Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Сунгурова Мариян Мухсиновна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска на примере решения задачи о погоне.

2 Задание

Вариант 23

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,8 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка M равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки N такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки M.

4 Выполнение лабораторной работы

Примем за t0=0 , хл0 = 0 - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, xk0 - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров хлх, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояниех (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (илиk $x - k$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{k-x}{v}$.

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{3.8v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{3.8v}$$

Отсюда мы найдем два значения $x1$ = $\frac{5k}{24}$, $x2$ = $\frac{5k}{14}$, задачу будем решать для двух случаев. Скорость катера раскладываем на две составляющие: vr - радиальная скорость, vt - тангенциальная скорость.Нам нужно, чтобы радиальная скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаемd $\frac{dr}{dt} = v$

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса - vt = $r\frac{d\theta}{dt}$

$$vt = \sqrt{(3.8)^2 v^2 - v^2} = \sqrt{13.44}v$$

Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{13.44}v$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{13.44}v \end{cases}$$

С начальными условиями:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Рассмотрим начальные условия:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

Построим траекторию движения катера и лодки для данного случая. Ниже приведен код на языке Julia:

```julia
r0 = (5*s)/14
theta1 = (0.0, 2*pi)
theta2 = (-pi, pi)
```
✓ 0.3s

```
(-3.141592653589793, π)
```

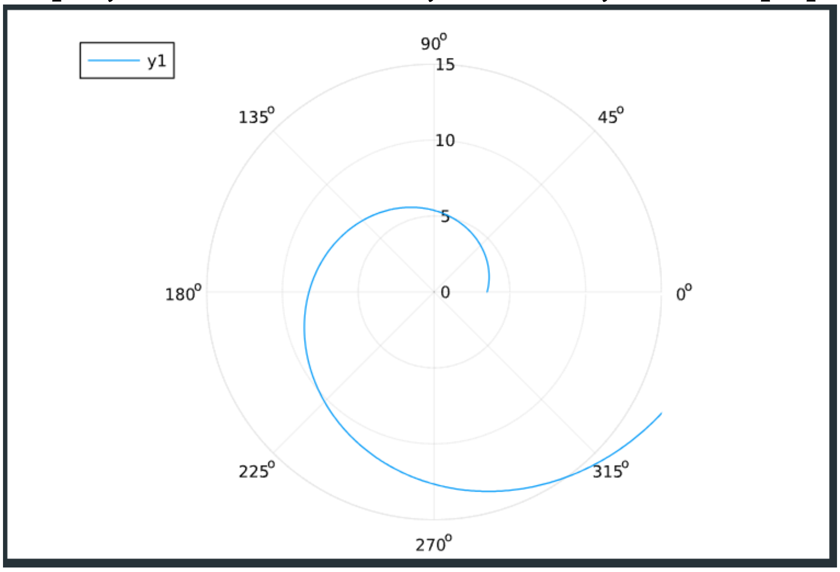
```julia
func(u, p, t) = u/sqrt(13.44)
```
✓ 0.1s

```julia
using DifferentialEquations

prob = ODEProblem(func, r0, theta1)
```
✓ 17.4s

```
ODEProblem with uType Float64 and tType Float64. I
timespan: (0.0, 6.283185307179586)
u0: 3.5
```

```julia
res = solve(prob, saveat=0.01)
```
✓ 4.5s

В результатае был получен следующий график движения катера



Для второго случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

```
r0 = (5*s)/24
```
✓ 0.0s

```
2.0416666666666665
```

```
func2(u, p, t) = u/sqrt(13.44)
```
✓ 0.0s

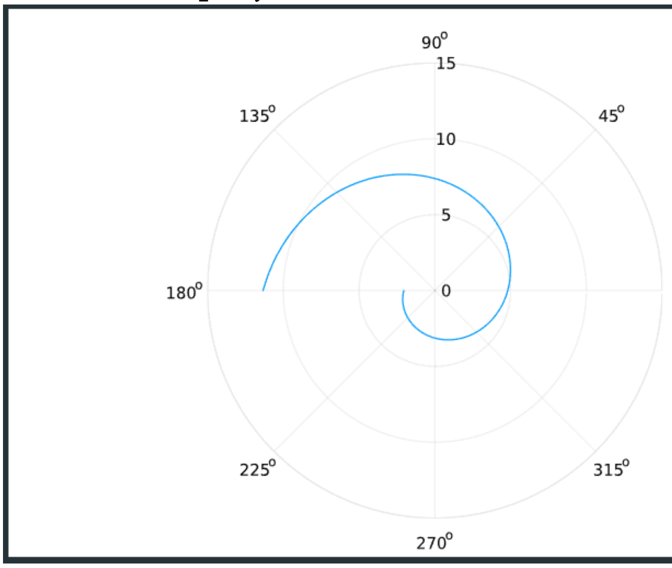
```
func2 (generic function with 1 method)
```

```
theta1 = (0.0, 2*pi)
theta2 = (-pi, pi)
```
✓ 0.0s

```
(-3.141592653589793, π)
```

