

İstatistiksel Testler

Mustafa Murat ARAT

2021-02-22

Contents

Önsöz	5
1 Giriş	7
2 İstatistiksel Terimler	9
2.1 Kullanılan Semboller	9
3 Testler	11
3.1 Test 1 - Bir popülasyon ortalaması için Z testi (bilinen varyans)	11
3.1.1 Amaç	11
3.1.2 Kısıtlar	11
3.1.3 Yöntem	12
3.1.4 Örnek	12
3.1.5 R-kodu	17
3.2 Test 2 -	18
3.3 Test 3 -	18
3.4 Test 4 -	18

Önsöz

This is the very first part of the book.

```
bookdown::render_book('index.Rmd', 'bookdown::pdf_book') book-  
down::render_book('index.Rmd', 'bookdown::epub_book')
```


Módulo 1

Giriş

BLABLABLA

Módulo 2

İstatistiksel Terimler

2.1 Kullanılan Semboller

n : gözlem sayısı (örneklem büyüklüğü)

K : örneklem sayısı (her biri n elemana sahip)

α : anlamlılık düzeyi

ν : serbestlik derecesi

σ : standart sapma (kitle)

s : standart sapma (örneklem)

μ : kitle (popülasyon) ortalaması

\bar{x} : örneklem ortalaması

ρ : kitle (popülasyon) korelasyon katsayısı

r : örneklem korelasyon katsayısı

Z : standart normal sapma

Módulo 3

Testler

3.1 Test 1 - Bir popülasyon ortalaması için Z testi (bilinen varyans)

3.1.1 Amaç

Popülasyon varyansı bilindiğinde bir varsayılan popülasyon ortalaması μ_0 ve bir örneklem ortalaması \bar{x} arasındaki anlamlılığının araştırılması

3.1.2 Kısıtlar

1. Popülasyon varyansı σ^2 'nin bilinmesi gereklidir. (σ^2 bilinmiyorsa, bir popülasyon ortalaması için t testine bakınız.) 2. Popülasyon normal dağılıyorsa, test doğrudur. Normal dağılmıyorsa, test yine de yaklaşık bir sonuç verecektir.

3.1.3 Yöntem

Ortalaması μ_0 ve bilinen varyansı σ^2 olan bir popülasyondan, n büyüklüğünde rastgele bir örneklem alınır ve örneklem ortalaması \bar{x} hesaplanır. Test istatistiği olan

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (3.1)$$

bir veya iki yönlü ve α büyüklüğünde kritik bölgeye sahip standart normal dağılımla karşılaştırılabilir.

3.1.4 Örnek

Belirli bir kozmetik yelpazesi için, yüz pudrasının olduğu kutuları doldurmak için ortalama 4 gm ve standart sapma 1 gm olacak şekilde bir doldurma işlemi yapılmaktadır. Bir kalite kontrol müfettişi rastgele dokuz kutudan numune almaktadır ve her bir kutudaki tozu tartmaktadır. Ortalama toz ağırlığı 4,6 gramdır. Dolgu işlemi hakkında neler söylenebilir?

Aşırı ve az doldurma konusunda endişeliysek iki yönlü bir test kullanılabilir. Öte yandan, sadece kozmetik malzemenin fazla doldurulmasıyla ilgileniyorsak tek yönlü bir test uygundur.

Sayısal Hesaplama

$\mu_0 = 4.0$, $n = 9$, $\bar{x} = 4.6$, $\sigma = 1.0$, $\alpha = 0.05$ (%95 güven düzeyine sahip)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{4.6-4.0}{1.0/\sqrt{9}} = \frac{0.6}{1/3} = 1.8$$

3.1. TEST 1 - BİR POPÜLASYON ORTALAMASI İÇİN Z TESTİ (BİLİNE VARYANS)13

Eğer iki yönlü hipotez testi kullanmak isterseniz, kurmanız gereken hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

Bu durumda kabul bölgesi $-1.96 < Z < 1.96$ 'dır çünkü kritik değer $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$.

```
library(ggplot2)
ggplot(NULL, aes(c(-3,1))) +
  geom_area(stat = "function", fun = dnorm, fill = "grey80", xlim = c(-3, -1.96)) +
  geom_area(stat = "function", fun = dnorm, fill = "#FAD623", xlim = c(-1.96, 1.96)) +
  geom_area(stat = "function", fun = dnorm, fill = "grey80", xlim = c(1.96, 3)) +
  geom_vline(xintercept = 0, color = "#6C0606", linetype = "dotted") +
  geom_vline(xintercept = 1.8, color = "#000000", lwd=1, linetype = "dashed") +
  labs(x = "z", y = "") +
  scale_y_continuous(breaks = NULL) +
  scale_x_continuous(breaks = c(-1.96, 0, 1.96))+
  annotate("label", x = 0, y = 0.2, label = "KABUL BÖLGESİ")+
  annotate("segment", x = 2.3, xend = 2.65, y = 0.015, yend = 0.04,
          colour = "black", size = 0.95, arrow = arrow(type = "closed", length = uni
  annotate("text", x=2.66, y=0.048, label='0.025')+
  annotate("segment", x = -2.3, xend = -2.65, y = 0.015, yend = 0.04,
          colour = "black", size = 0.95, arrow = arrow(type = "closed", length = uni
  annotate("text", x=-2.66, y=0.048, label='0.025')
```

```
## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
```

```
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for <c4>
```

