

# **Лабораторная работа №7**

**Эффективность рекламы**

Сунгурова Мариян М.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Программная реализация модели эпидемии . . . . .	8
4.2	Посмотрение графиков решений и их анализ . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>16</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>17</b>

## Список иллюстраций

4.1	График изменения интенсивности рекламы для первого случая. OpenModelica . . . . .	13
4.2	График изменения интенсивности рекламы для первого случая. Julia	13
4.3	График изменения интенсивности рекламы для второго случая. OpenModelica . . . . .	14
4.4	График изменения интенсивности рекламы для второго случая. Julia	14
4.5	График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. OpenModelica . . . . .	15
4.6	График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. Julia	15

# 1 Цель работы

Исследовать простейшую математическую модель эффективности рекламы.

## 2 Задание

### Вариант 23

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.51 + 0.000099(t)n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.0000019 + 0.99(t)n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.99 + 0.3\cos(4t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 945$ , в начальный момент о товаре знает 13 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

### 3 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t)$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от

затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1 + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1 > \alpha_2$  получается модель типа модели Мальтуса. При  $\alpha_2 > \alpha_1$  получаем уравнение логистической кривой.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Программная реализация модели эпидемии

Зададим функцию для решения модели эффективности рекламы. Возьмем интервал  $t \in [0; 20]$  для первого случая и  $t \in [0; 0.05]$  для второго и третьего, а также начальное условие  $n_0 = 12$  и параметры. Рассмотрим сначала реализацию в Julia. Зададим начальные условия и функции для трех случаев:

```
n0 = 12
```

```
p1 = [0.51, 0.000099, 945]
```

```
p2 = [0.000019, 0.99, 945]
```

```
p3 = [0.99, 0.3, 945]
```

```
tspan1 = (0,20)
```

```
tspan2 = (0,0.05)
```

```
f(n, p, t) = (p[1] + p[2]*n)*(p[3]-n)
```



```
f3(n, p, t) = (p[1]*t + p[2]*cos(4*t)*n)*(p[3]-n)
```

Для задания проблемы используется функция `ODEProblem`, а для решения – численный метод `Tsit5()`:

```
prob1 = ODEProblem(f, n0, tspan1, p1)
```

```
prob2 = ODEProblem(f, n0, tspan1, p2)
```

```
prob3 = ODEProblem(f3, n0, tspan2, p3)
```

```
sol1 = solve(prob1, Tsit5())
```

```
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
```

```
sol3 = solve(prob3, Tsit5())
```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для первого случая:

```
model lab7
```

```
Real n(start=13);
```

```
parameter Real a1 = 0.51;
```

```
parameter Real a2 = 0.000099;
```

```
parameter Real N = 945;
```

```
equation
```

```
der(n) = (a1 - a2*n)*(N - n);
```

```
end lab7;
```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для второго случая:

```
model lab7
```

```
Real n(start=13);
```

```
parameter Real a1 = 0.51;
```

```
parameter Real a2 = 0.000099;
```

```
parameter Real N = 945;
```

```
equation
```

```
der(n) = (a1 - a2*n)*(N - n);
```

```
end lab7;
```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для третьего случая:

```
model lab7
```

```
Real n(start=13);
```

```
parameter Real a1 = 0.99;
```

```
parameter Real a2 = 0.3;
```

```
parameter Real N = 945;
```

```
p = time;
```

```
q = cos(4*time);
```

```
equation
```

```
der(n) = (a1*p - a2*q*n)*(N - n);
```

```
end lab7;
```

## **4.2 Посмотрение графиков решений и их анализ**

Посмотрим график распространения рекламы для первого случая(рис. fig. 4.1, fig. 4.2):

