

# Презентация к докладу

Модель экономического роста Солоу

---

Сунгурова Мариян М.

23 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Сунгурова Мариян Мухсиновна
- студентка группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов

## Вводная часть

---

Рассмотреть модель экономического роста Солоу.

Роберт Мертон Солоу — американский экономист, автор модели Солоу, лауреат Нобелевской премии 1987 года «за фундаментальные исследования в области теории экономического роста».

Основной вопрос теории экономического роста.

Как объяснить различия в уровне жизни между странами в текущий момент времени и в исторической перспективе? Начинаем искать ответ не с глубинных причин, а с тех, которые лежат на поверхности. Объемы производства товаров и услуг разные, потому что: 1. Численность населения разная 2. Запас средств производства (капитала) и природных ресурсов различен 3. Уровень технологий, знаний и навыков различается 4. Уровень инфраструктуры и организации различается

Объем ВВП экономики ( $Y$ ) зависит от количества рабочих (часов) ( $L$ ), запаса средств производства (капитала) ( $K$ ) и уровня технологий, знаний ( $A$ ) Производственная функция ставит в соответствие факторам производства объем созданной добавленной стоимости

$$Y = F(K, L, A)$$

Свойства производственной функции 1. Факторы производства необходимы  $F(0, L, A) = F(K, 0, A) = 0$  2. Предельный продукт труда, капитала, знаний положителен 3. Выполнен закон убывающей предельной производительности



Производственная функция обладает свойством постоянной отдачи от масштаба по труду и капиталу

$$F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda F(K, L, A)$$

Продифференцировав уравнение по  $\lambda$ , получим, что для производственной функции с постоянной отдачей от масштаба по труду и капиталу выполнено:

$$F(K, L, A) = F'_L L + F'_K K$$

## Выполнение лабораторной работы

---

1. Используется в процессе производства, но не расходуется полностью в рамках производственного цикла
2. Обладает ценностью, рыночной стоимостью. Как следствие, может быть перепродан или использован в виде залоговой

Капитал - часть совокупного богатства нации (в модели Солоу единственный вид богатства)

**В модели Солоу рассматривается закрытая экономика.** Фирмы максимизируют свою прибыль. Фирмы функционируют в условиях совершенной конкуренции. Темпы технологического прогресса  $g$ , роста населения  $n$  и норма выбытия капитала  $\delta$  – постоянны. Время изменяется непрерывно.

## Задача фирмы

В рыночной экономике производство осуществляется частными компаниями (фирмами). Фирмы принадлежат владельцам (акционерам), которые заинтересованы в максимизации ее стоимости, т.е. максимизации дисконтированного потока прибылей от ее деятельности.

В модели Солоу задача максимизации стоимости компании эквивалентна задачи максимизации прибыли в каждый момент времени.

Фирмы оплачивают стоимость труда ( $wL$ ), где  $w$ - заработная плата и арендную стоимость капитала (плата за единицу аренды капитала)  $((r + \delta)K)$ , где  $r$ - процентная ставка,  $\delta$  - норма износа капитала (амортизация)(стоимостная оценка износа основного капитала за определенный период времени).

$$\max K, L (Y - wL - (r + \delta)K)$$

где  $Y = F(K, L, A)$

Предположим, что рынки товаров и факторов производства являются конкурентными

Цены ресурсов совпадают с предельным продуктом от их использования (Цены на ресурсы совпадают с предельным продуктом их использования на конкурентном рынке, когда рынок находится в равновесии. Предельный продукт использования ресурсов – дополнительный выпуск или результат, полученный за счет использования еще одной единицы ресурса при сохранении других ресурсов постоянными.), так как рынки конкурентные и выполнено свойство CRS (свойство постоянной отдачи от масштаба по труду и капиталу), получим, что:

$$Y = wL + (r + \delta)K$$

Весь ВВП полностью расходуется на оплату доходов труда и капитала, прибыль равна нулю.

Домохозяйство (households) – обладает единым бюджетом (доходами и расходами).

В рыночной экономике домашние хозяйства являются собственниками факторов производства (труда и капитала) и получают доходы от их использования

$$Y = wL + (r + \delta)K$$

Домашние хозяйства распределяют располагаемый доход между потреблением ( $C(t)$ ) и личными сбережениями ( $SP(t)$ ).

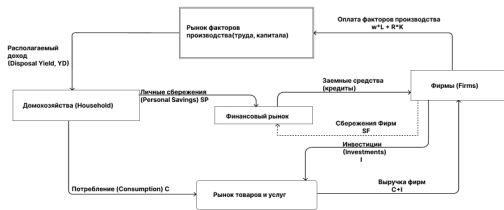
Потребление ( $C$ ) – расходы домохозяйств на покупку 1) товаров текущего потребления 2) товаров длительного пользования 3) услуг

В модели Солоу предполагается, что фиксированная доля дохода  $s$  идет на сбережения.

$$SP(t) = SY(t)$$

В двухсекторной экономике (домохозяйств и фирм) все что производится, тратится на потребление ( $C$ ) и инвестиции (включая инвестиции в запасы) ( $I$ ).

$$Y(t) \equiv C(t) + I(t)$$





$k = \frac{K}{LA}$  - капиталовооруженность труда, где  $L(t)$  – труд,  $K(t)$  – капитал и  $A(t)$  – параметр технологического процесса в момент времени .