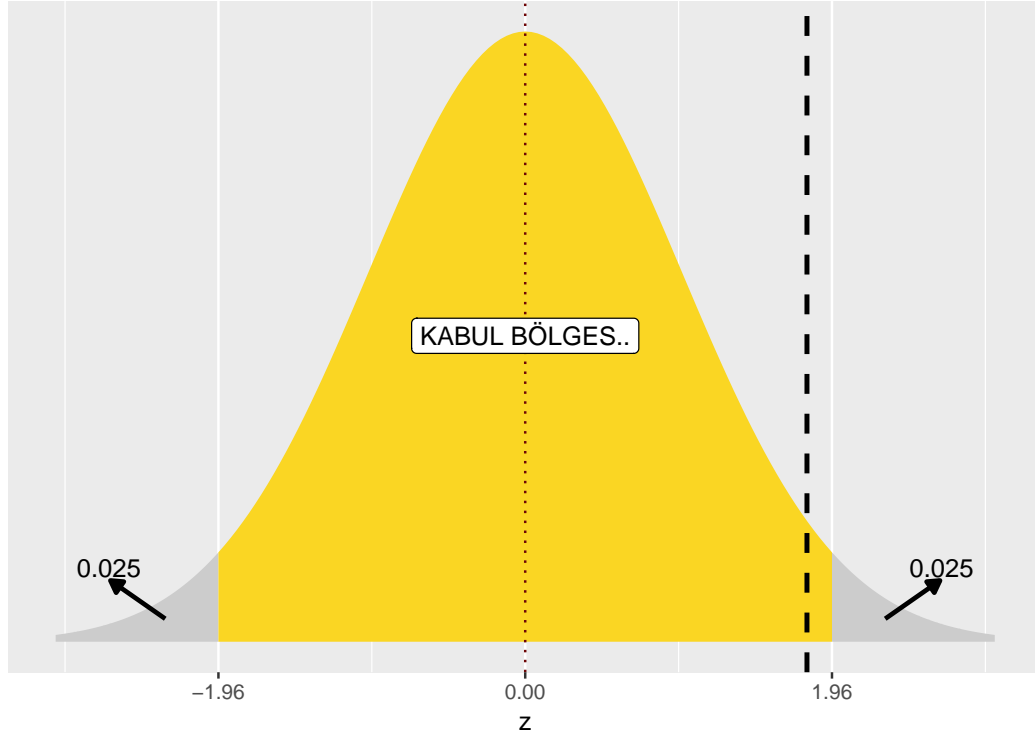
```
## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call.graphics(C_text, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y,
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call.graphics(C_text, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y,
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for
```



3.1. TEST 1 - BİR POPÜLASYON ORTALAMASI İÇİN Z TESTİ (BİLİNE VARYANS)15

Test istatistiği, taralı alan olan kabul bölgesine düştüğü için H_0 boş hipotezini red edemezsiniz. Yani, bu numune (örneklem) için doldurma işleminin hedefte çalışmadığını öne sürmek için hiçbir neden yoktur.

Eğer tek yönlü hipotez testi kurmak isteseydiniz, kuracağınız hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_1 : \mu > \mu_0.$$

Bu durumda kabul bölgesi $Z < 1.65$ 'dir çünkü kritik değer $Z_\alpha = Z_{0.05} = 1.65$ 'tir.

```
library(ggplot2)
ggplot(NULL, aes(c(-3,1))) +
  geom_area(stat = "function", fun = dnorm, fill = "#AB1616", xlim = c(-3, 1.65)) +
  geom_area(stat = "function", fun = dnorm, fill = "grey80", xlim = c(1.65, 3)) +
  geom_vline(xintercept = 0, color = "#6C0606", linetype = "dotted") +
  geom_vline(xintercept = 1.8, color = "#000000", lwd=1, linetype = "dashed") +
  labs(x = "z", y = "") +
  scale_y_continuous(breaks = NULL) +
  scale_x_continuous(breaks = c(-1.65, 0, 1.65))+
  annotate("label", x = 0, y = 0.2, label = "KABUL BÖLGESİ")+
  annotate("segment", x = 2.3, xend = 2.65, y = 0.015, yend =0.04,
          colour = "black", size = 0.95, arrow = arrow(type = "closed", length = uni
  annotate("text", x=2.66, y=0.048, label='0.05')
```

```
## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
```

```
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for <c4>
```

