Векторные представления слов

Математические методы анализа текстов
осень 2021

Попов Артём Сергеевич

14 сентября 2021

Этапы решения NLP-задачи

1. Выбор метрики качества
2. Сбор обучающих и тестовых данных
3. Предобработка данных
4. **Формирование признакового описания текста**
5. Выбор подхода и класса моделей
6. Обучение моделей и настройка решения

Простейшее признаковое описание текста — мешок слов (bag of words):

- $v_d = \{n_{wd}\}_{w \in W}$ — признаковое представление документа d
- W — множество уникальных слов коллекции (словарь)
- n_{wd} — сколько раз слово w встречается в документе d

Агрегация представлений слов для представлений документа

1. Каждому слову $w \in W$ сопоставим вектор $v_w \in \mathbb{R}^m$ — представление слова (word embedding), m — размерность пространства
2. Представление документа — агрегация эмбеддингов слов документа (например, среднее или сумма)

Модель мешка слов (другой взгляд):

1. Каждому слову $w \in W$ соответствует one-hot вектор:

$$v_w = [0, \ldots, 0, \underbrace{1}_{w}, 0, \ldots, 0] \in \mathbb{R}^{|W|}$$

2. Представление документа $d = \{w_1, \ldots, w_n\}$ вычисляется через сумму:

$$v_d = \sum_{w \in W} n_{wd} v_w = \sum_{w \in d} v_w$$

Свойства one-hot представлений слов

+ Очень легко и быстро построить
+ Неплохое качество решения задач на длинных текстах
± Разреженность
– Большая размерность
– Ортогональность всех представлений слов
– Нет механизма обработки незнакомых слов (out of vocabulary, OOV) на тесте

Проблемы возникают на коротких предложениях...

*Мы твёрдо верим **в то**, **что** оправдаем ожидания поклонников оригинальной трилогии StarWars.*

*Мы абсолютно уверены, **что не** разочаруем фанатов классических «Звёздных войн».*

*Мы пришли **к** выводу, **что** Луна, вероятно, вертится вокруг Земли.*

После удаления стоп-слов:

$$\rho(d_1, d_2) = \rho(d_1, d_3) \qquad \text{(евклидово, косинусное)}$$

А ещё есть задачи, где объект — слово (поиск синонимов).

Задача построения представлений слов

Дано: $D = \{w_1, w_2, \ldots, w_N\}$ — текстовая коллекция
D — конкатенация всех документов
$w_i \in W$ — слово, W — словарь коллекции

Найти: векторное представление $v_w \in \mathbb{R}^m$ для каждого слова w

Какие представления считать хорошими?

- Близким по смыслу словам соответствуют близкие по расстоянию вектора.
- Небольшая размерность — $m \ll |W|$.
- Интерпретируемые арифметические операции в пространстве $\mathbb{R}^m$.
- Качество решения конечной задачи.

Игра «угадай слово»

- рампетка
- корец
- рында

Игра «угадай слово»

- **рампетка**

  Мы вышли на свою охоту за бабочками, каждый с двумя рампетками.

- **корец**

  Петришка бурлыкнул бутылью об лавку и вновь припал к корцу с квасом.

- **рында**

  В рынду бьют каждые полчаса для обозначения времени и для подачи сигналов при тумане.

Игра «угадай слово»

- **рампетка** — сачок для ловли бабочек.

  Мы вышли на свою охоту за бабочками, каждый с двумя рампетками.

- **корец** — ковш для черпанья воды, кваса.

  Петришка бурлыкнул бутылью об лавку и вновь припал к корцу с квасом.

- **рында** — судовой колокол.

  В рынду бьют каждые полчаса для обозначения времени и для подачи сигналов при тумане.

Гипотеза дистрибутивности

Формулировка 1[1]. Слова, совстречающиеся с одними и теми же словами, имеют схожее значение.

слово совстречаются $\Leftrightarrow$ встречаются в окне k:

... an efficient $\underbrace{\text{method for}}_{\text{контекст, k = 2}}$ learning $\underbrace{\text{high quality}}_{\text{контекст, k = 2}}$ vector ...

Формулировка 2[2]. Слово характеризуется словами, с которыми оно совстречается.

