Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Сунгурова Мариян Мухсиновна

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Исследовать математическую модель гармонического осциллятора.

2 Задание

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 1.5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 0.8\dot{x} + 3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 3.3\dot{x} + 0.1x = 0.1sin(3t)$

На интервале $t \in [0; 46]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.1,\ y_0 = -1.1$

3 Теоретическое введение

Гармонические колебания выделяются из всех остальных видов колебаний по следующим причинам: - Очень часто малые колебания, как свободные, так и вынужденные, которые происходят в реальных системах, можно считать имеющими форму гармонических колебаний или очень близкую к ней. - Как установил в 1822 году Фурье, широкий класс периодических функций может быть разложен на сумму тригонометрических компонентов — в ряд Фурье. Другими словами, любое периодическое колебание может быть представлено как сумма гармонических колебаний с соответствующими амплитудами, частотами и начальными фазами. Среди слагаемых этой суммы существует гармоническое колебание с наименьшей частотой, которая называется основной частотой, а само это колебание — первой гармоникой или основным тоном, частоты же всех остальных слагаемых, гармонических колебаний, кратны основной частоте, и эти колебания называются высшими гармониками или обертонами — первым, вторым и т.д. - Для широкого класса систем откликом на гармоническое воздействие является гармоническое колебание (свойство линейности), при этом связь воздействия и отклика является устойчивой характеристикой системы. С учётом предыдущего свойства это позволяет исследовать прохождение колебаний произвольной формы через системы.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Программная реализация модели гормонического осциллятора

Запишем функцию для решения модели линейного гормонического осциллятора.

Интервал $t \in [0; 46]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.1,\ y_0 = -1.1$. В Julia:

```
//Начальные условия и параметры

tspan = (0, 46)
p1 = [0, 1.5]
p2 = [0.8, 3]
p3 =  [3.3, 0.1]

du0 = [-1.1]
du = [0.1]

//без действий внешний силы

function harm_osc(du,u,p,t)
```

```
    g,w = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w^2 .* u[1] - g.*u[2]
end

//внешняя сила
f(t) = 0.1sin(3*t)

//с действием в нешней силы
function forced_harm_osc(du,u,p,t)
    g,w = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w^2 .* u[1] - g.*u[2] .+f(t)
end
```

Для задания воспользуемся функцией `SecondOrderODEProblem`:

```
problem1 = ODEProblem(harm_osc, [0.8, -1], tspan, p1)
solution1 = solve(problem1, Tsit5(),saveat=0.05)
problem2 = ODEProblem(harm_osc, [0.8, -1], tspan, p2)
solution2 = solve(problem2, Tsit5(),saveat=0.05)
problem3 = ODEProblem(forced_harm_osc, [0.8, -1], tspan, p3)
solution3 = solve(problem3, Tsit5(),saveat=0.05)
```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для колебания без затухания и без действия внешних сил:

```
model lab4

Real x(start=0.8);
```

```
Real y(start=-1);

parameter Real w=1.5;
parameter Real g=0;


equation
der(x) = y;
der(y) = -w^2*x-g*y;

end lab4;
```

Модель для колебания с затуханием и без действия внешних сил:

```
model lab4_

Real x(start=0.8);
Real y(start=-1);

parameter Real w=3.0;
parameter Real g=0.8;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w^2*x-g*y;

end lab4_;
```

Модель для колебания с затуханием и действием внешних сил:

```
model lab4
```

```
Real x(start=0.1);
Real y(start=-1.1);

parameter Real w=0.1;
parameter Real g=3.3;

Real p;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w^2*x-g*y;
p=0.1*sin(3*time);

end lab4;
```

4.2 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы. Сравнение графиков

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны(рис. fig. 4.1, fig. 4.2):