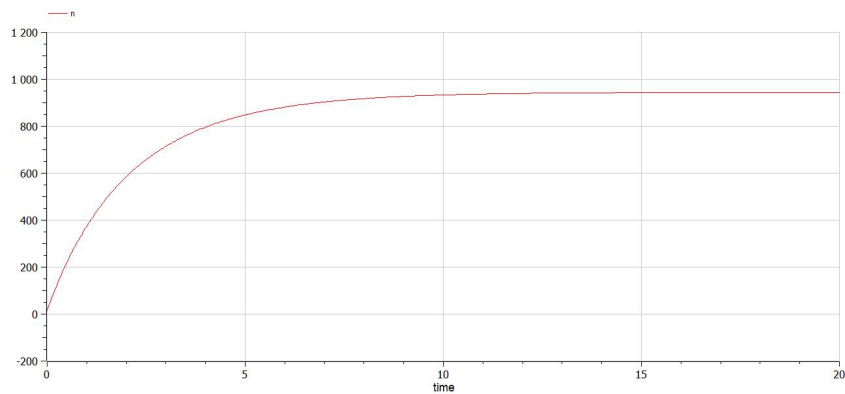


Рис. 4.1: График изменения интенсивности рекламы для первого случая. OpenModelica

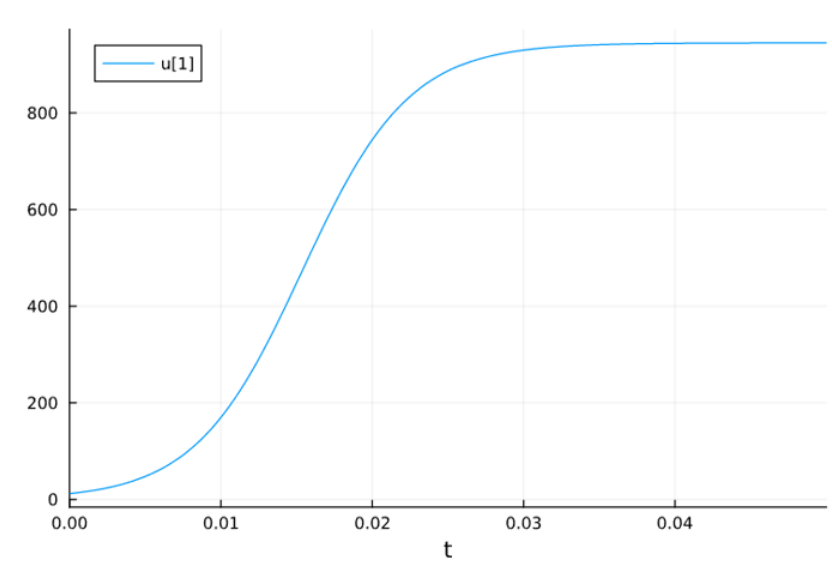


Рис. 4.2: График изменения интенсивности рекламы для первого случая. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что распространение рекламы сначала быстро увеличивается, а затем перестает меняться.

Посмотрим график распространения рекламы для второго случая(рис. fig. 4.3, fig. 4.4):

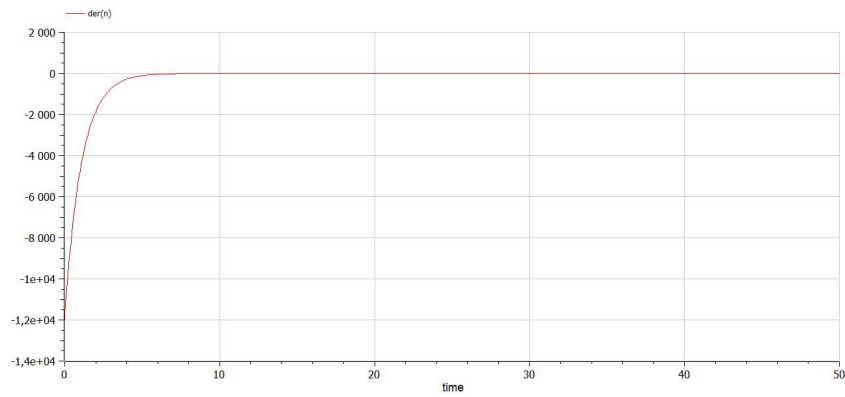


Рис. 4.3: График изменения интенсивности рекламы для второго случая. OpenModelica