[1] Harris (1954). Distributional structure

[2] Firth (1957). A synopsis of linguistic theory

Матрица совстречаемостей слов (Co-occurrence matrix)

$X \in \mathbb{R}^{|W| \times |W|}$ — матрица совстречаемостей, $X_{wc} = f(w, c, D)$

- $X_{wc} = n_{wc}$ — количество совстречаний слов w и c
- $X_{wc} = PMI(w, c)$ — pointwise mutual information

$$PMI(w, c) = \log \frac{p(w, c)}{p(w)p(c)} = \log \frac{n_{wc}}{n_c n_w} + Const$$

n_w — число появлений слова w в коллекции

- $X_{wc} = PPMI(w, c) = max(0, PMI(w, c))$

X_w — эмбеддинг $\in \mathbb{R}^{|W|}$, решающий проблему ортогональности. **Как получить эмбеддинг $\in \mathbb{R}^m$, $m \ll |W|$?**

Матрица совстречаемостей слов (Co-occurrence matrix)

$X \in \mathbb{R}^{|W| \times |W|}$ — матрица совстречаемостей, $X_{wc} = f(w, c, D)$

- $X_{wc} = n_{wc}$ — количество совстречаний слов w и c
- $X_{wc} = PMI(w, c)$ — pointwise mutual information

$$PMI(w, c) = \log \frac{p(w, c)}{p(w)p(c)} = \log \frac{n_{wc}}{n_c n_w} + Const$$

n_w — число появлений слова w в коллекции

- $X_{wc} = PPMI(w, c) = max(0, PMI(w, c))$

X_w — эмбеддинг $\in \mathbb{R}^{|W|}$, решающий проблему ортогональности. **Как получить эмбеддинг $\in \mathbb{R}^m$, $m \ll |W|$?** Методы понижения размерности.

SVD для построения представлений

Хотим построить матричное разложение X:

$$X = UV^T$$

Используем SVD разложение:

$$X = \hat{U}_d \Sigma_d \hat{V}_d^T, \qquad U = \hat{U}_d \sqrt{\Sigma_d}, \qquad V = \hat{V}_d \sqrt{\Sigma_d}.$$

Представления слов — строки матриц U или V.

В [1] показано, что такой метод при определённых условиях показывает хорошее качество на стандартных бенчмарках.

[1] Levy et al (ACL 2015), Improving Distributional Similarity with Lessons Learned from Word Embeddings.

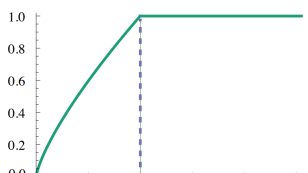
Glove

Методом Adagrad обучается функционал:

$$\mathcal{L} = \sum_{w \in W} \sum_{c \in W} F(n_{wc})(\langle u_w, v_c \rangle + b_w + \hat{b}_c - \log n_{wc})^2 \longrightarrow \min_{U,V,b,\hat{b}}$$

Боремся с шумовыми редкими словами с помощью F:

$$F(n_{wc}) = \begin{cases} \left(\frac{n_{wc}}{n_{max}}\right)^{3/4}, & n_{wc} < n_{max} \\ 1, & \text{иначе} \end{cases}$$



Популярен, но на практике обычно хуже word2vec...

Pennington et al (EMNLP 2014), GloVe: Global Vectors for Word Representation

Резюме по count-based подходам

+ Неплохое качество в некоторых задачах (но нужно уметь настраивать)
+ Маленькая размерность
+ Близким словам соответствуют близкие вектора
– Нет хорошего механизма обработки новых слов на тесте
– **Основной минус:** необходимо собирать огромную (но разреженную!) матрицу совстречаемостей для обучения

Мотивация prediction-based подхода

Хотим обновлять параметры модели «на ходу», не составляя матрицу совстречаемостей.

Идея. Обучаем модель «воспроизводить» локально гипотезу Фёрса:

- Модель CBOW — по словам контекста необходимо предсказать центральное слово
- Модель Skip-gram — по центральному слову, необходимо предсказать каждое из слов контекста

Обратите внимание! Идея очень схожа с языковой моделью, но контекст — не только слова перед словом.

