660-662	AlCuSiMn	73	- 28	450	380	100	flex. alt.	0.14	23	2.79
Alu Contal	EN AW-7010	72		590	520	120	flex, alt.	0.16	23.6	2.81
Titane 6Al-4V	Ti Al6 V4	114	41	900	830	500		0.44	8.9	4.45
Bronze Pfinodal CN87804	Cu Ni 15 Sn 8	127	-44	1300	1100	225	flex. alt.	0.14	16	8.94

Tab. B.14: Quelques mutérioux appropriés à la réalisation de structures flexibles.

Étant donné que la course admissible souhaitée pour les guidages flexibles était respecté pour une large plage de valeur en utilisant l'Acier Bölher K190 nous avons choisi ce matériau pour chacun de nos guidages flexibles. Cependant, dans la mesure où la masse de ce qui est dans le cadre rouge doit être égale à la masse de tout ce qui est dans le cadre gris (voir schéma 6.2), la masse du bloc à gauche (en rose) doit donc avoir une masse élevée. Pour éviter que les dimensions du bloc soient trop importantes et nous posent problème pour l'encombrement, nous avons décidé de superposer deux blocs rigides : un en Acier Bölher K190 qui constitue la table à lames à quatre cols prismatiques et un en Bronze Pfinodal $CN8_{TM04}$ puisqu'il s'agit du matériau ayant la densité la plus élevée (8940 kg/m³). Cela nous a permis de conserver des dimensions raisonnables tout en ayant un système équilibré.

Pour conclure, le mécanisme sera essentiellement conçu en Acier Bölher K190 et une petite partie du mécanisme sera en Bronze Pfinodal $CN8_{TM04}$.

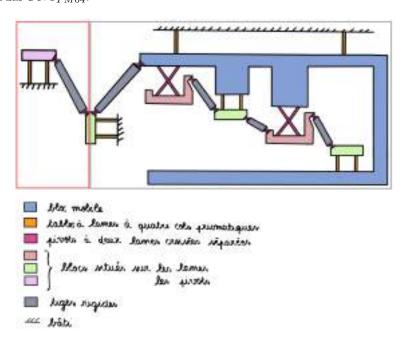


FIGURE 4.1 – Schéma en cinématique flexible; Attention les dimensions ne sont pas respectées

Prix de la pendulette Ce choix de matériaux nous permet également de minimiser le prix de notre pendulette. En effet, sur l'annexe 6.5 qui met en évidence les prix des différents matériaux, nous pouvons voir que l'acier est l'un des moins chers dans le groupe des métaux. Nous approximons son prix à $1 \ CHF/kg$. Il faut maintenant calculer le prix de la matière achetée grâce au volume utilisé avant électroérosion. Nous

partons du principe que la matière enlevée est perdue et non réutilisable. Nous avons donc besoin d'un rectangle qui respecte l'encombrement soit $136,68x31,29x69,55mm^3$ (voir figure 4.2). En multipliant par la densité de l'acier Bölher K190 nous trouvons une masse totale m=2,26kg pour le rectangle dont nous avons besoin. Cela nous fait simplement 2,26.-CHF pour l'acier. Pour le bronze, son prix peut s'élever à $5 \ CHF/kg$, nous avons une masse m=0.101Kg de matériel en bronze, ce qui fait un prix de 0,5.-CHF.

Nous avons donc:

$$P_{materiaux} = 2,76. - CHF$$

Ce qui va compter pour le prix de notre pendulette est la procédure de construction. Nous avons vu que notre mécanisme sera en majorité construit par électroérosion. Le prix se calcule à l'aide du temps d'utilisation de la machine. Nous avons fait des recherches et avons trouvé que le prix s'élève à 1CHF/min. La vitesse est en général de 1mm/min, nous avons donc calculé le périmètre de nos différents éléments en l'approximant à la somme des tailles des lames et des blocs placés au-dessus et les avons reportées dans le tableau ci-dessous :

Numéro de guidage	Périmètre [mm]	prix [CHF]
1	124	124
2	397	397
3	86	86
4 et 5	$60 \cdot 2 = 120$	120
6 à 15	$33 \cdot 10 = 330$	330
16 et 17	$92 \cdot 2 = 184$	184

Table 4.2 – Tableau des périmètres et prix de l'électroérosion

Nous avons donc un coût :

$$P_{electroerosion} = 124 + 397 + 86 + 120 + 330 + 184 = 1241. - CHF$$

Nous avons donc un coût total :

$$P = P_{electroerosion} + P_{materiaux} = 1243, 76. - CHF$$

Ce budget est bien inférieur à 7000 CHF qui était le budget fixé par le cahier des charges. Cette contrainte est bien respectée. Il faut cependant faire attention car ce n'est qu'une approximation.

Encombrement total du mécanisme Notre mécanisme respecte la contrainte de 70x70x140mm. Notre mécanisme ayant une largeur bien plus importante que sa hauteur, nous avons décidé d'utiliser les 140mm en largeur et les 70mm en hauteur. Ceci n'est pas dérangeant car notre mécanisme étant équilibré, il suffit de le tourner de 90° pour obtenir un encombrement de $70x70x140mm^{3}$.

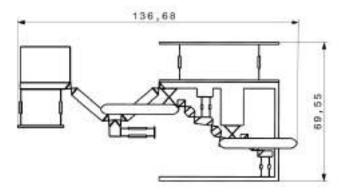


FIGURE 4.2 – Encombrement du mécanisme

Durée de vie de la pendulette Le cahier des charges spécifie que la durée de vie doit être supérieure à 50 ans.

Pour modéliser la courbe de Wöhler nous utilisons le modèle de Basquin qui stipule : $N \cdot \sigma_a^m = Constante$ (avec 1/m de l'ordre de 0,1).

En utilisant la valeur $\sigma_D = 800 MPa$ pour 10^7 cycles, avec une contrainte maximale dans notre mécanisme de 91 MPa environ, nous obtenons une durée de vie de 65 ans avec un facteur de sécurité de 2 et une estimation prudente de la valeur de m(5); nous pouvons conclure que notre mécanisme respecte cette contrainte.

Conclusion

Maintenant que la phase d'élaboration définitive de la pendulette bien définie, il est intéressant de porter un regard rétrospectif sur le cahier des charges initial et de vérifier que chaque spécification a bien été remplie.

Toutes les spécifications du cahier des charges ont bien été remplies (voir tableau 5.1).

Cependant, nous pouvons désormais nous interroger sur les différents avantages et points faibles de la pendulette conçue.

Parmi les points forts du mécanisme, nous comptons :

- La simplicité d'usinage. Nous nous sommes efforcés de concevoir les pièces pour que leur usinage reste le plus simple possible.
- La pendulette a un encombrement raisonnable, inférieur en profondeur et en hauteur à ce qui a été fixé par le cahier des charges.
- Notre mécanisme est original et a une apparence peu commune pour une pendulette de voyage.

