

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ПЕТРА
ВЕЛИКОГО

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

**Отчет по лабораторной работе №1
по дисциплине "Интервальный анализ"**

Выполнил:

Студент: Наветкина Ирина

Группа: 5030102/00201

Принял:

к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2023 г.

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Теория	2
2.1	Определения	2
2.2	Критерий Баумана	2
3	Результаты	2
3.1	Задача регрессии	2
3.1.1	Графический способ	2
3.1.2	критерий Баумана	3
3.2	Задача томографии	3
3.2.1	Графический способ	3
3.2.2	критерий Баумана	4
4	Вывод	4

1 Постановка задачи

Найти минимальную δ , чтобы матрица была особенной
Пусть \mathbf{X} - интервальная матрица и

$$\text{mid}(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 1.05 & 1 \\ 0.95 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Необходимо рассмотреть матрицы X_1 и X_2 для задачи регрессии и томографии соответственно:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} [1.05 - \delta, 1.05 + \delta] & [1, 1] \\ [0.95 - \delta, 0.95 + \delta] & [1, 1] \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} [1.05 - \delta, 1.05 + \delta] & [1 - \delta, 1 + \delta] \\ [0.95 - \delta, 0.95 + \delta] & [1 - \delta, 1 + \delta] \end{pmatrix} \quad (3)$$

2 Теория

2.1 Определения

- Середина матрицы $\text{mid}(\mathbf{A}) = \{A \mid a_{ij} = \text{mid}(\mathbf{a}_{ij})\}$
- Радиус матрицы $\text{rad}(\mathbf{A}) = \{A \mid a_{ij} = \text{rad}(\mathbf{a}_{ij})\}$
- Матрица $\mathbf{A} \in \mathbb{IR}$ называется особенной, если $\exists A \in \mathbf{A} : \det(A) = 0$.
- Числа $\sigma_1 \dots \sigma_k$, равные квадратным корням из собственных значений матрицы AA^T , называется сингулярными числами матрицы A .
- Множество вершин интервальной матрицы $\text{vert}(\mathbf{A}) = \{A \in \mathbb{IR}^{m \times n} \mid A = (a_{ij}) \ a_{ij} \in \{\underline{\mathbf{a}}_{ij}, \bar{\mathbf{a}}_{ij}\}\}$

2.2 Критерий Баумана

Интервальная матрица \mathbf{A} неособенна тогда и только тогда, когда

$$(\det(A')) * (\det(A'')) > 0 \quad \forall A', A'' \in \text{vert}(\mathbf{A}) \quad (4)$$

3 Результаты

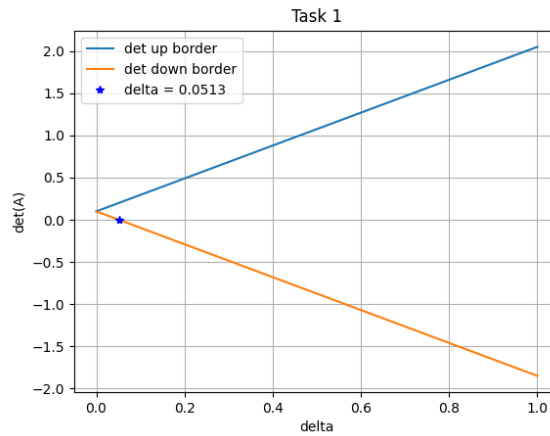
3.1 Задача регрессии

3.1.1 Графический способ

Определитель матрицы 2x2 :

$$\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Получим график нижней и верхней границы интервала при $\delta \in [0, 1]$:



Получается, что $\det(X_1)$ содержит 0 при $\delta \geq 0.05128$

3.1.2 критерий Баумана

Множество $\text{vert}(\mathbf{A})$ состоит из 4 элементов:

$$\text{vert}(X_1) = \left\{ \begin{pmatrix} 1.05 \pm \delta & 1 \\ 0.95 \pm \delta & 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (5)$$

Получим таблицу результатов для некоторых δ

δ	особенность матрицы
0.051273	неособенная
0.051276	неособенная
0.051279	неособенная
0.051282	неособенная
0.051285	особенная
0.051288	особенная
0.051291	особенная
0.051294	особенная

Таким образом, матрица особенная при $\delta \geq 0.051285$

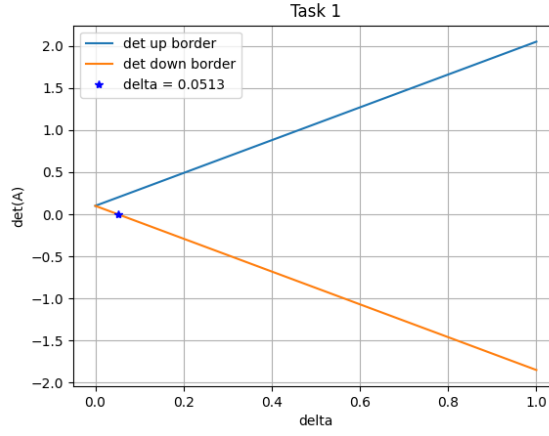
3.2 Задача томографии

3.2.1 Графический способ

Определитель матрицы 2x2 :

$$\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Получим график нижней и верхней границы интервала при $\delta \in [0, 1]$:



Получается, что $\det(X_2)$ содержит 0 при $\delta > 0.025$

3.2.2 критерий Баумана

Множество $\text{vert}(X_2)$ состоит из 16 элементов:

$$\text{vert}(X_2) = \left\{ \begin{pmatrix} 1.05 \pm \delta & 1 \pm \delta \\ 0.95 \pm \delta & 1 \pm \delta \end{pmatrix} \right\} \quad (6)$$

Получим таблицу результатов для некоторых δ

δ	особенность матрицы
0.02473	неособенная
0.02482	неособенная
0.02491	неособенная
0.02500	неособенная
0.02509	особенная
0.02518	особенная
0.02527	особенная
0.02536	особенная

Таким образом, матрица особенная при $\delta > 0.025$

4 Вывод

Данные матрицы X_1 , X_2 являются неособенной при $\delta < 0.051285$ и $\delta \leq 0.025$. С помощью критерия Баумана можно получить более точный результат.

В задаче регрессии мы получаем более широкий интервал для δ , чем в задаче томографии.