Mikov et al (2013), Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space

Напоминания и обозначения

Если $f(w)$ — скалярная функция, то:

$$\underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} f(w) = \frac{\exp(f(w))}{\sum_{w' \in W} \exp(f(w'))}$$

Везде далее мы будем учить две матрицы представлений:

- $v_w \in \mathbb{R}^m$ из матрицы V
- $u_w \in \mathbb{R}^m$ из матрицы U

Почему две матрицы:

- Не накладываем дополнительного ограничения (симметричность) на входные данные
- Проще считать градиенты — быстрее обучаемся

Модель CBOW

Функционал обучения — предсказываем центральное слово по контексту:

$$\sum_{i=1}^{N} \log p(w_i | C(i)) \to \max_{V,U}$$

$C(i) = \{w_{i-k}, \ldots, w_{i-1}, w_{i+1}, \ldots, w_{i+k}\}$ — локальный контекст w_i

1 этап — вычисление среднего входных векторов:

$$v^{-i} = \frac{1}{2k} \sum_{w \in C(i)} v_w = \frac{1}{2k} \sum_{\substack{j=-k, \\ j \neq 0}}^{k} v_{w_{i+j}}$$

2 этап — применение линейного слоя с softmax активацией:

$$p(w|(w_i)) = \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}}\, Uv^{-i} = \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} \left\langle u_w, v^{-i} \right\rangle$$

Модель Skip-gram

Функционал обучения — предсказываем слова контекста по центральному:

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{w \in C(i)} \log p(w|w_i) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=-k \\ j \neq 0}}^{k} \log p(w_{i+j}|w_i) \to \max_{V,U}$$

$$p(w|w_i) = \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}}\, U v_{w_i} = \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_w, v_{w_i} \rangle$$

- CBOW и Skip-gram обучаются с помощью SGD.
- Skig-gram лучше моделирует редкие слова коллекции.

Какая сложность итерации обучения CBOW и Skip-gram?

Модель Skip-gram

Функционал обучения — предсказываем слова контекста по центральному:

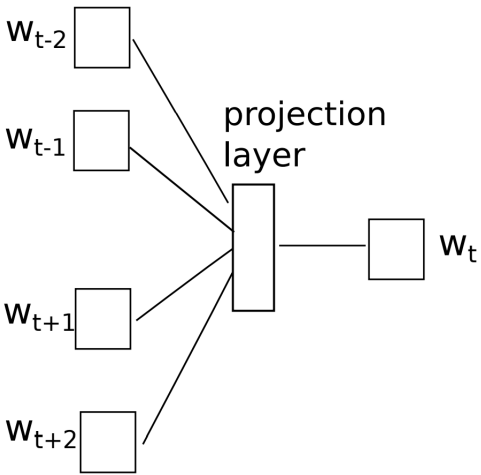
$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{w \in C(i)} \log p(w|w_i) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=-k \\ j \neq 0}}^{k} \log p(w_{i+j}|w_i) \to \max_{V,U}$$

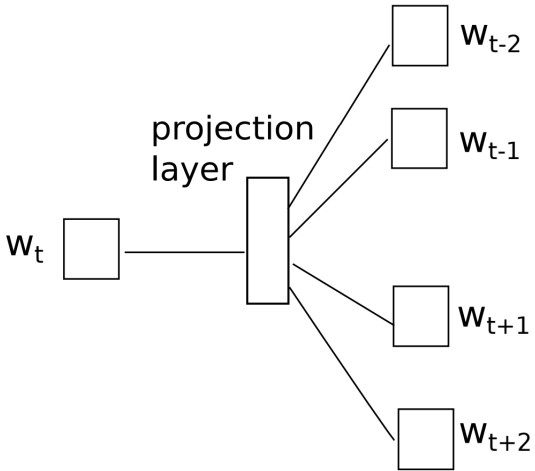
$$p(w|w_i) = \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}}\, Uv_{w_i} = \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_w, v_{w_i} \rangle$$

- CBOW и Skip-gram обучаются с помощью SGD.
- Skig-gram лучше моделирует редкие слова коллекции.

Какая сложность итерации обучения CBOW и Skip-gram? $O(|W|)$

Модели CBOW и Skip-gram





Сложность одной итерации skip-gram

Пусть w_i это s-ое слово словаря, w_{i+j} — t-ое.

