

Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Сунгурова Мариян Мухсиновна

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	7
4.1	Программная реализация модели эпидемии	7
4.2	Графики решений	11
5	Выводы	13
	Список литературы	14

Список иллюстраций

4.1	График изменения числа особей для случая $I(0) < I^*$. OpenModelica	11
4.2	График изменения числа особей для случая $I(0) < I^*$. Julia	11
4.3	График изменения числа особей для случая $I(0) > I^*$. OpenModelica	12
4.4	График изменения числа особей для случая $I(0) > I^*$. Julia	12

1 Цель работы

Исследовать простейшую математическую модель эпидемии(SIR).

2 Задание

Вариант 23

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 10850$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 209$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 42$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если $I(0) < I^*$
- 2) если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Задача об эпидемии Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Программная реализация модели эпидемии

Зададим функцию для решения модели эпидемии. Возьмем интервал $t \in [0; 200]$ с начальными условиями $N = 10850$, $I(0)=209$, $R(0)=42$, $S(0)=N-I(0)-R(0)$. Зададим функции для случаев если $I(0) < I^*$ и если $I(0) > I^*$. Рассмотрим сначала реализацию в Julia. Зададим начальные условия и функции для двух случаев:

```
R = 42
```

```
I = 209
```

```
N = 10850
```

```
S = N-R-I
```

```
p = [0.1, 0.05]
```

```
u0 = [S,I,R]
```

```
tspan=(0.0,200.0)
```

Функции для решения случаев $I(0) > I^*$ и $I(0) < I^*$

```
function sir!(du,u,p,t)
```

```
    b,g = p
```

```
    S, I, R = u
```

```
    N = S+I+R
```

```
    du[1] = -b*u[2]*u[1]/N
```

```
    du[2] = b*u[2]*u[1]/N - g*u[2]
```

```
    du[3] = g*u[2]
```

```
end
```

```
function sir_0!(du,u,p,t)
```

```
    b,g = p
```

```
    du[1] = 0
```

```
    du[2] = - g*u[2]
```

```
    du[3] = g*u[2]
```


end

Для задания проблемы используется функция `ODEProblem`, а для решения – численный метод `Tsit5()`:

```
prob = ODEProblem(sir!,u0,tspan,p)
```

```
solution = solve(prob, Tsit5())
```

```
plot(solution, label=["S", "I", "R"])
```

```
problem = ODEProblem(sir_0!,u0,tspan,p)
```

```
solution = solve(problem, Tsit5())
```

```
plot(solution, label=["S", "I", "R"])
```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для $I(0) > I^*$:

```
model lab6
```

```
parameter Real N = 10850;
```

```
parameter Real b = 0.1;
```

```
parameter Real g = 0.05;
```

```
Real S(start = N - 209 - 42);
```

```
Real I(start = 209);
```

```
Real R(start = 42);
```

equation

```
der(S) = -b*S*I/N;  
der(I) = b*S*I/N - g*I;  
der(R) = g*I;
```

end lab6;

Модель случая $I(0) < I^*$:

model lab6_2

```
parameter Real I_0 = 209;  
parameter Real R_0 = 42;  
parameter Real S_0 = 10599;  
parameter Real N = 10850;  
parameter Real b = 0.1;  
parameter Real c = 0.05;
```

```
Real S(start=S_0);  
Real I(start=I_0);  
Real R(start=R_0);
```

equation

```
der(S) = 0;  
der(I) = - c*I;  
der(R) = c*I;
```

end lab6_2;

4.2 Графики решений

Посмотрим график изменения числа особей в каждой из трех групп при $I(0) < I^*$ (рис. fig. 4.1, fig. 4.2):