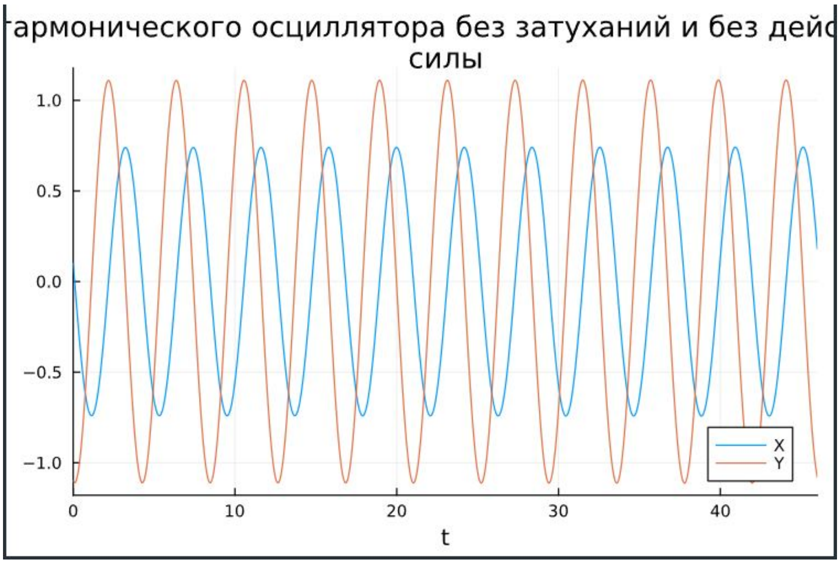

Рис. 4.1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. Julia

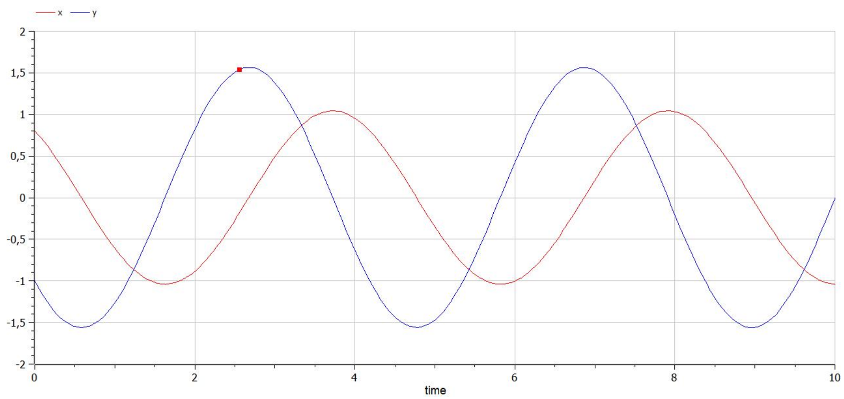

Рис. 4.2: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. OpenModelica

Можно видеть, что колебание осциллятора периодично, график не задухает.

4.3 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Графики, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны(рис. fig. **??**, fig. **??**):

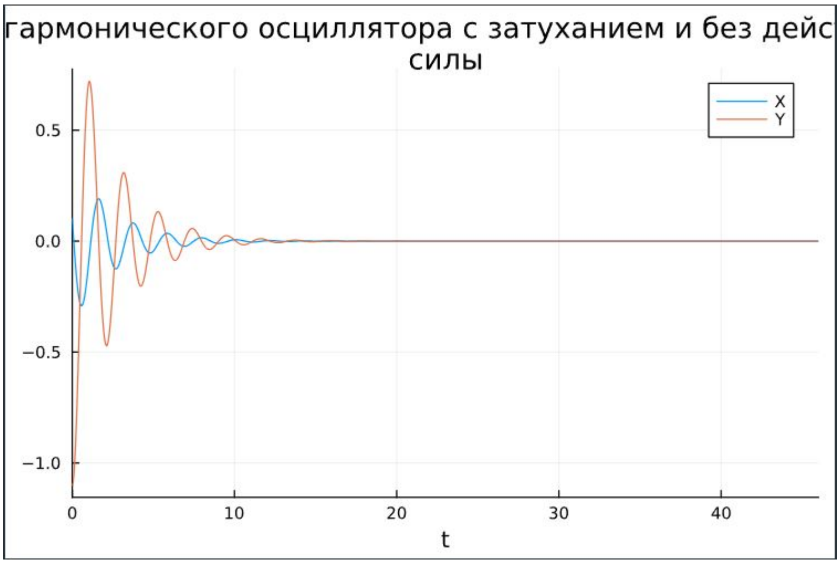

Рис. 4.3: Колебания гармонического осциллятора с затуханем и без действий внешней силы. Julia