Посчитаем градиенты по u_t и u_k, $k \neq t$ и $k \neq t$:

$$L_{ts} = \log p(t|s) = \log \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_w, v_s \rangle \mid_{w=t}$$

$$\frac{dL_{ts}}{du_t} = \frac{d \log \underset{t \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_t, v_s \rangle}{du_t} =$$

$$= v_s - \frac{d \log \sum_{w \in W} \exp(\langle u_w, v_s \rangle)}{du_t} = v_s(1 - \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_w, v_s \rangle) \mid_{w=t}$$

$$\frac{dL_{ts}}{du_k} = \frac{d \log \underset{t \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_t, v_s \rangle}{du_k} = -v_s \underset{w \in W}{\operatorname{softmax}} \langle u_w, v_s \rangle \mid_{w=k}$$

Способы ускорения модели

1. Замена softmax на другую функцию, задающую распределение:
   - Hierarchical softmax[1]
   - Differentiated softmax
   - ...
2. Замена функционала модели на более простой:
   - Noise contrastive estimation
   - Negative sampling[1]
   - Importance sampling
   - Self-normalization
   - Infrequent Normalization
   - ...

[1] Mikolov (NIPS 2013), Distributed representations of words and phrases and their compositionality

[2] Ruder; On word embeddings - Part 2: Approximating the Softmax; http://ruder.io/word-embeddings-softmax/

Hierarchical softmax. Структура дерева.

Идея: заменить softmax на другую функцию, оптимизация которой будет иметь сложность $O(log|W|)$.

Предварительный этап:

- Перед обучением модели по множеству пар слов и их частот строится бинарное дерево Хаффмана.
- Каждой вершине дерева соответствует обучаемое представление.
- Листья дерева соответствуют словам. Представления в листах — искомые представления для слов.
- Представления внутренних вершин дерева используются для вычисления вероятности $p(right|w, n)$ — вероятность, что слово w лежит в правом поддереве вершины n.

$$p(right|n, w) = \sigma(\langle u_n, v_w \rangle) = 1 - p(left|n, w)$$

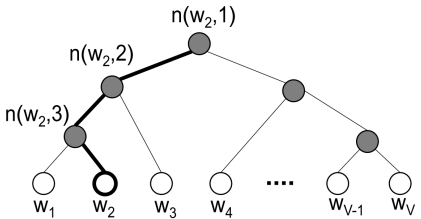
Hierarchical softmax. Обучение модели.

Пусть $n(w) = [n_1(w), n_2(w), \ldots]$ задаёт путь от корня до слова w и пусть:

$$p(w|w_i) = p(n(w)|w_i) = \prod_{j=1}^{|n(w)|-1} p(\underbrace{n_j(w) \to n_{j+1}(w)}_{\text{right or left}} | n_j, w_i)$$

Пример на картинке:

$$p(w_2|w_x) = p(left|w_x, 1)p(left|w_x, 2)p(right|w_x, 3)$$



Negative sampling (сэмплирование негативных примеров)

Исходный метод: вероятность встретить w в контексте c в коллекции $|W|$ вероятностных распределений, каждое с $|W|$ исходами

Negative sampling: вероятность встретить пару (w, c) в коллекции $|W| \times |W|$ вероятностных распределений, каждое с 2 исходами

$$p(1|c, w) = \sigma(\langle v_c, u_w \rangle) = 1 - p(0|c, w)$$

В чём проблема этой модели?

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{w \in C(i)} \log p(1|w, w_i) \to \max_{V,U}$$

Negative sampling (сэмплирование негативных примеров)

Исходный метод: вероятность встретить w в контексте c в коллекции $|W|$ вероятностных распределений, каждое с $|W|$ исходами

Negative sampling: вероятность встретить пару (w, c) в коллекции $|W| \times |W|$ вероятностных распределений, каждое с 2 исходами

$$p(1|c, w) = \sigma(\langle v_c, u_w \rangle) = 1 - p(0|c, w)$$

В чём проблема этой модели? Переобучение. Только один класс в модели.

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{w \in C(i)} \log p(1|w, w_i) \to \max_{V,U}$$

Negative sampling (сэмплирование негативных примеров)

Чтобы не переобучаться, будем на каждой итерации сэмплировать n случайных негативных примеров:

$$\sum_{i=1}^{N} \Big(\sum_{w \in C(i)} \log p(1|w_{i+j}, w_i) + \sum_{w'_k \sim p(w)^{3/4}} \log p(0|w_i, w'_k) \Big) \to \max_{V,U}$$

Часто функционал записывают так:

$$\sum_{i=1}^{N} \Big(\sum_{w \in C(i)} \log p(1|w_{i+j}, w_i) + K \mathbb{E}_{w \sim p(w)^{3/4}} \log p(0|w_i, w) \Big) \to \max_{V,U}$$

Важно. Приём популярен не только при обучении skip-gram, но и в любой ситуации, когда у вас в выборке только позитивные пары.