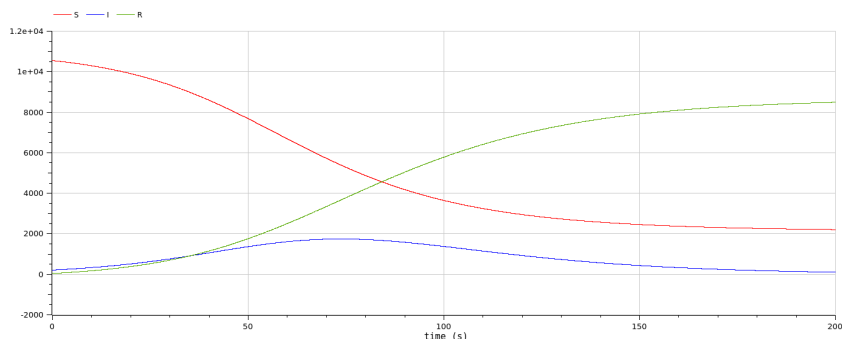


Рис. 4.1: График изменения числа особей для случая $I(0) < I^*$. OpenModelica

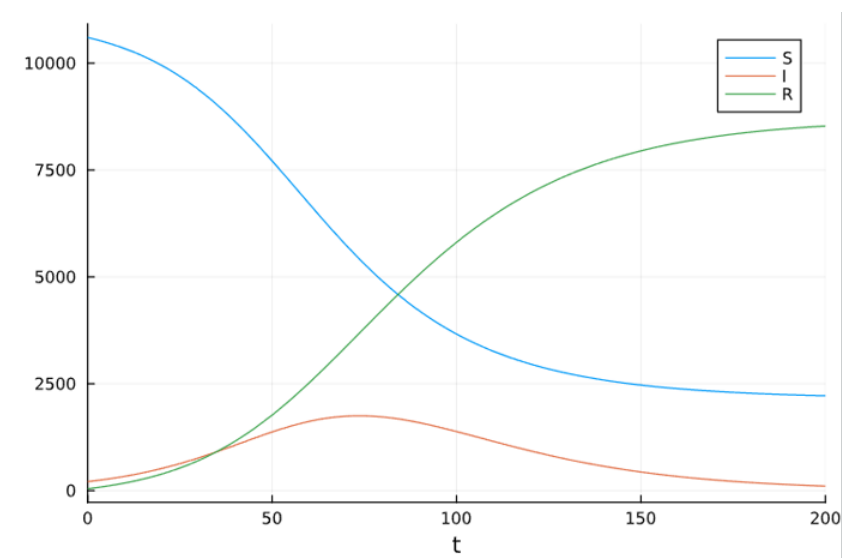


Рис. 4.2: График изменения числа особей для случая $I(0) < I^*$. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что число здоровых не изменяется, так как в этом случае все заражённые изолированы. При это заражённые выздоравливают и приобретают иммунитет.

Посмотрим график изменения числа особей в каждой из трех групп при $I(0) < I^*$ (рис. fig. 4.3, fig. 4.4):

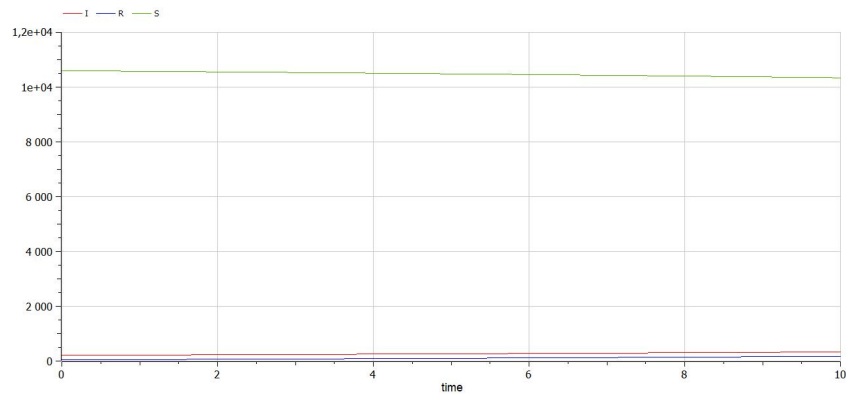


Рис. 4.3: График изменения числа особей для случая $I(0) > I^*$. OpenModelica

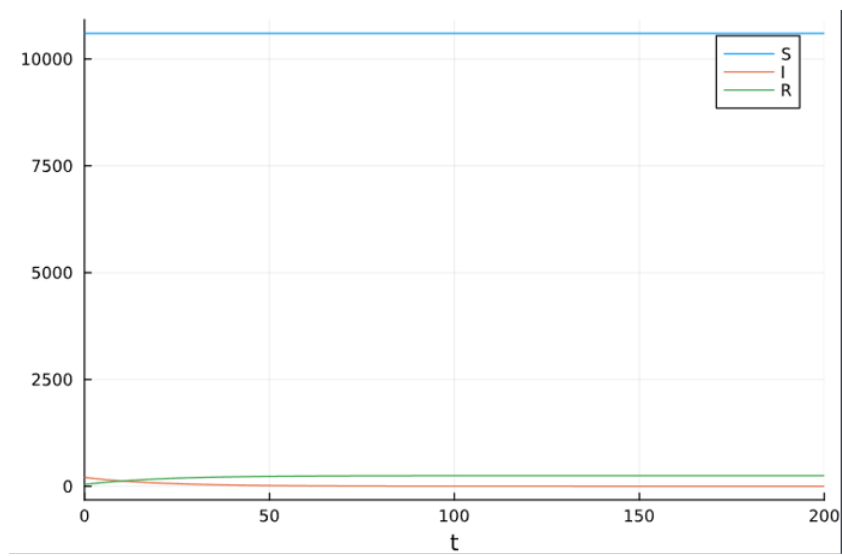


Рис. 4.4: График изменения числа особей для случая $I(0) > I^*$. Julia

5 Выводы

Построили математическую модель эпидемии.

Список литературы