

Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Сунгурова М. М.

30 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Сунгурова Мариян Мухсиновна
- студентка группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов

Вводная часть

Исследовать простейшую математическую модель конкуренции двух фирм.

Вариант 23

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2, \end{cases}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{(\tau_1^2 \tilde{p}_1 N q)}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{(\tau_2^2 * \tilde{p}_2 N q)}$, $b = \frac{p_{cr}}{(\tau_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_1^2 \tilde{p}_2^2 N q)}$, $c_1 = \frac{(p_{cr} - p_1)}{(\tau_1 \tilde{p}_1)}$,
 $c_2 = \frac{(p_{cr} - p_2)}{(\tau_2 \tilde{p}_2)}.$

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00014\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2, \end{cases}$$

Для обоих случаев рассмотри задачу со следующими начальными условиями: $M_0^1 = 7.1$, $M_0^2 = 8.1$.

И параметрами: $p_{cr} = 43$, $N = 87$, $\$q = 1 \$$, $\tau_1 = 27$, $\tau_2 = 20$, $\tilde{p}_1 = 12$, $\tilde{p}_1 = 9.7$

Формулировка задачи

- N – число потребителей производимого продукта.
 - τ – длительность производственного цикла
 - p – рыночная цена товара
 - \tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
 - q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
 - $\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время
1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
 2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

- Язык программирования `Julia`
- Библиотеки
 - `OrdinaryDiffEq`
 - `Plots`
- Язык программирования `OpenModelica`

Выполнение лабораторной работы

Зададим функцию для решения модели эффективности рекламы. Возьмем интервал $t \in [0; 20]$. Рассмотрим сначала реализацию в Julia. Зададим начальные условия и функции для двух случаев:

```
p_cr = 43
tau1 = 27
p1 = 12  #себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 20 #длительность производственного цикла фирмы 2
p2 = 9.7 #себестоимость продукта у фирмы 2
N = 87 #число потребителей производимого продукта
q = 1 #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q)
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q)
b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q)
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1)
```

```
constant1 = 0
constant2 = 0.00014
p1 = [a1,a2,b,c1,c2,constant1]
p2 = [a1,a2,b,c1,c2,constant2]

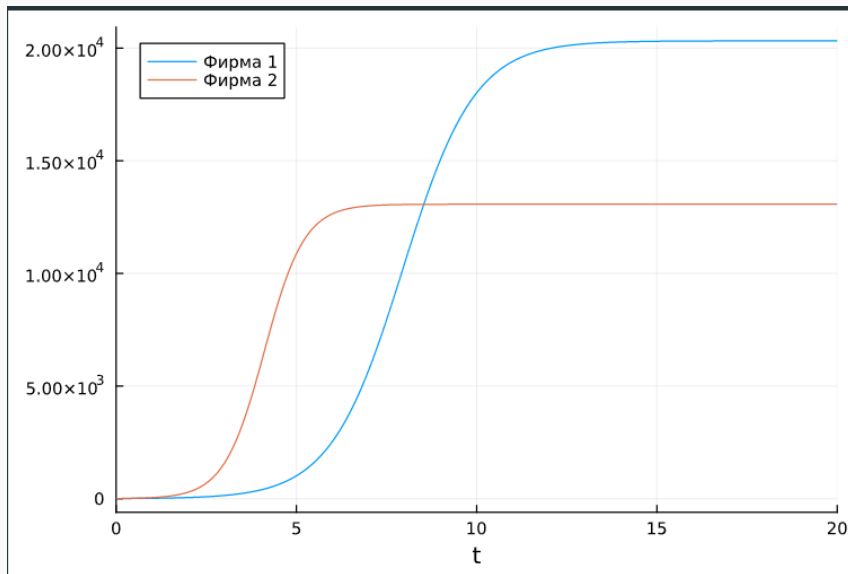
tspan = (0, 20)
u0=[7.2;8.2]

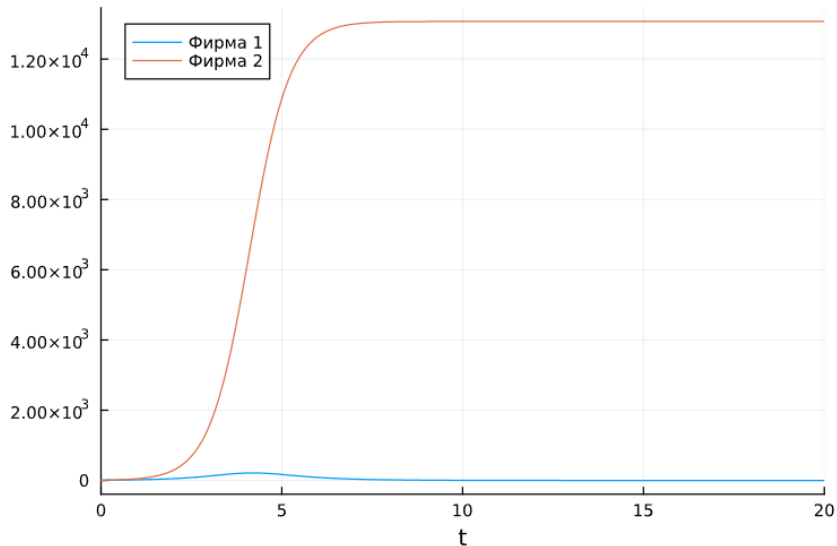
function syst(du,u,p,t)
    a1, a2, b, c1, c2, constant = p
    du[1] = u[1] - (a1/c1)*u[1]*u[1] - (b/c1+constant)*u[1]*u[2]
    du[2] = (c2/c1)*u[2] - (a2/c1)*u[2]*u[2] - (b/c1)*u[1]*u[2]
end
```