Дополнительно

Трюки для модели:

- Subsampling — с вероятностью $1 - t/n_w$ удаляем словопозицию из обучения; t — выбранный порог, n_w — частота слова
- Dynamic window — случайный выбор размера контекста на каждой итерации
- Комбинация итоговых векторов — использовать в качестве представления $\alpha v_w + (1 - \alpha) u_w$

Общепопулярные практические рекомендации:

- Размер представлений от 100 до 400
- Если документы специфичные, лучше учить модель на этом специфичном домене

Резюме по word2vec

$+$ Хорошее качество в самых разных прикладных задачах.

$+$ Маленькая размерность.

$+$ Близким словам соответствуют близкие вектора.

$-$ Плохой механизм обработки новых слов на тесте.

$\mp$ Требуют большего корпуса чем count-based модели.

OOV слова

Проблема OOV слов (Out of vocabulary): отсутствие векторов для слов, которых не было в коллекции.

Простые способы решения проблемы (word2vec и count-based):

- использование специального UNK токена для редких слов на обучении и новых слов на тесте
- восстановление нового слова по его контексту

Продвинутые способы решения проблемы

- исходная модель должна работать не со словами, а с символами или символьными n-граммами
- генерализация уже обученной модели под работу с символами или символьными n-граммами

Модель представлений FastText

FastText[1] — построение представлений слов как суммы представлений для буквенных n-грамм слова.

В Skip-gram меняется только подсчёт вектора u_w:

$$u_w = \sum_{g \in G(w)} u_g, \quad G(w) \text{ — n-граммы слова w}$$

Пример: `G(where) = _wh + whe + her + ere + re_`

[1] Bojanowski et al (ACL 2017); Enriching Word Vectors with Subword Information; 2016

Методы генерализации обученных представлений

- Исходные данные — матрица представлений V для слов из W
- $f_\theta(w)$ — представление для w по символьной информации, например:

$$f_\theta(w) = \sum_{g \in G(w)} \theta_g$$

$$f_\theta(w) = LSTM_\theta(S(w)),\ S(w) \text{ — символы w}$$

- Обучение f_θ:

$$\sum_{w \in W} \|f_\theta(w) - v_w\|^2 \to \min_\theta$$

[1] Pinter et al (EMNLP 2016); Mimicking Word Embeddings using Subword RNNs

[2] Zhao et al (EMNLP 2018); Generalizing Word Embeddings using Bag of Subwords

Вспомним начало лекции...

Какие представления считать хорошими?

1. Близким по смыслу словам соответствуют близкие по расстоянию вектора.
2. Небольшая размерность.
3. Интерпретируемые арифметические операции в пространстве $\mathbb{R}^m$.
4. Качество решения конечной задачи.

Эксперимент

Рассмотрим модели, обученные по двум датасетам:[1]

- Статьи Википедии + Национальный корпус русского языка
- Статьи сайта Lurkmore (3.5K статей)

Для Википедии используем модель с сайта RusVectores[2].

Для Lurkmore обучим модель с нуля с помощью пакета Gensim.

[1] идея позаимствована из лекции Мурата Апишева для курса «Анализ Неструктурированных данных» ФКН ВШЭ

[2] ruwikiruscorpora-func_upos_skipgram_300_5_2019

Детали предобработки

Коллекция Луркморье:

- Все символы кроме букв были удалены
- Все слова лемматизированы (pymorphy2)
- Один документ — один абзац (важно при учёте контекста)
- Абзацы меньше двух слов были удалены

Коллекция Википедии:

- Все слова лемматизированы (UDPipe)
- Каждое слово преобразовано в слово_{часть речи}

Детали обучения на коллекции Луркморье

```
from gensim.models import Word2Vec
from gensim.models.word2vec import LineSentence

data_loader = LineSentence("lurkmore_all.txt")

model_lurk = Word2Vec(
    data_loader, # данные
    size=100, # размер представлений
    sg=0, hs=0, # тип алгоритма
    window=5, # размер окна
    min_count=5, # минимальная частота
    workers=4, iter=20,
)
```

Детали загрузки модели по Википедии

```python
from gensim.models import KeyedVectors

model_wiki = KeyedVectors.load_word2vec_format(
    # путь к бинарнику модели
    "nkrl_w2v/model.bin",
    binary=True,
)
```