В момент времени  $t$  капитал увеличивается на величину инвестиций, то есть на  $I(t)$ , и изнашивается на  $\delta K(t)$ , таким образом, можно записать производную капитала по времени  $\dot{K}(t)$  в следующем виде:

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)$$

$I(t)$  - инвестиции в капитал,  $K(t)$  - запас капитала,  $\delta$  - норма амортизации

Темпы роста населения и технологического прогресса постоянные:

$$\frac{\dot{L}}{L} = n = \textit{const}$$

$$\frac{\dot{A}}{A} = g = \textit{const}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= \frac{\dot{K}(t)}{L(t)E(t)} - \frac{K(t)(\dot{L}(t)A(t) + \dot{A}(t)L(t))}{(L(t)A(t))^2} \\ &= \frac{SY(t) - \delta K(t)}{L(t)A(t)} - \frac{K}{LA} \left( \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} - \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} \right) = SF(k) - (n + g + \delta)k(t) \end{aligned}$$

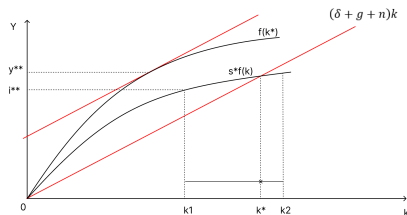
где  $\dot{L}(t)$  – производная труда по времени,  $\dot{A}(t)$  – производная эффективности труда по времени. Если инвестиции на единицу эффективного труда  $SF(k)$  превышают выбытие капитала на единицу активного труда  $(n + g + \delta)k(t)$  то капиталовооруженность труда с постоянной эффективностью  $k$  растет, в противном случае – падает.

В стационарном состоянии уровень капитала на единицу эффективного труда  $k$  постоянен, т.е.  $\dot{k}(t) = 0$

Значит устойчивый уровень капиталовооруженности труда с постоянной эффективностью  $k^*$  находится из уравнения :

$$SF(k^*) = (n + g + \delta)k^*$$

## Равновесное состояние в модели Солоу



$y^{**}$  - стационарный уровень ВВП на душу населения

$i^{**}$  - стационарный уровень инвестиций на одного работника

$c^{**} = y^{**} - i^{**}$  - стационарный уровень потребления на душу населения

При росте нормы сбережений инвестиции превышают выбытие капитала,  $k$  растет до достижения равновесия.

При расположении капитала в точке  $k_1 < k$ , инвестиции превышают выбытие капитала, значит капиталовооруженность будет увеличиваться, пока не достигнет уровня  $k$ .

Если же запасы в точке  $k_2 > k$ , то инвестиции меньше, чем выбытие, и запасы будут снижаться, пока не приблизятся к точке  $k$ .

Важно понимать, что в каком бы положении ни находилась экономика государства, она всегда будет стремиться к стационарному (устойчивому) состоянию.

Если параметр  $A$  постоянный, рост доходов на душу населения в долгосрочном периоде равен 0.

Устойчивый рост возможен лишь в случае устойчивого роста параметра  $A$  - технического прогресса.

Влияют ли инвестиции на рост?

Графически «Золотое правило»(или иными словами оптимальный уровень нормы сбережения) в модели Солоу показано на иллюстрации. Выбирается такая норма сбережений, при которой наклон кривой  $f(k)$  равен  $(n + g + \delta)k$ , поскольку именно в этой точке превышение кривой  $f(k)$  над кривой  $(n + g + \delta)k$  которое и составляет потребление  $c$ , максимально.

Таким образом, норма сбережений, обеспечивающая максимальный устойчивый уровень потребления, равна эластичности выпуска по капиталу в устойчивом состоянии, соответствующему этой норме сбережений. Полученное значение  $s^{**}$  называют «Золотым правилом» нормы сбережения



## Выводы

---

Разработанная Солоу модель экзогенного экономического роста объясняет важность инноваций и технического прогресса и рассматривает экономический рост как результат действия трех движущих сил – труда, капитала и технологий.

Однако если ресурсы труда и капитала ограничены, то вклад технологий в рост безграничен. Только технологический прогресс может дать больший объем ВВП при заданном количестве труда и капитала.

## Список литературы

---

1. модель Солоу [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL:  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C\\_%D0%A1%D0%BE](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%A1%D0%BE)
2. Дмитрий Александрович Веселов, Кафедра макроэкономического анализа НИУ ВШЭ,  
Лекции 2. Модели рыночной экономики: модель Солоу и модель кругооборота. Роль  
государства в экономике 2014
3. Модель Солоу [Электронный ресурс]. Econs.online, 2023. URL:  
[https://econs.online/articles/ekonomika/robert-solou-sosushchestvovanie-kraynego-](https://econs.online/articles/ekonomika/robert-solou-sosushchestvovanie-kraynego-bogatstva-i-krayney-nishchety-kazhetsya-mne-amoralnym/)  
[bogatstva-i-krayney-nishchety-kazhetsya-mne-amoralnym/](#)
4. Л.Притчина, Ю.Кавин, ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
МОДЕЛИ СОЛОУ В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ SIMULINK
5. Конозова А.В., Модель экономического роста P.Солоу (Model of economic growth of R.  
Solow)