Mais nous pouvons également constater les points faibles suivants :

- Le rayon maximum d'orbite de l'oscillateur est faible, très proche du minimimum puisque $0,3mm \le r \le 0,48mm$ ce qui ne nous offre qu'un petit rayon d'action.
- La réserve de marche est respectée cependant elle est de 8 jours c'est à dire le minimum qui nous était demandé. Il est donc possible qu'avec le temps cette réserve diminue légèrement.

Pour finir, nous avons trouvé ce travail de groupe très intéressant et stimulant. En effet, nous avons certaines directives et contraintes imposées par le cahier des charges mais nous restions très libres. Nous avons du réfléchir, dessiner et concevoir un oscillateur à deux degrés de liberté sans grande aide externe. Nous avons trouvé cela très enrichissant de voir naître une idée que nous avons pensée puis designée et enfin imprimée en une maquette 3D.

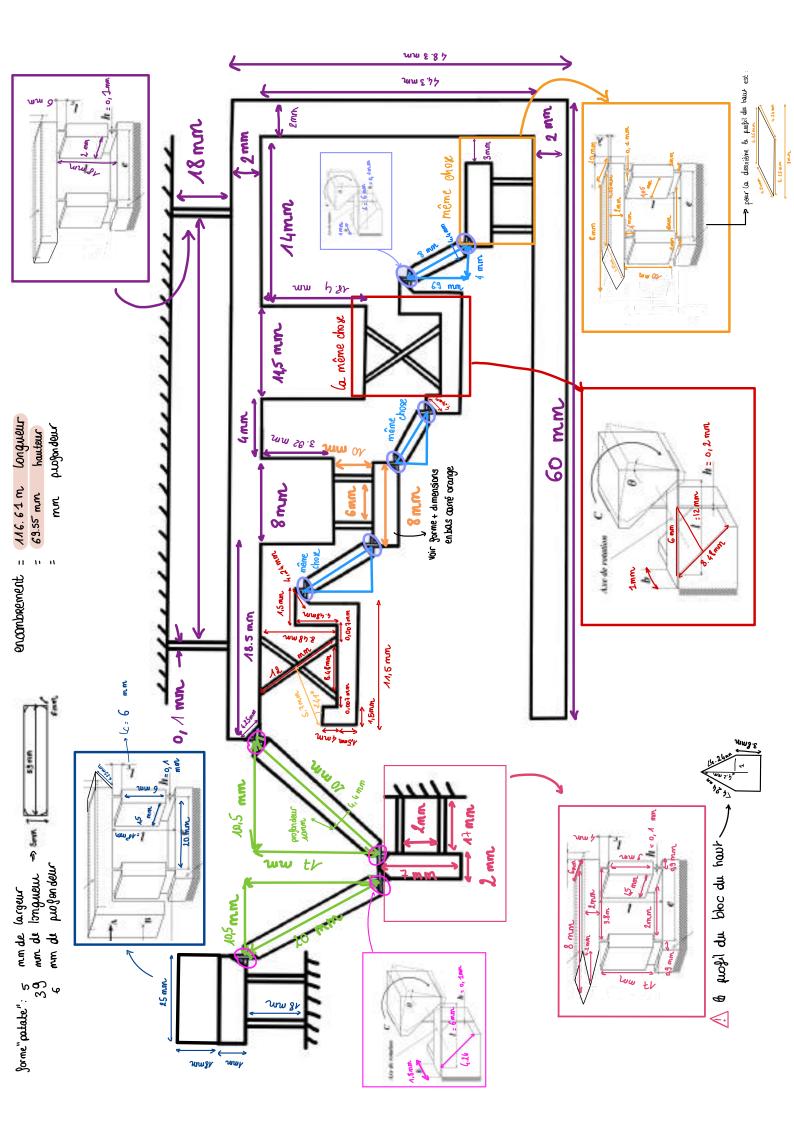
De plus, la collaboration entre les membres du groupe s'est déroulée de manière très fluide et sans désagréments. Nous estimons avoir beaucoup appris à travers un tel projet et avons eu du plaisir à le réaliser.

Cahier de charges	Spécifications	Mécanisme
Force de rappel élastique li- néaire et isotrope	$F = -k \cdot r$	✓
Centre de force indépendant	Pour $r = 0$ on doit avoir $F = 0$ quelque soit θ	~
Masse en orbite	Doit se comporter comme une masse ponctuelle	~
Masse réduite constante	m_r indépendante de r et de θ	✓
Insensible à l'amplitude et direction de la gravité	Mécanisme se comportant pareil peut importe l'orientation donnée	Équilibrage en forces 🗸
Insensible aux accélérations en translation	Possibilité de translater le mécanisme sans perturbations	Équilibrage en forces 🗸
Insensible aux accélérations en rotation de la base de l'oscillateur	Possibilité de tourner le mécanisme sans per- turbations	Équilibrage en moments 🗸
Barillet imposé	Respect du diamètre extérieur, de la hauteur, du nombre de dents, de couple de désarmage et du module de $0,41mm/dent$	~
Facteur de qualité de l'oscil- lateur	Q = 900	~
Rendement de la transmission manivelle-oscillateur	$\eta_m = 60\%$	~
Rendement de chaque étage de transmission par engre- nages	$\eta_e = 98\%$	~
Fréquence de l'oscillateur	$1Hz \le f \le 15Hz$	f = 8 Hz ✓
Rayon des orbites de l'oscillateur	$0,3mm \le r \le 4mm$	$0,3mm \leq r \leq 0,48mm \checkmark$
Réserve de marche	$H \ge 8jours$	$H = 690731 secondes = 8 jours \checkmark$
Encombrement maximum	$70x70x140mm^3$	$136,68x25,17x69,55mm^3 \checkmark$
Durée de vie du mécanisme	supérieure à 50 ans	65 ans 🗸
Température de fonctionne- ment	$T_{fonc} = 20 \pm 10^{\circ} C$	Matériau choisi qui fonctionne à cette température, voir annexe $6.3 \checkmark$
Prix de fabrication	$P \le 7000 CHF$	$P_{mecanisme} = 1244 CHF \checkmark$

