

Теорема ККТ

В задачах 1, 2-6 необходимо записать необходимые условия минимума и решить получившиеся системы уравнений.

Задача 1

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \rightarrow \min \\ x &\leq 0 \end{aligned}$$

Задача 2

Проверить регулярность задачи

$$\begin{aligned} f(x) &= x \rightarrow \min \\ x^2 &\leq 0 \end{aligned}$$

Задача 3

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 4)^2 + (y - 4)^2 \rightarrow \min \\ x + y &\leq 4 \\ x + 3y &\leq 0 \end{aligned}$$

Задача 4

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2} \|x\|^2 \rightarrow \min \\ Ax &= b \end{aligned}$$

Задача 5

$$\begin{aligned} f(x) &= \|x - x_0\|^2 \rightarrow \min \\ \|x\|^2 &\leq 1 \end{aligned}$$

Задача 6

$$\begin{aligned} H(p_1, \dots, p_n) &= - \sum_i p_i \log p_i \rightarrow \max \\ p_i &\geq 0 \quad \forall i = \overline{1, n} \\ \sum_i p_i &= 1 \end{aligned}$$

Двойственные задачи

Задача 1

$$f(x) = \frac{1}{2} \|x\|^2 \rightarrow \min$$

$$Ax = b$$

Задача 2

Найти двойственную задачу к:

$$f(x) = c^T x \rightarrow \min$$

$$Ax = b$$

$$Ex \leq d$$

Задача 3

Свести к гладкой задаче и решить

$$f(x) = \frac{1}{2} \|Ax - b\|^2 + \gamma \|x\|_1 \rightarrow \min$$