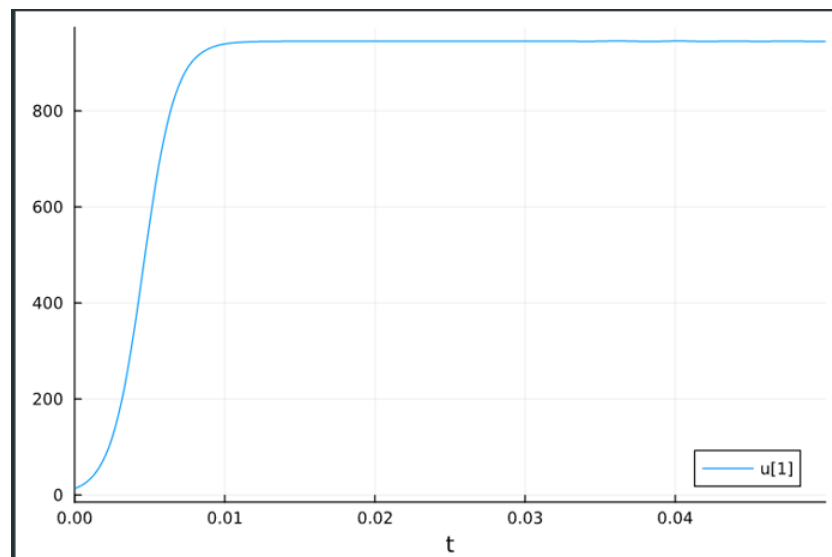


Рис. 4.4: График изменения интенсивности рекламы для второго случая. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что распространение рекламы сначала быстро увеличивается, а затем перестает меняться.

Посмотрим график распространения рекламы для третьего случая(рис. fig. 4.5, fig. 4.6):

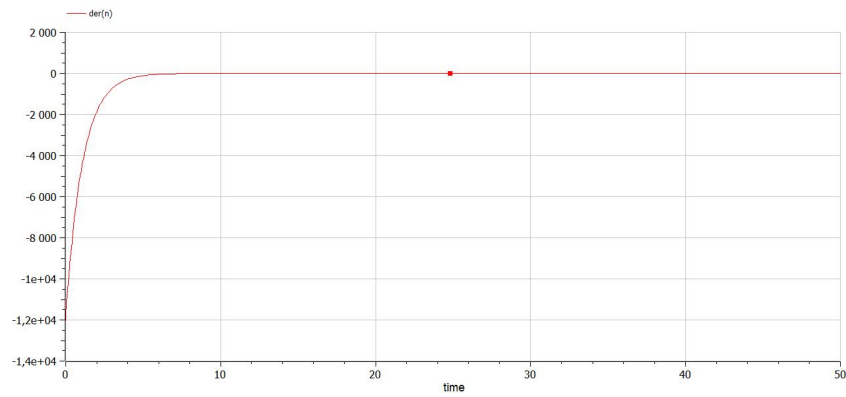


Рис. 4.5: График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. OpenModelica

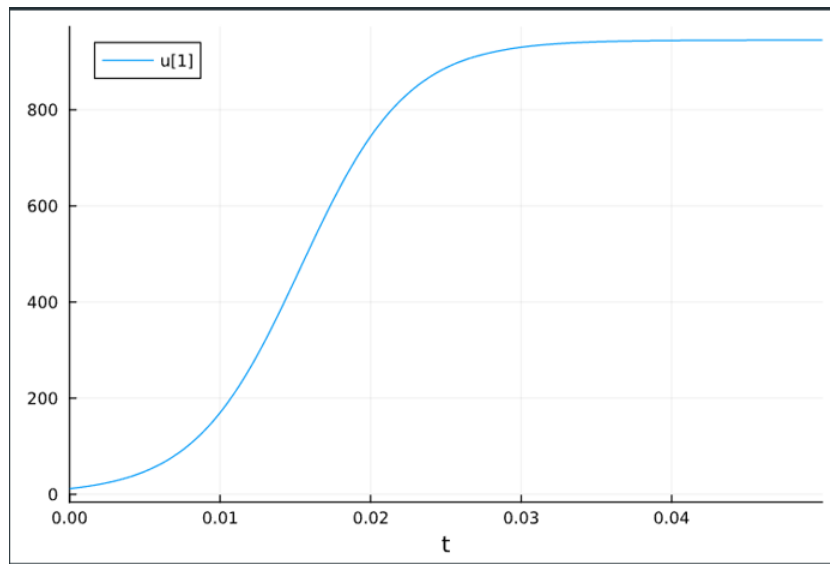


Рис. 4.6: График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что распространение рекламы сначала быстро увеличивается, а затем перестает меняться.

## **5 Выводы**

Построили математическую модель эффективности рекламы.



## **Список литературы**