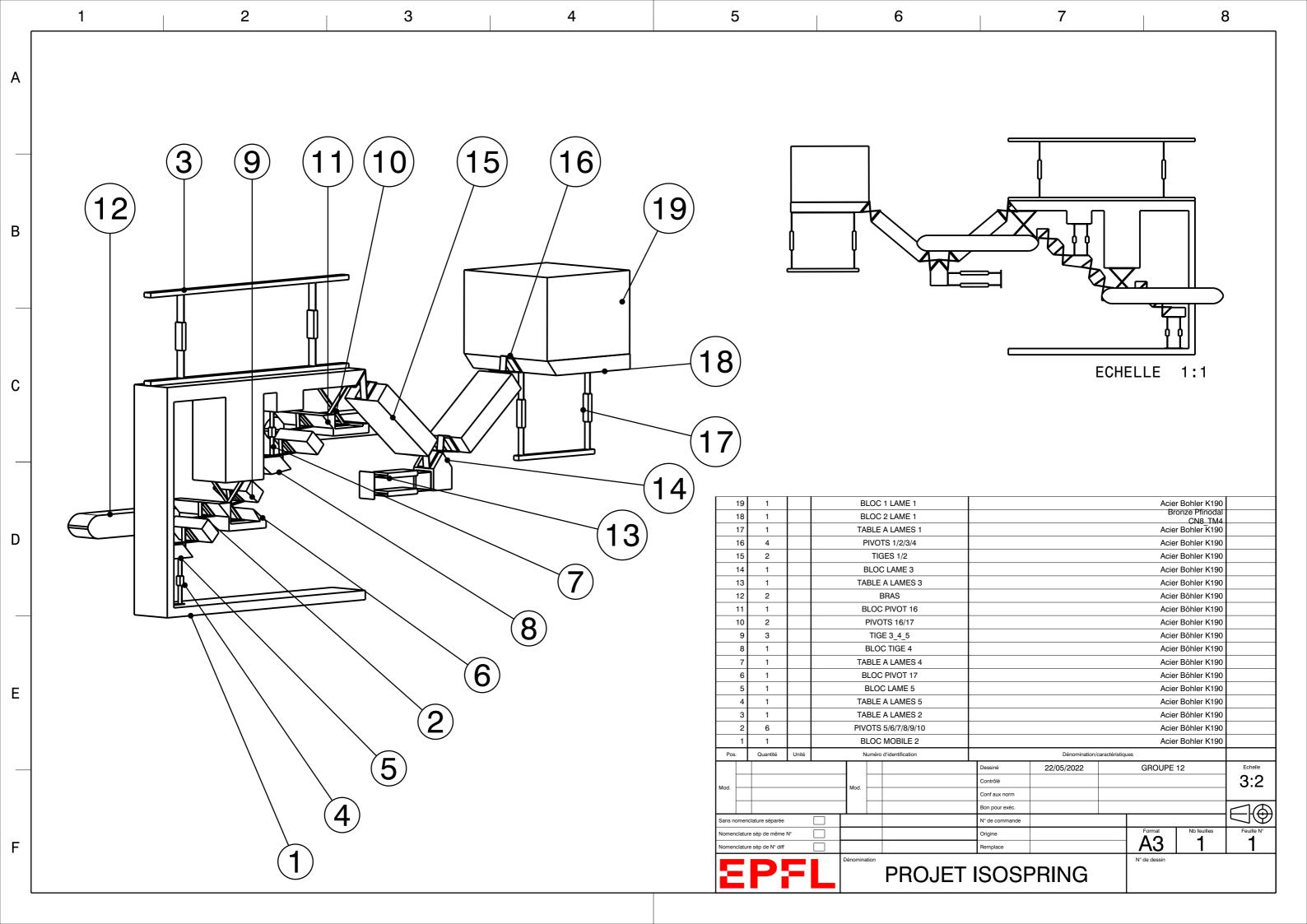
Table 5.1 – Tableaux récapitulatif des valeurs de transmissions du mécanisme

