

# 1 Observateur pour l'équation des ondes appliqué à l'imagerie médicale

Pour toutes questions sur ce sujet de PFE, n'hésitez pas à me contacter :

Contact : antoine.tonnoir@insa-rouen.fr

**Mots clés** : *Modélisation, simulation numérique, problèmes inverses, EDP, éléments finis, application à l'imagerie médicale.*

## 1.1 Contexte et motivation

Une technique relativement récente en imagerie médicale est l'[élastographie](#). L'idée est d'étudier la propagation d'une onde (de cisaillement) dans un tissu ou un organe, et d'en déduire la présence de zone(s) endommagée(s) (tissu plus dur par exemple). Pour pouvoir exploiter ces méthodes, il est indispensable d'avoir des outils de simulations précis. L'objectif de ce PFE est de faire une introduction à certaines de ces techniques.

## 1.2 Description du modèle et de l'approche

Pour décrire la propagation de l'onde dans le tissu, on se basera sur l'[équation des ondes](#) :

$$\frac{1}{c^2(\underline{x})} \partial_{tt} u - \Delta u = 0 \quad (1.1)$$

où  $c(\underline{x})$  est un coefficient qui caractérise la vitesse de l'ondes à une position  $\underline{x}$  du domaine et  $u(t, \underline{x})$  décrit le déplacement (cisaillement) à la position  $\underline{x}$  et à l'instant  $t$ . Pour être correctement formulé, ce problème doit bien sur être muni de conditions initiales  $u(0, \underline{x}) = u_0$  et  $\partial_t u(0, \underline{x}) = v_0(\underline{x})$ .

Dans un premier temps, on s'attachera au problème de reconstruction des données initiales et d'estimation de l'état à l'aide de la mesure de (la vitesse de) l'onde dans une région  $\mathcal{D}_{obs}$  d'observations. Une technique en particulier consiste à utiliser le [back and forth nudging](#) (technique inspirée des [observateurs de Luenberger](#)). Une fois la méthode comprise, on s'attachera à l'implémenter et à la tester sur différents exemples. Pour l'implémentation, on pourra partir d'un code fourni et écrit en Python (ce code a été développé dans le cadre d'un précédent PFE).

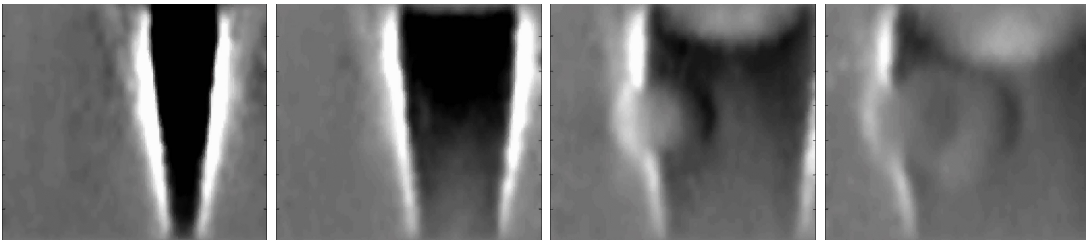


FIGURE 1.1 – Image d'élastographie dans un milieu gel “phantom”.

Ensuite, dans un second temps, on s'attachera à adapter la méthode pour pouvoir prendre en compte des données plus réalistes (non synthétiques) comme illustrés Figure 1.1. Notamment, il faudra être capable de récupérer d'une telle animation les données de mesure de vitesse du champ,

ce qui impliquera un lissage des données et possiblement de l'interpolation.

Une fois ces outils développés et mis en place, plusieurs extensions seront possibles. Une première idée sera de considérer des zones de confiance dans les données réalistes afin notamment d'éviter de lisser. Une seconde piste pourra porter sur la reconstruction du paramètre  $c$  à l'aide de l'estimateur d'état  $u$ . Enfin, une dernière piste pourra être de considérer des données non pas sur la vitesse mais directement sur la position du front d'ondes.

### 1.3 Déroulement du PFE

Ce PFE peut être adapté en fonction des souhaits de l'étudiant. Pour la mise en oeuvre numérique, elle devra se faire à l'aide de logiciels libres comme [Paraview](#), [GMSH](#) ou des codes à adapter que je pourrai fournir. Concernant le déroulement du PFE, des réunions régulières (toutes les semaines environ) seront organisées afin d'assurer le suivi.