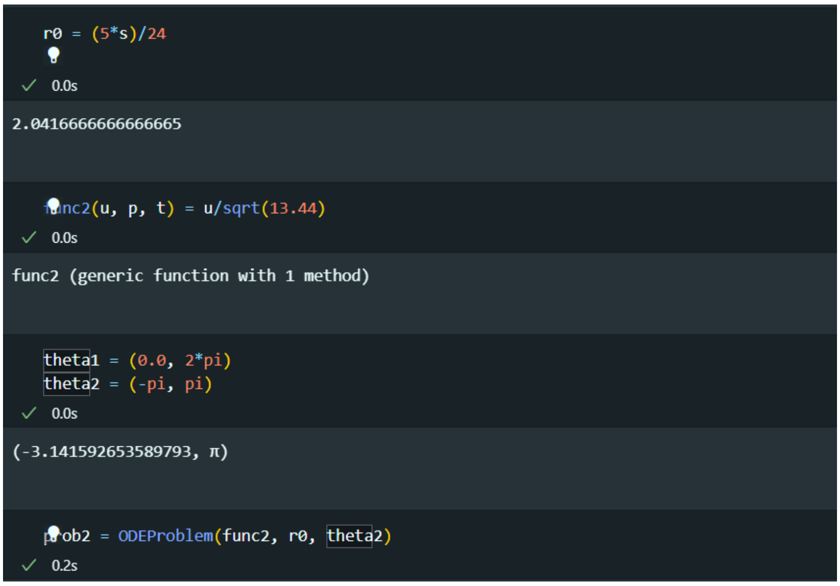
```
prob2 = ODEProblem(func2, r0, theta2)
```
✓ 0.2s

В результатае был



получен следующий график движения катера

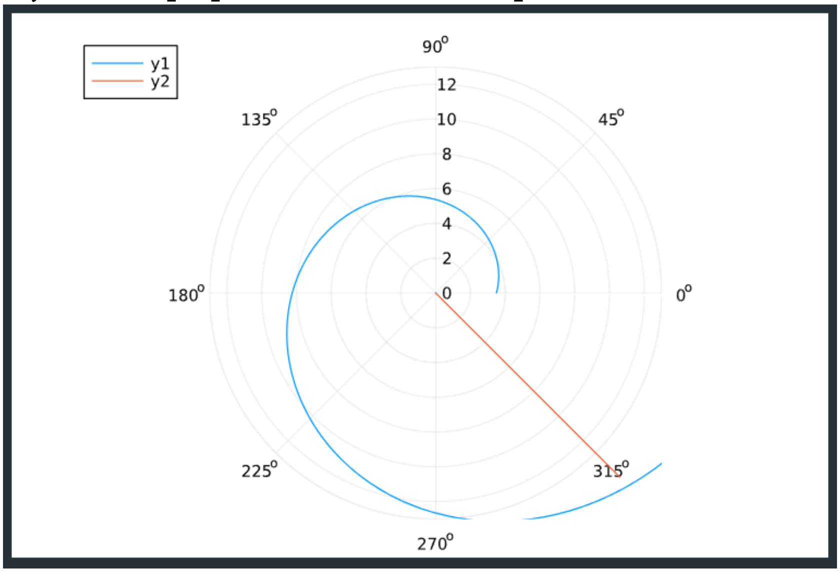
Рассмотрим движение лодки



```
r0 = (5*s)/24
✓ 0.0s
2.0416666666666665

func2(u, p, t) = u/sqrt(13.44)
✓ 0.0s
func2 (generic function with 1 method)

theta1 = (0.0, 2*pi)
theta2 = (-pi, pi)
✓ 0.0s
(-3.141592653589793, π)

prob2 = ODEProblem(func2, r0, theta2)
✓ 0.2s
```

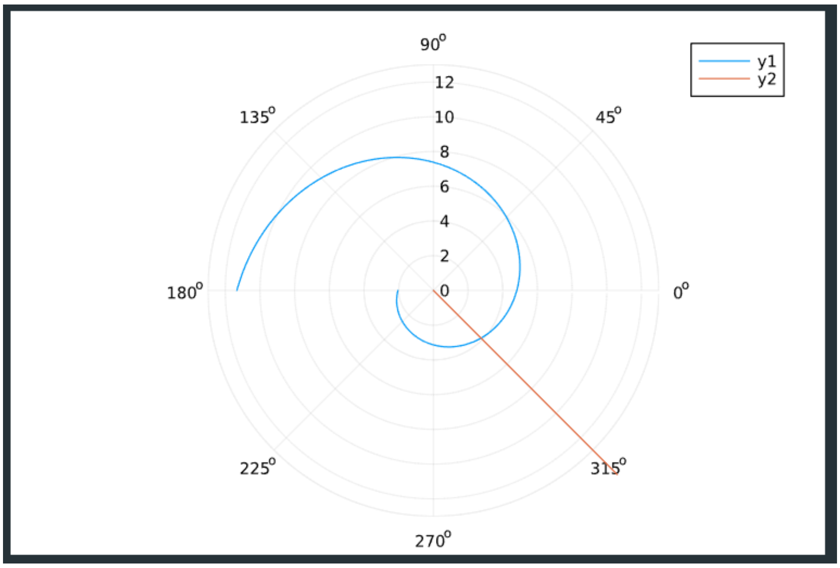
Рис. 4.1: Снимок экрана

В результатае был получен следующий график движения катера и лодки



для первого начального условия

В результатае был получен следующий график движения катера и лодки

для второго начального условия 

5 Выводы

Построена математическая модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска на примере решения задачи о погоне.

Список литературы