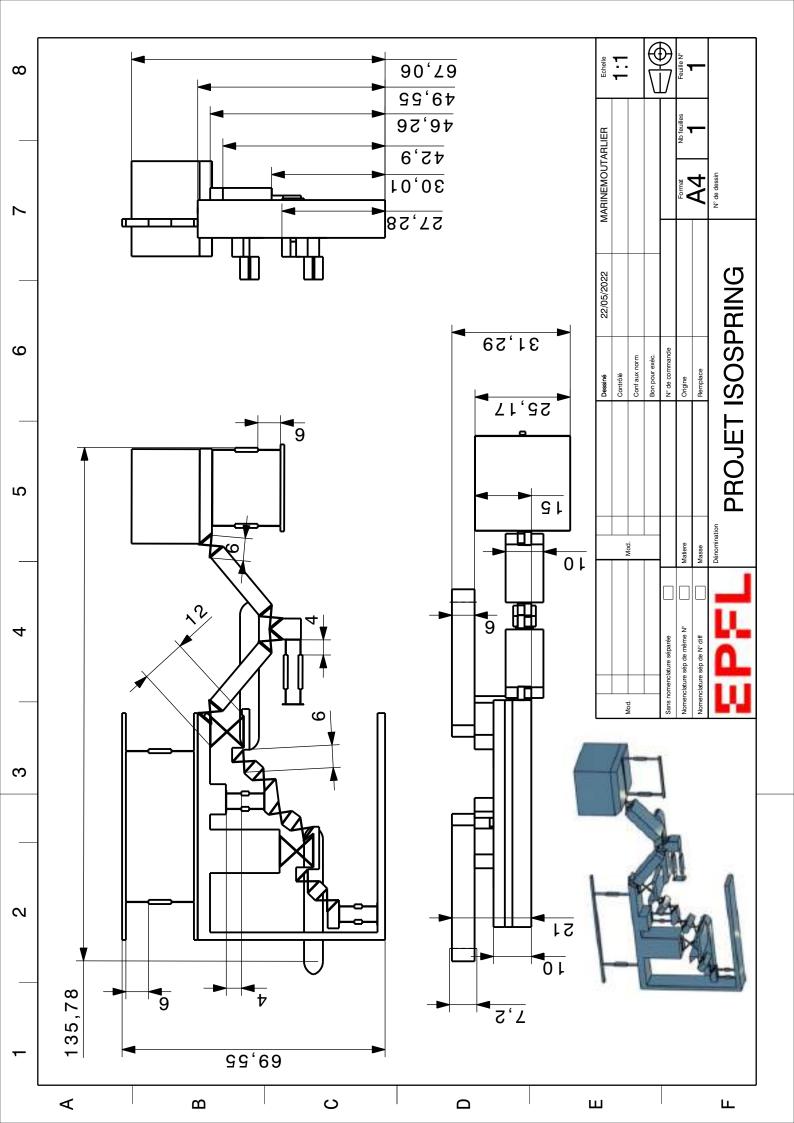
Annexes

6.1 Schéma des dénominations utilisées

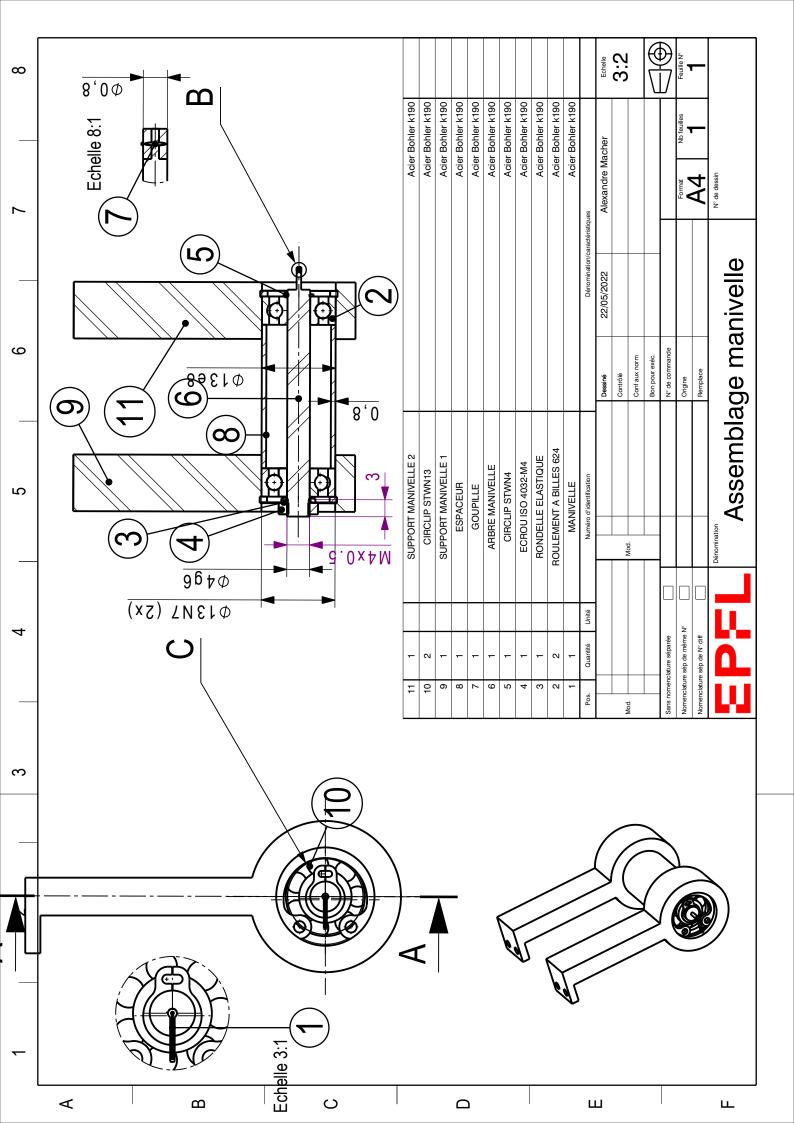


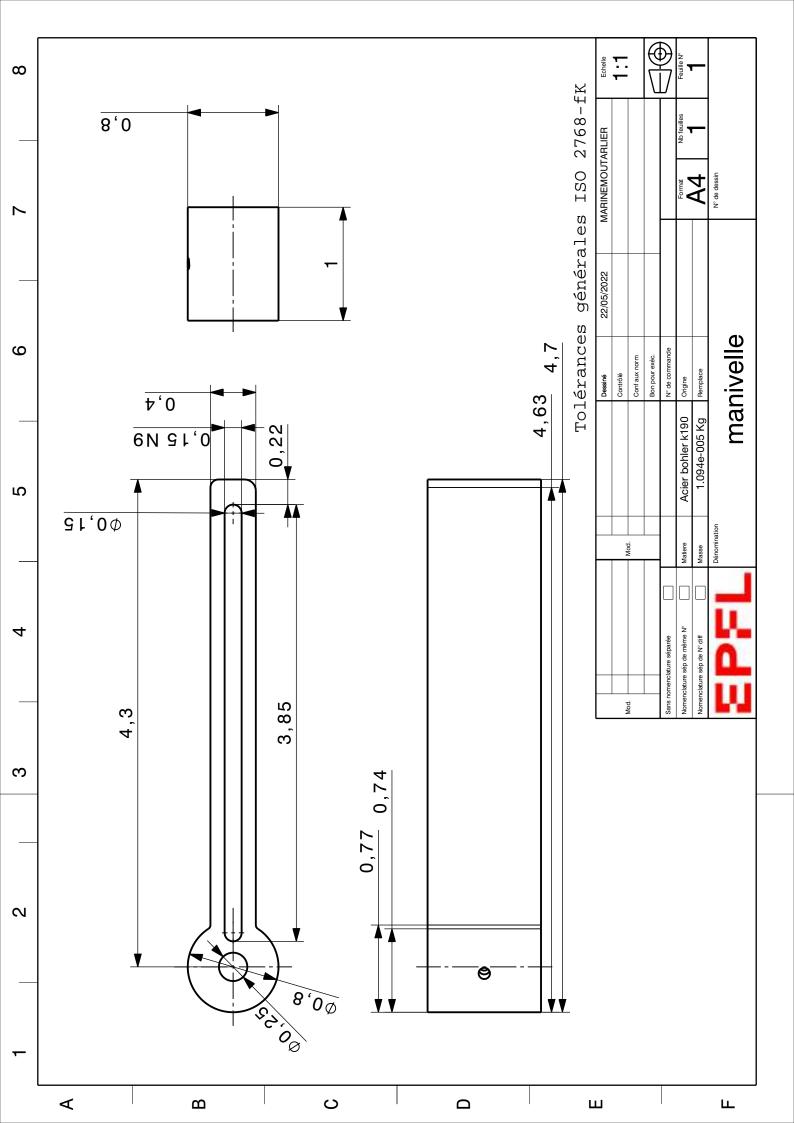
6.2 Dessin de construction de la pendulette avec liste de toutes les pièces