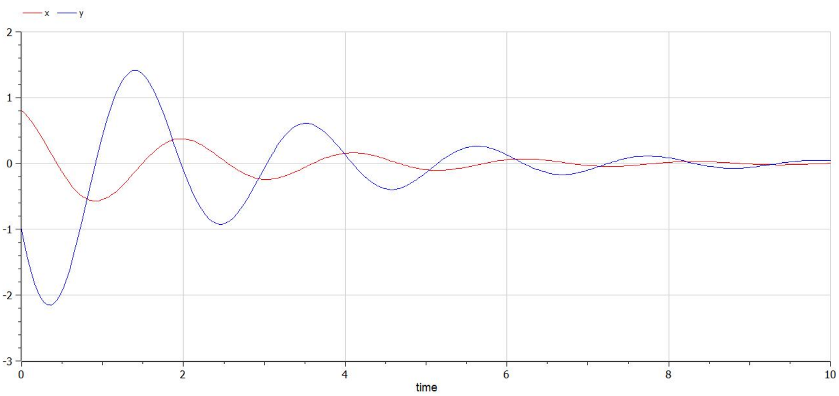

Рис. 4.4: Колебания гармонического осциллятора с затуханим и без действий внешней силы. OpenModelica

Можно видеть, что снчала происходят колебания осциллятора, а затем график затухает.

4.4 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Графики, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны(рис. fig. 4.5, fig. **??**):

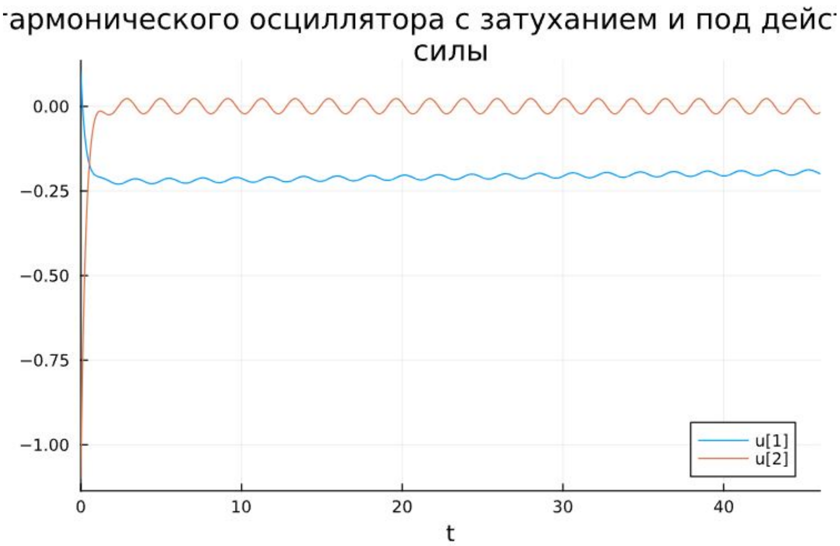

Рис. 4.5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы. Julia

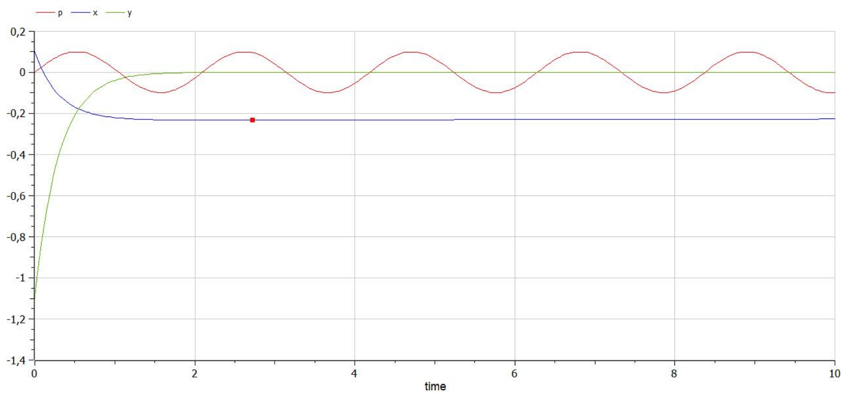

Рис. 4.6: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действий внешней силы. OpenModelica

Можно увидеть, что система приходит в состояние равновесия, период колебаний больше, чем в первом случае, так как затухание замедляет его.

5 Выводы

Построили математическую модель гармонического осциллятора и провели анализ.

Список литературы