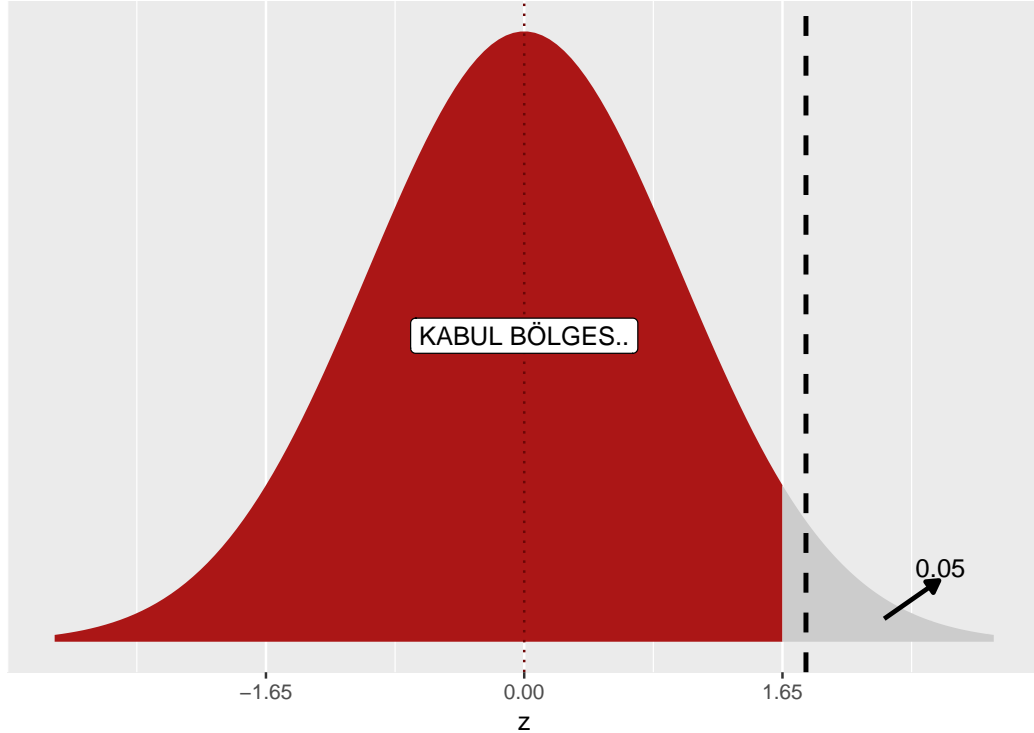
```
## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call(C_textBounds, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y, :
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call.graphics(C_text, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y,
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for

## Warning in grid.Call.graphics(C_text, as.graphicsAnnot(x$label), x$x, x$y,
## conversion failure on 'KABUL BÖLGESİ' in 'mbcsToSbcs': dot substituted for
```



3.1. TEST 1 - BİR POPÜLASYON ORTALAMASI İÇİN Z TESTİ (BİLİNE VARYANS)¹⁷

Test istatistiği, taralı alan olan kabul bölgesine düşmediği için H_0 boş hipotezini red edebilirsiniz. Yani, kutuları kozmetik ile aşırı doldurduğumuzdan makul bir şekilde şüphelenebiliriz.

3.1.5 R-kodu

```
mu0 <- 4.0
n <- 9
xbar <- 4.6
sigma <- 1.0

Z <- (xbar - mu0) / (1 / sqrt(n))
Z
```

```
## [1] 1.8
```

İki yönlü hipotez testlerine ait p-değerini R kodu kullanarak da bulabiliriz. Yukarıdaki ilk grafiğe bakıldığında H_0 boş hipotezini red edebilmek için Z değerinin mutlak değerce 1.8'den büyük olma olasılığı bulmamız gerekmektedir.

$$\begin{aligned} P(|Z| \geq 1.8) &= P(Z \geq 1.8) + P(Z \leq -1.8) \\ &= 1 - P(Z \leq 1.8) + P(Z \leq -1.8) \\ &= 1 - \phi(1.8) + \phi(-1.8) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Burada ϕ normal dağılımın birikimli (kümülatif) dağılım fonksiyonudur.

```
1 - pnorm(1.8, mean=0, sd=1) + pnorm(-1.8, mean=0, sd=1)
```

```
## [1] 0.07186064
```

O halde p-değeri 0.07186064'dir. Bu p-değeri, belirlediğimiz anlamlılık düzeyi $\alpha = 0.05$ 'ten büyük olduğu için H_0 boş hipotezini red edemezsiniz.

3.2 Test 2 -

3.3 Test 3 -

3.4 Test 4 -