Для задания проблемы используется функция `ODEProblem`, а для решения – численный метод `Tsit5()`:

```
prob1 = ODEProblem(syst, u0, tspan, p1)
solution1 = solve(prob1, Tsit5(), saveat = 0.001)
plot(solution1, labels = ["Фирма 1" "Фирма 2"])
```

```
prob2 = ODEProblem(syst, u0, tspan, p2)
solution2 = solve(prob2, Tsit5(), saveat = 0.001)
plot(solution2, labels = ["Фирма 1" "Фирма 2"])
```





Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для первого случая:

```
model lab8
```

```
Real M1(start=7.2);
```

```
Real M2(start=8.2);
```

```
parameter Real p_cr = 43 ; //критическая стоимость продукта
```

```
parameter Real tau1 = 27; //длительность производственного цикла фирмы 1
```

```
parameter Real p1 = 12; //себестоимость продукта у фирмы 1
```

```
parameter Real tau2 = 20; //длительность производственного цикла фирмы 2
```

```
parameter Real p2 = 9.7; //себестоимость продукта у фирмы 2
```

```
parameter Real N = 87; //число потребителей производимого продукта
```

```
parameter Real q = 1; //максимальная потребность одного человека в продукте в
```

```
parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);  
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);  
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);  
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);  
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
```

```
equation
```

```
der(M1) = (c1/c1)*M1 - (a1/c1)*M1*M1 - (b/c1)*M1*M2;  
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2*M2 - (b/c1)*M1*M2;
```

```
end lab8;
```

Модель для второго случая:

```
model lab8
```

```
Real M1(start=7.2);
```

```
Real M2(start=8.2);
```

```
parameter Real p_cr = 43 ; //критическая стоимость продукта
```

```
parameter Real tau1 = 27; //длительность производственного цикла фирмы 1
```

```
parameter Real p1 = 12; //себестоимость продукта у фирмы 1
```

```
parameter Real tau2 = 20; //длительность производственного цикла фирмы 2
```

```
parameter Real p2 = 9.7; //себестоимость продукта у фирмы 2
```

```
parameter Real N = 87; //число потребителей производимого продукта
```

```
parameter Real q = 1; //максимальная потребность одного человека в продукте в
```

```
parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

equation
der(M1) = (c1/c1)*M1 - (a1/c1)*M1*M1 - (b/c1 + 0.00014)*M1*M2;
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2*M2 - (b/c1)*M1*M2;

end lab8;
```

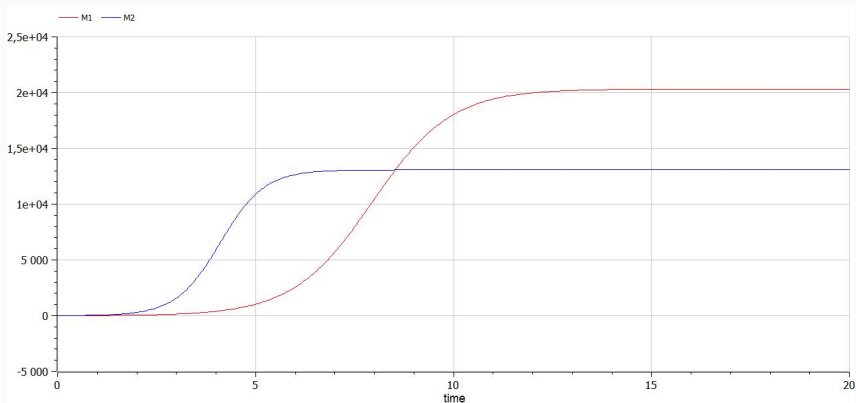


Рис. 3: График изменения оборотных средств для первого случая. OpenModelica

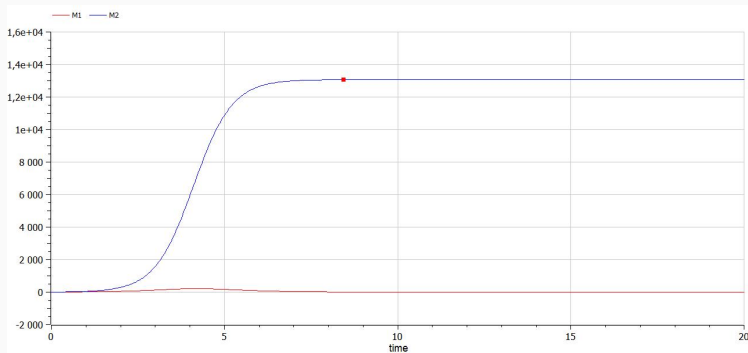


Рис. 4: График изменения оборотных средств для второго случая. OpenModelica

Выводы

Построили математическую модель конкуренции двух фирм.

Список литературы

1. Малыхин В.И. Математическое моделирование экономики. М., УРАО, 1998. 160 с.