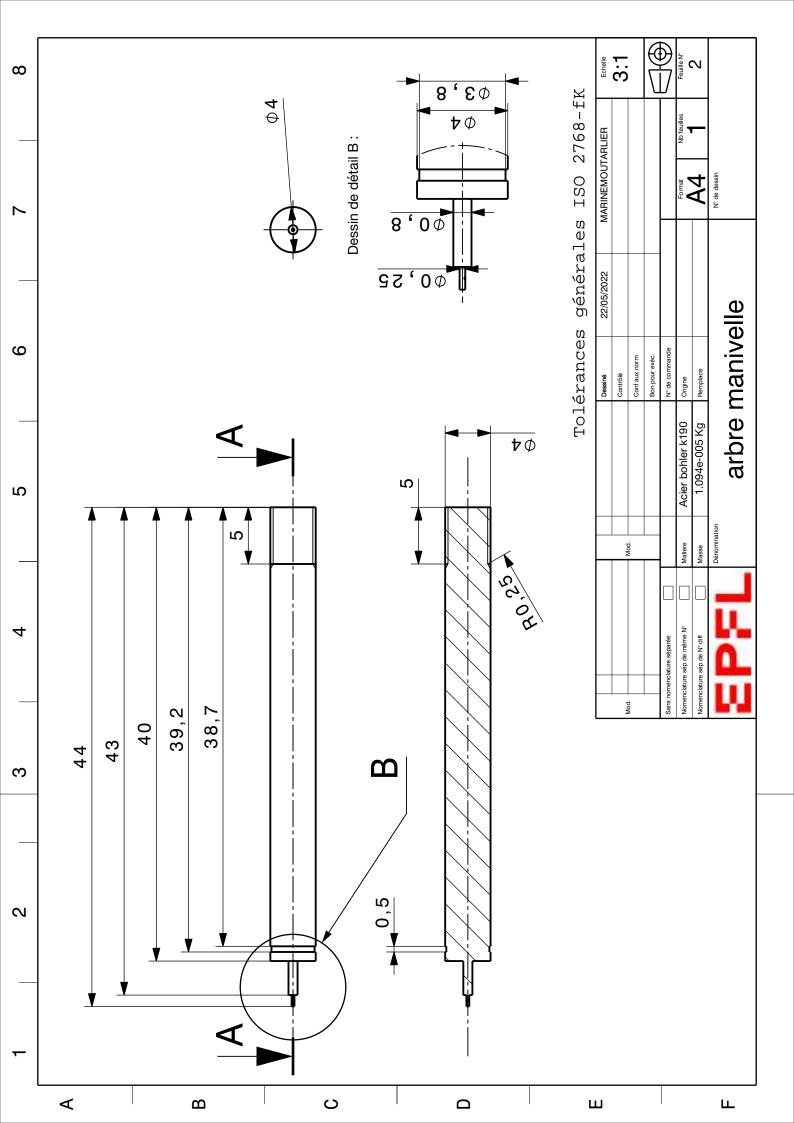


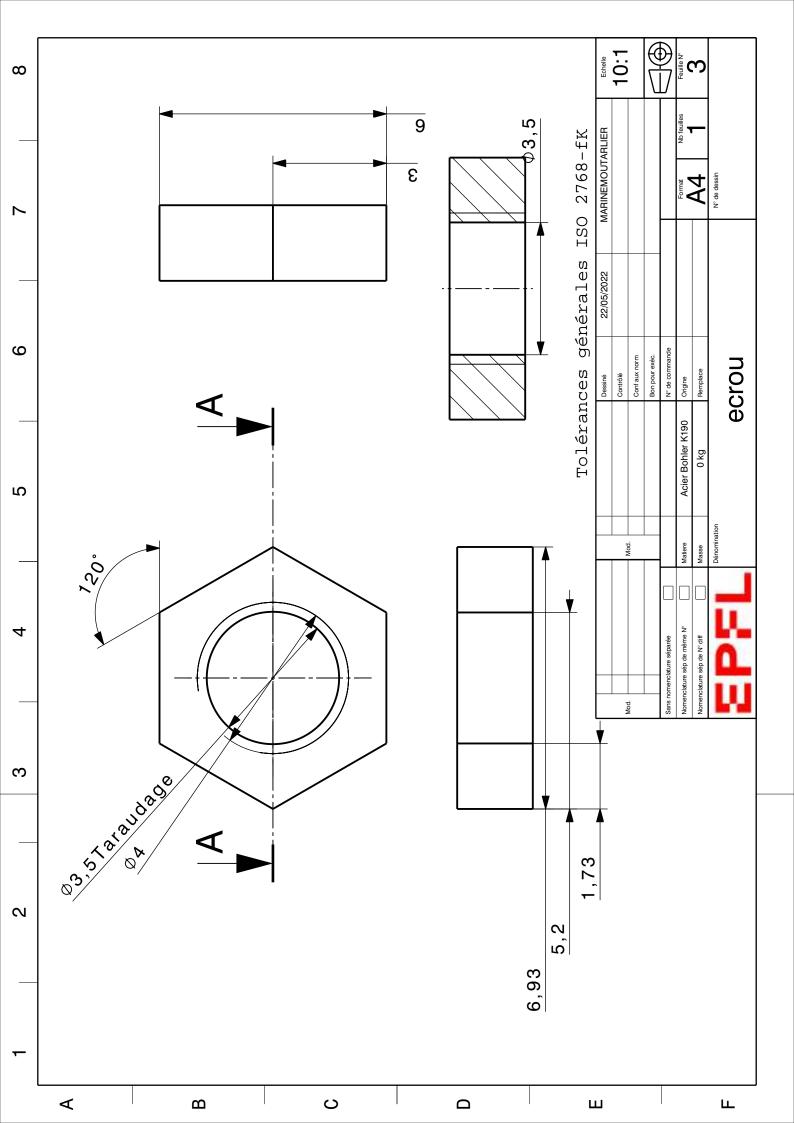


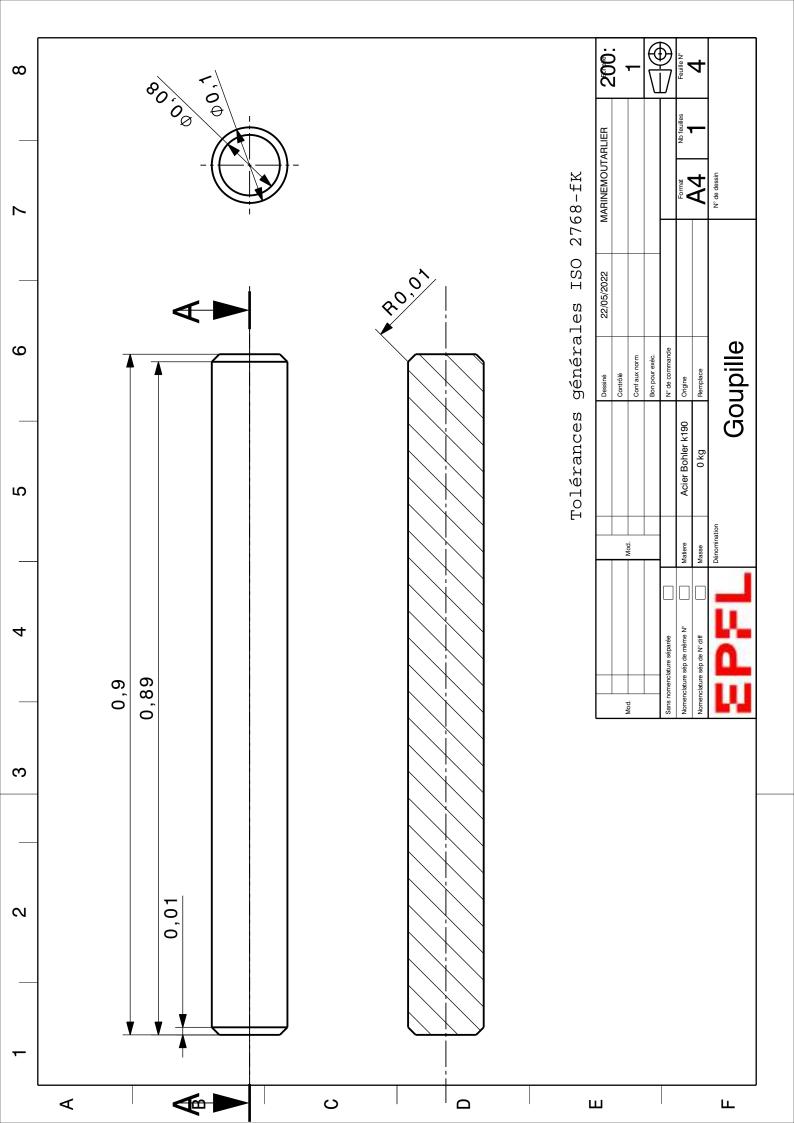
6.3 Dessin de détail de la manivelle

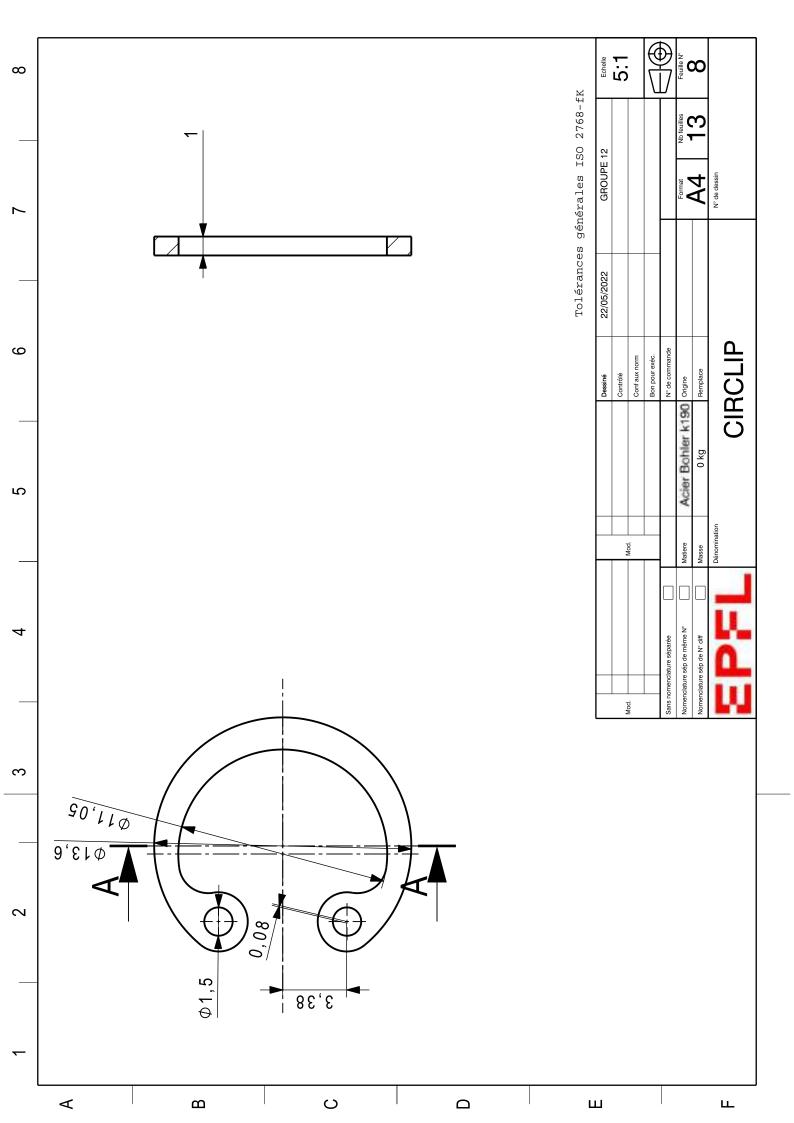


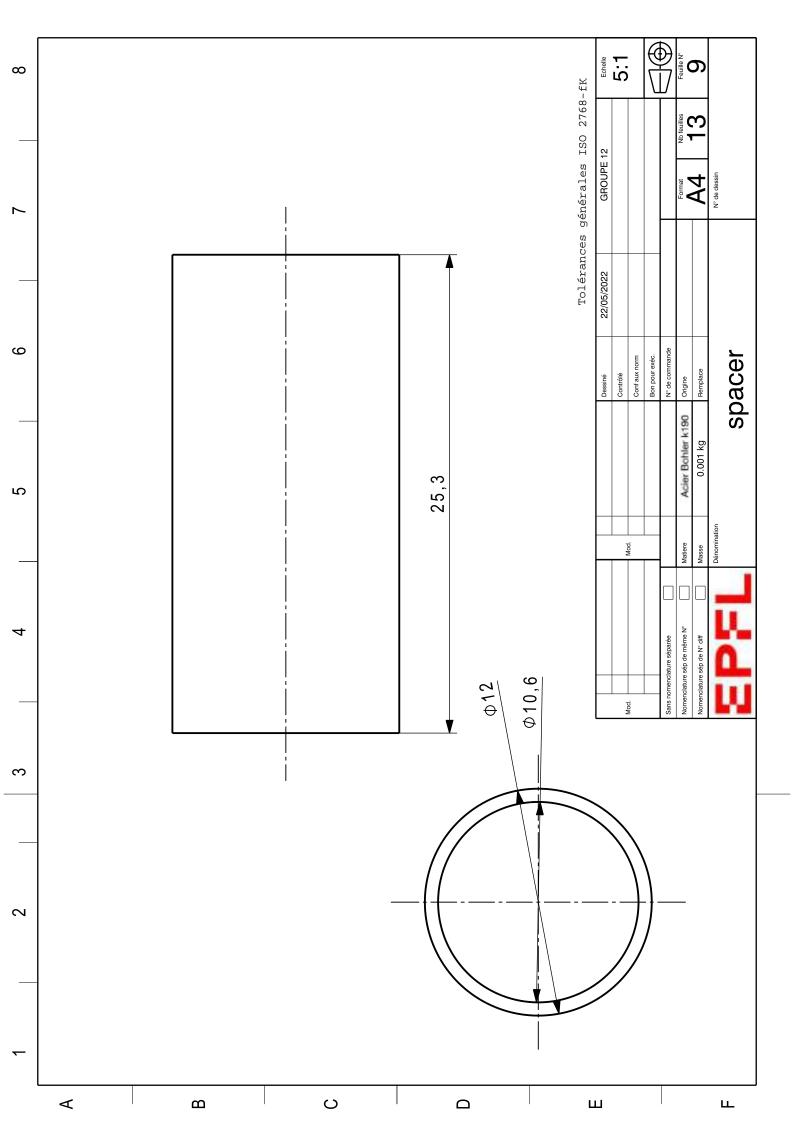


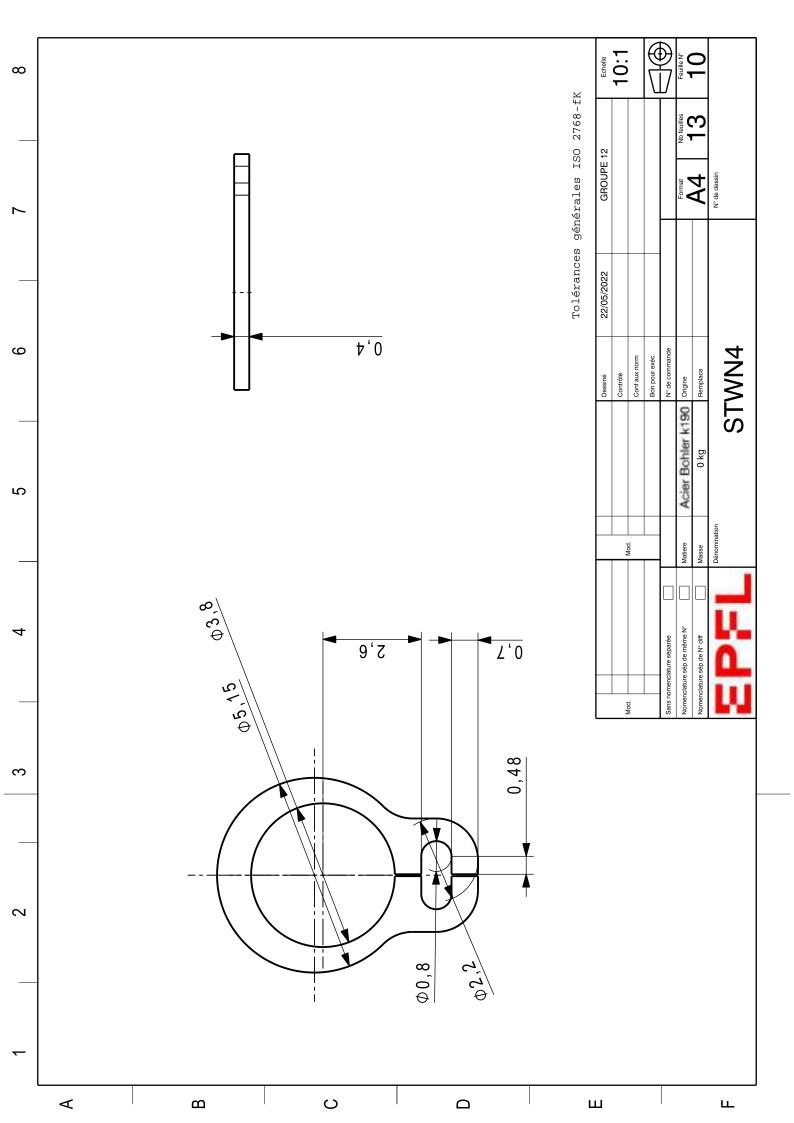


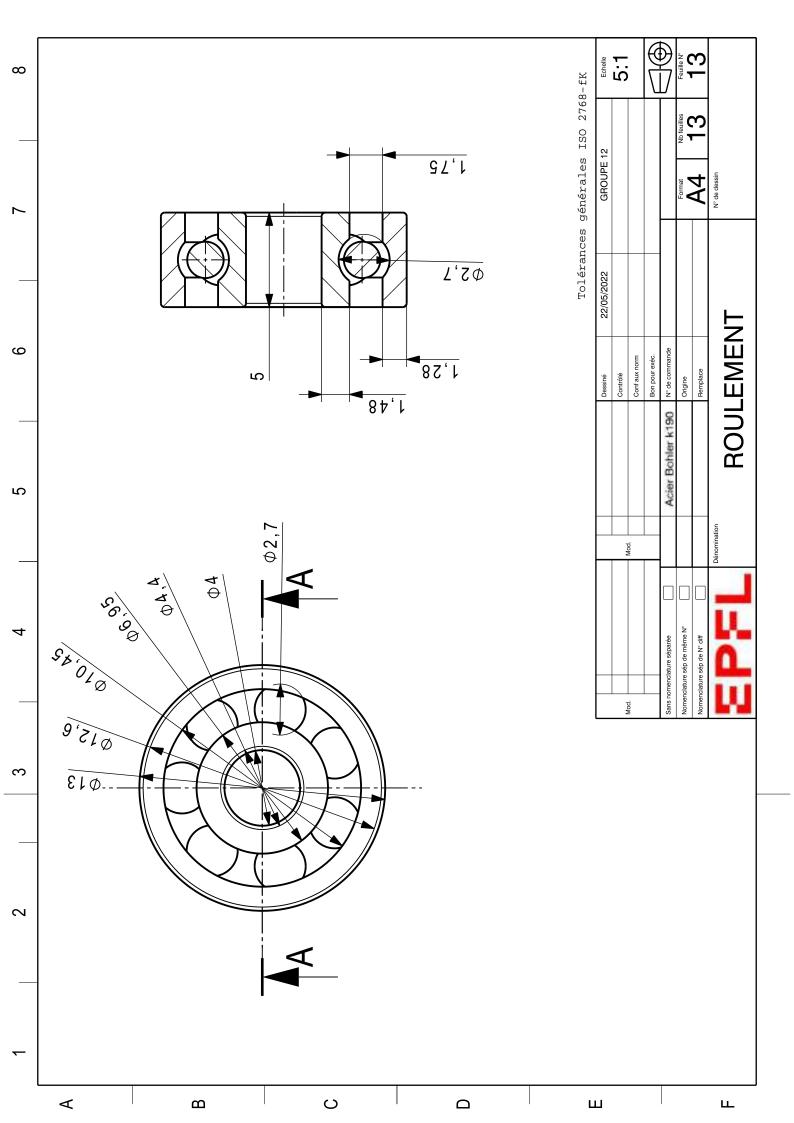


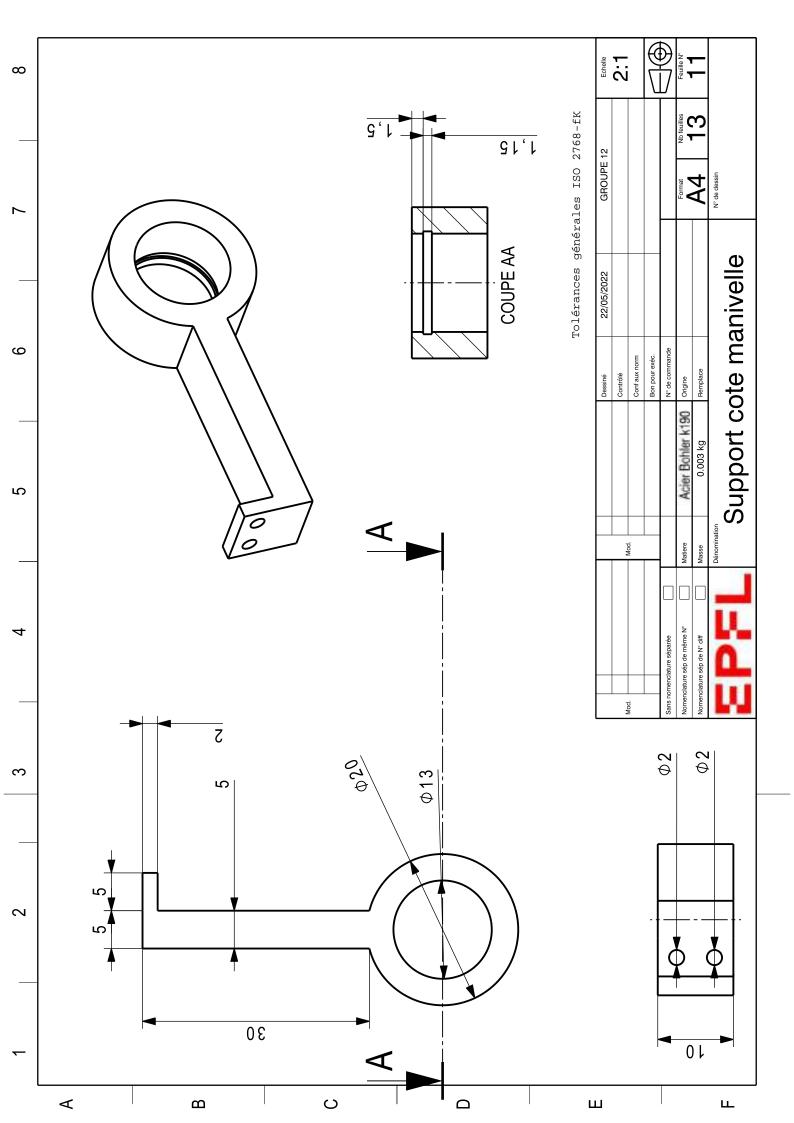




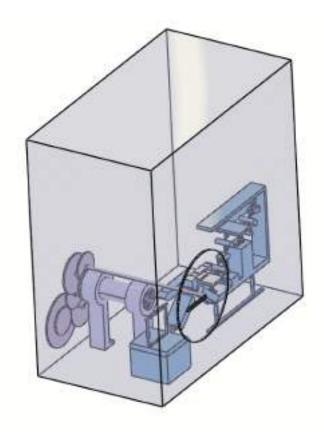


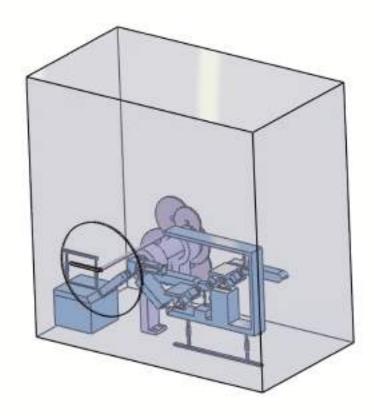