Операции с векторами в gensim

Получить вектор из модели:

```
word_embedding = model_lurk.wv['вектор']
```

Поиск похожих слов к арифметической комбинации:

```
similar_token_info = model_lurk.most_similar(
    positive=['мужчина', 'король'],
    negative=['женщина'],
    topn=10
)
```

Похожие слова[1]

Википедия	Луркморье
most_similar(россия_PROPN)	most_similar(россия)
страна 0.695	ссср 0.759
европа 0.679	сша 0.754
российский 0.604	германия 0.741
франция 0.582	рашка 0.730
германия 0.574	грузия 0.719
most_similar(полковник_NOUN)	most_similar(полковник)
подполковник 0.904	генерал 0.648
майор 0.875	подполковник 0.647
генерал 0.805	майор 0.599
генерал-майор 0.799	генералмайор 0.573
ротмистр 0.770	адмирал 0.557

[1] при выводе для википедии pos-теги удалялись при отсутствии повторений

Похожие слова

Википедия

most_similar(тролль_NOUN)

гном 0.661
троллый 0.656
эльф 0.627
тролли 0.609
гоблин 0.589

most_similar(музыка_NOUN)

мелодия 0.702
джаз 0.669
пение 0.649
песня 0.642
танец 0.630

Луркморье

most_similar(тролль)

троллинг 0.668
лурко** 0.538
провокатор 0.530
фрик 0.517
быдло 0.516

most_similar(музыка)

мелодия 0.668
рэп 0.647
попёс 0.642
песнь 0.641
звук 0.630

Похожие слова

Википедия

most_similar(мгу_PROPN)

мгу 0.843
лгу 0.773
м::в::ломоносов 0.728
мпгу 0.701
спбгу 0.697

most_similar(физтех_PROPN)

физтех_NOUN 0.701
мфти 0.694
мифи 0.632
физтех_DET 0.580
мирэа 0.578

Луркморье

most_similar(мгу)

университет 0.755
вуз 0.665
пту 0.656
мгимо 0.646
аспирант 0.640

most_similar(физтех)

мехмат 0.537
мифь 0.524
мгимо 0.518
мгу 0.502
филфак 0.496

Арифметические операции в пространстве

яндекс - россия + сша:

Википедия	Луркморье
гугл 0.518	гугл 0.593
yahoo 0.467	google 0.508
пентагон 0.464	гуголь 0.504
symantec 0.443	rm 0.502
яндексяча 0.441	кэш 0.497

король - мужчина + женщина:

королева_NOUN 0.754	император 0.583
королева_ADV 0.672	королевский 0.555
принц 0.627	фараон 0.548
королева_ADJ 0.625	халиф 0.523
король 0.623	герцог 0.523

Instrinic задачи для оценивания

Задача близости:

Данные: Список троек: w_1, w_2 — слова, x — близость между ними

Модель: Измеряем близости между w_1 и w_2, например $\cos(u_{w_1}, u_{w_2})$

Мера: Корреляция Спирмена между двумя списками близостей

Задача аналогий:

Данные: Список четвёрок слов w_1, w_2, w_3, w_4
w_1 относится к w_2 так же, как w_3 к w_4

Модель: Находим самое близкое слово к $u_{w_3} - u_{w_1} + u_{w_2}$

Мера: Доля правильно найденных слов

[1] Rogers et. al. (*SEM 2017), The (Too Many) Problems of Analogical Reasoning with Word Vectors

[2] T. Linzen (2016), Issues in evaluating semantic spaces using word analogies

[3] Levy et. al. Improving distributional similarity with lessons learned from word embeddings, 2015

Как можно использовать word embeddings?

1. Решать задачи поиска близких слов, синонимов и т.п.
2. Получить представление документа/предложения, которое можно использовать для решения задачи машинного обучения
3. Использовать представление слова в качестве фиксированного представления в сложной архитектуре (например, рекуррентной сети)
4. Использовать для инициализации представлений в сложной архитектуре

Измерение качества моделей по конечной задаче всегда лучше чем измерение по instrinic задачам!

Агрегация векторов для представления документа

- Сумма векторов
- Среднее векторов
- Взвешенная сумма (tf-idf или idf веса)
- Координатный max-pool
- Координатный hierarchical-pool — усреднение соседних по окну слов, а затем max-pool

Очень хороший бейзлайн в любой задаче!

