

Algorytmy Numeryczne – Zadanie 4

8 grudnia 2019

Aproksymacja profilu wysokościowego

Profil wysokościowy (profil topograficzny) trasy to wykres przedstawiający wysokość bezwzględną w terenie w zależności od odległości punktu od początku trasy. Profil taki może być użyteczny na przykład uczestnikom wyścigu kolarskiego (zob. przykładowy profil etapu w wyścigu Tour de Pologne) albo turystom planującym wycieczkę (zob. serwis Google Maps w wersji dla rowerzystów).

Znając wysokość tylko części punktów trasy możemy określić wysokości punktów pośrednich za pomocą aproksymacji interpolacyjnej.

Dane

Zachęcam (+10 pkt) by do weryfikacji użyć danych rzeczywistych. Można je pobrać na przykład z Google Maps API albo innych serwisów oferujących dane geograficzne.

Tras wybranych do testów powinno być kilka (nie więcej niż 5) i powinny one mieć zróżnicowany charakter, na przykład: trasa prawie płaska bez różnic wysokości, trasa o jednym wyraźnym wzniesieniu, trasa o wielu stromych wzniesieniach itp.

Macierze rzadkie

Można zauważyć, że układy równań powstające w algorytmie CSI będą miały bardzo dużo zer. O macierzach takich układów mówimy, że są rzadkie¹ (ang. sparse matrix). Znając charakter macierzy możemy stosować specjalizowane struktury danych, w których zapamiętujemy jedynie niezerowe elementy oszczędzając pamięć i czas obliczeń.

Zadanie

Dla wybranej trasy zastosuj metodę wykorzystującą funkcje sklejące trzeciego stopnia omawianą na wykładzie: Interpolacja funkcjami sklejanymi – algorytm CSI (ang. cubic spline interpolation). Powstały w algorytmie CSI układ równań rozwiąż przy pomocy:

PG – zaimplementowanego w zadaniu 2 algorytmu z częściowym wyborem elementu podstawowego.

IT – algorytmu iteracyjnego Jacobiego (metoda iteracji prostych Jordana).

¹Konkretnie w tym przypadku będzie to macierz wstęgowa (ang. band matrix) - i to dość szczególna, gdyż występują w niej co najwyżej trzy elementy w wierszu, położone jeden po drugim wokół przekątnej. Dla macierzy wstęgowych istnieją algorytmy wykorzystujące ich szczególne własności.

GS – algorytmu iteracyjnego Gaussa-Seidela.

IS – wybranej metody iteracyjnej (IT lub GS) z wykorzystaniem wybranych struktur danych specjalizowanych dla macierzy rzadkich.

Sprawozdanie

Sprawozdanie proszę podzielić na dwie główne części: testy poprawnościowe pokazujące poprawność implementacji i zachowanie metody CSI pomiędzy węzłami interpolacji oraz testy wydajnościowe pokazujące wpływ wybranej metody rozwiązania układu równań i struktury danych na czas działania programu w zależności od liczby węzłów.

Testy poprawnościowe

- C1: Proszę sprawdzić jak zachowują się uzyskane wielomiany dla niewielkiej liczby, od kilkudziesięciu do kilkuset, węzłów (znanych punktów wysokościowych). Pokazać jak wyglądają uzyskane profile wysokościowe, błędy interpolacji w węzłach oraz pomiędzy węzłami.
- C2: Proszę porównać wielomiany uzyskane metodami: PG, IT, GS, IS. Czy obie metody iteracyjne były zawsze zbieżne? Czy za ich pomocą można uzyskać dokładniejszy wynik niż metodą PG?

Testy wydajnościowe

- E1: Proszę porównać czasy wykonania zaimplementowanych algorytmów przy zwiększającej się liczbie węzłów.
- E2: Jaka jest największa liczba węzłów jaką możesz przetworzyć w ciągu 30 minut?
- E3: Jak zależy czas działania od liczby iteracji i uzyskiwanej dokładności w algorytmach iteracyjnych?

Ocena i elementy nieobowiązkowe²

- Pominięcie punktu IS – implementacji i testów z wykorzystaniem macierzy rzadkich wybranej metody iteracyjnej –20 pkt.
- Pominięcie jednej metody iteracyjnej: –10 pkt.
- Wykonanie testów z wykorzystaniem macierzy rzadkich przy użyciu specjalizowanej biblioteki numerycznej dla metody PG lub podobnej (np. SparseLU z biblioteki Eigen) oraz wybranej metody iteracyjnej i porównanie uzyskanych wyników z własną implementacją +10 pkt.
- Samodzielne pobranie danych z bazy GIS (przez Google Maps API lub z innego źródła) i wykorzystanie ich w testach +10 pkt.

²Ze względu na możliwe rozszerzenia zakresu prac w tym zadaniu możliwe jest uzyskanie 120 pkt.

Praca zespołowa

Zadanie można wykonać w zespole nie więcej niż trzyosobowym. W takim przypadku proszę dokładnie oznaczyć jaki był zakres pracy członków zespołu. W oddaniu projektu musi uczestniczyć cały zespół.