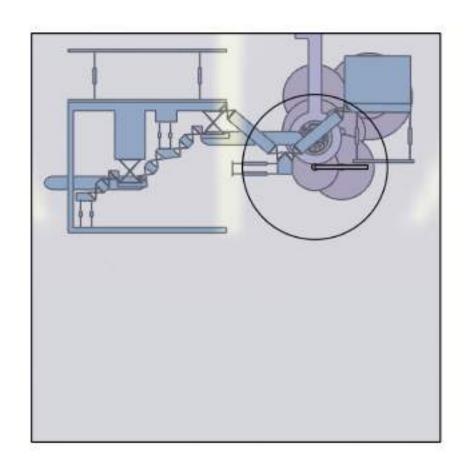


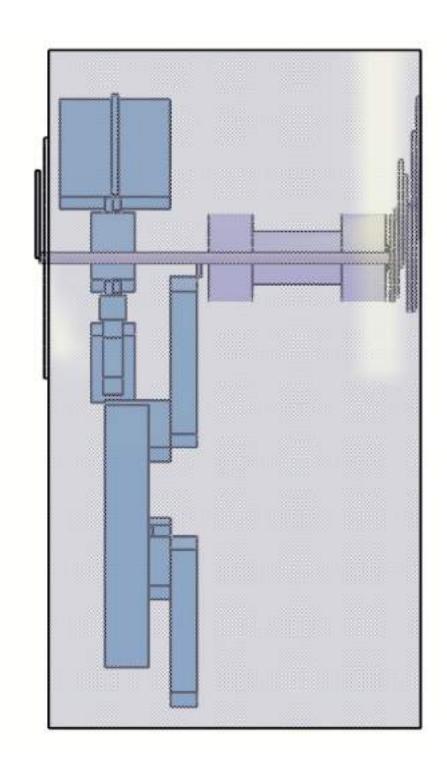


6.4 Squelette de la pendulette









6.5 Propriétés de l'Acier Bölher K
190 et du Bronze Pfinodal $CN8_{TM04}$

Propriétés phy (à l'état trempé et		Propiedades fi (en estado templa		
Densité à 20 °C /	Densidad a 20 °C		7,6 k	:g/dm³
Conductivité them	nique à 20 °C / Conductibil	idad térmica a 20 °C	21,5	W/(m.K)
Résistivité à 20 °C	/ Resistencia eléctrica espe	ecifica a 20 °C	0,59	Ohm.mm²/m