Полезные ссылки

- Gensim — пакет, позволяющий легко работать с различными моделями эмбеддингов
- fasttext — библиотека fasttext для обучения эмбеддингов fasttext с нуля
- Wikipedia2Vec — эмбеддинги для разных языков
- RusVectores — сайт с эмебеддингами на русском языке
- StarSpace — ещё одна модель эмбеддингов, позволяющая учить их под конечную задачу
- Word Mover's Distance — необычный и эффективный способ вычисления расстояний между предложениями с помощью эмбеддингов слов

Skip-gram как count-based метод

Skip-gram можно записать как count-based метод:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=-k \\ j\neq 0}}^{k} \log p(w_{i+j}|w_i) = \sum_{w\in W} \sum_{c\in W} n_{wc} \log p(c|w) =$$

$$= \sum_{w\in W} n_w \sum_{c\in W} \frac{n_{wc}}{n_w} \log p(c|w) \to \max_{U,V} \quad (1)$$

Добавление константы не меняет задачи оптимизации:

$$(1) \Leftrightarrow \sum_{w\in W} n_w \sum_{c\in W} \frac{n_{wc}}{n_w} \left(\log p(c|w) - \log \frac{n_{wc}}{n_w} \right) =$$

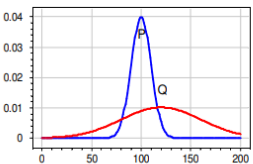
$$= -\sum_{w\in W} n_w \sum_{c\in W} \hat{p}(c|w) \log \frac{\hat{p}(c|w)}{p(c|w)} \to \max_{U,V} \quad (2)$$

KL-дивергенция и её свойства

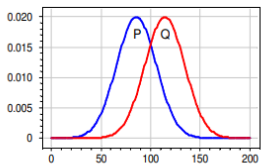
Мера расстояния между распределениями $P = \{p_i\}_{i=1}^s$ и $Q = \{q_i\}_{i=1}^s$.

$$KL(P\|Q) = \sum_i p_i \log \frac{p_i}{q_i}$$

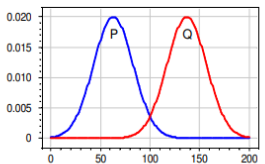
1. $KL(P\|Q) \geq 0$
2. $KL(P\|Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$
3. $KL(P\|Q)$ — мера вложенности P в Q



$\mathrm{KL}(P\|Q) = 0.44$
$\mathrm{KL}(Q\|P) = 2.97$



$\mathrm{KL}(P\|Q) = 0.44$
$\mathrm{KL}(Q\|P) = 0.44$



$\mathrm{KL}(P\|Q) = 2.97$
$\mathrm{KL}(Q\|P) = 2.97$

Skip-gram как count-based метод

В модели skip-gram строится матричное разложение матрицы $X_{wc} = \hat{p}(w|c)$:

$$(2) - \sum_{w \in W} n_w KL(\hat{p}(c|w) \| p(c|w)) \to \max_{U,V} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sum_{w \in W} n_w KL(\hat{p}(c|w) \| p(c|w)) \to \min_{U,V}$$

Обратите внимание! Skip-gram схожа с тематической моделью PLSA, обученной по документам, составленным по совстречаемостям слов[1].

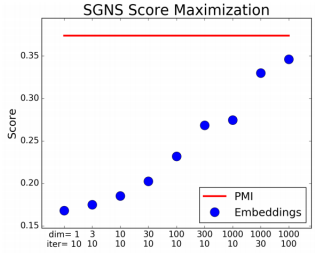
[1] Potapenko et al (2017). Interpretable probabilistic embeddings: bridging the gap between topic models and neural networks

Интерпретация skip-gram negative sampling

Утверждение (Леви)[1]

Пусть для любых $w, c \in W$ результат $\langle v_w, u_c \rangle$ не зависит от других пар слов. Тогда, в точке максимума SGNS для любых $w, c \in W$ будет выполнено:

$$\langle v_w, u_c \rangle = PMI(w, c) - \log K$$



На практике эффект наблюдается при больших размерах представлений.[2]

[1] O. Levy et al (NIPS 2014), Neural Word Embedding as Implicit Matrix Factorization

[2] O. Melamud et al (ACL 2017), Information-Theory Interpretation of the Skip-Gram Negative-Sampling Objective Function