Résistivité à 20 °C	Dilatation thermique	ecifica a 20 °C	4 m/(m.K)	Ohm.mm²/m
100 °C	Dilatation thermique	, entre 20 °C et °C, 10	4 m/(m.K)	700 °C

FIGURE 6.1 – Propriétés de l'acier Böhler K190

PHYSIKALISCHE EIGENSCHAFTEN VON PFINODAL* C72900				
Elektrische Leitfähigkeit bei 20°C (68°F)	7,8	% IACS		
Elektrische Leitfähigkeit bei 200°C (392°F)	7,3	% IACS		
Wärmekapazität (spezifische Wärme)	0,09 (30 x 10 ³)	BTU/lb° bei 68° (J/kg K)		
Wärmeleitfähigkeit	17 29	BTU/ft+HR+°F bei 68° W/m°K bei 20°C		
Koeffizient der	9,1 x 10°	in/in/°F 68°F-572°F		
Wärmeausdehnung	16,4 x 10 ⁶	Per °C, 20°C - 200°C		
Elastizitätsmodul (Spannung)	18,5 x 10 ⁶ (127 x 10 ³)	psi (MPa)		
Gleitmodul	7,5 x 10 ⁶ (52 x 10 ³)	psi (MPa)		
Dichte	0.323 (8,95)	ib/in³ (g/cm3)		

FIGURE 6.2 – Propriétés du Bronze Pfinodal $CN8_{TM04}$

$6.6\,\,$ Vues supplémentaires du mécanisme en cinématique flexible réalisé à l'aide d'un logiciel de CAO

