

Apunte de Módulos Básicos (v. 0.3 α)

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

1^{er} cuatrimestre de 2019

Índice

1. Diccionario Trie (α)	2
2. Módulo Juego	4
3. Módulo Mapa	7
4. Módulo Dirección	9
5. Módulo Acción	11

1. Diccionario Trie (α)

El módulo Diccionario Trie provee un diccionario básico montado sobre un trie.

Interfaz

parámetros formales

géneros α
función $\text{COPIAR}(\text{in } s : \alpha) \rightarrow res : \alpha$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} s\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(s))$
Descripción: función de copia de α

se explica con: $\text{DICCIONARIO}(\text{string}, \alpha)$.

géneros: $\text{diccTrie}(\text{string}, \alpha)$.

Operaciones básicas de diccionario

$\text{VACÍO}() \rightarrow res : \text{diccTrie}(\text{string}, \alpha)$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacío}\}$
Complejidad: $\Theta(1)$
Descripción: genera un diccionario vacío.

$\text{DEFINIR}(\text{in/out } d : \text{diccTrie}(\text{string}, \alpha), \text{in } k : \text{string}, \text{in } s : \alpha)$
Pre $\equiv \{d =_{\text{obs}} d_0 \wedge \neg \text{definido?}(d, k)\}$
Post $\equiv \{d =_{\text{obs}} \text{definir}(d, k, s)\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(\text{string}) + \text{copy}(s))$
Descripción: define la clave $k \notin \text{claves}(d)$ con el significado s en el diccionario.
Aliasing: los elementos k y s se definen por copia.

$\text{DEFINIDO?}(\text{in } d : \text{diccTrie}(\text{string}, \alpha), \text{in } k : \text{string}) \rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(d, k)\}$
Complejidad: $\mathcal{O}(|k|)$
Descripción: devuelve **true** si y sólo k está definido en el diccionario.

$\text{SIGNIFICADO}(\text{in } d : \text{diccTrie}(\text{string}, \alpha), \text{in } k : \text{string}) \rightarrow res : \sigma$
Pre $\equiv \{\text{def?}(d, k)\}$
Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{obtener}(d, k))\}$
Complejidad: $\Theta(|k|)$
Descripción: devuelve el significado de la clave k en d .
Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable.

Representación

Representación del diccionario

$\text{diccTrie}(\text{string}, \alpha)$ se representa con **dic**

donde **dic** es $\text{tupla}(\text{raiz} : \text{puntero}(\text{nodo}))$

donde **nodo** es $\text{tupla}(\text{significado} : \alpha, \text{siguientes} : \text{arreglo}(\text{puntero}(\text{nodo})) [255])$

$\text{Rep} : \text{dic} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(d) \equiv \text{true} \iff \#\text{claves}(\text{secuADicc}(d.\text{claves})) = \text{long}(d.\text{claves}) \wedge \text{long}(d.\text{claves}) = \text{long}(d.\text{significados})$

$\text{Abs} : \text{diccTrie } d \rightarrow \text{diccTrie}(\text{string}, \alpha) \quad \{\text{Rep}(d)\}$

$Abs(d) \equiv \text{if vacía?}(d.claves) \text{ then vacío else definir}(\text{prim}(d).claves, \text{prim}(d).significado, Abs(\text{fin}(d))) \text{ fi}$

Algoritmos

iVacía() $\rightarrow res : \text{diccTrie}(string, \alpha)$

- 1: // Reserva la memoria y crea un arreglo estático de 255 posiciones del constructor por defecto de α
- 2: $res \leftarrow \langle raiz : NULL, siguientes : arreglo_estatico[255] \text{ de } \alpha \rangle$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Justificación: El tiempo de creación de un array de 255 posiciones es $\mathcal{O}(255) \in \mathcal{O}(1)$

iSignificado(in/out $d : \text{diccTrie}(string, \alpha)$, in $k : string$) $\rightarrow res : \alpha$

- 1: $Nodo \text{ actual} \leftarrow d.raiz$ $\triangleright \Theta(1)$
- 2: **for** ($char \ c : k$) **do** $\triangleright \mathcal{O}(|k|)$
- 3: $actual \leftarrow (actual \rightarrow siguientes[toInt(c)])$ $\triangleright \Theta(1)$
- 4: **end for**
- 5: $res \leftarrow (actual \rightarrow significado)$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(|k|)$

Justificación: Los accesos y las asignaciones de punteros son $\Theta(1)$. Como el ciclo se ejecuta $|k|$ veces, se ejecutarán dichas asignaciones $|k|$ veces. Luego la complejidad será $\Theta(|k|)$.

iDefinido?(in/out $d : \text{diccTrie}(string, \alpha)$, in $k : string$) $\rightarrow res : \text{bool}$

- 1: $Nodo \text{ actual} \leftarrow d.raiz$ $\triangleright \Theta(1)$
- 2: **for** ($char \ c : k$) **do** $\triangleright \mathcal{O}(|k|)$
- 3: **if** ($actual \rightarrow siguientes[toInt(c)] \neq NULL$) $\triangleright \Theta(1)$
- 4: **then** $actual \leftarrow (actual \rightarrow siguientes[toInt(c)])$ $\triangleright \Theta(1)$
- 5: **else** $res \leftarrow false$ $\triangleright \Theta(1)$
- 6: **end for**
- 7: $res \leftarrow true$ $\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\mathcal{O}(|k|)$

Justificación: Los accesos y las asignaciones de punteros son $\Theta(1)$. Como el ciclo se ejecuta a lo sumo $|k|$ veces, se ejecutarán dichas asignaciones $|k|$ veces como máximo. Luego la complejidad será $\mathcal{O}(|k|)$.

2. Módulo Juego

Aquí va la descripción

Interfaz

generos: juego. se explica con: JUEGO.

Operaciones básicas de Juego

NUEVOJUEGO(**in** m : mapa, **in** pjs : conj(string), **in** $eventosFan$: vector(evento))) $\rightarrow res$: juego

Pre $\equiv \{\neg vacio(pjs) \wedge (\forall e : evento)(e \in eventosFan \Rightarrow_L e.pos \in posiciones(m))\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} nuevoJuego(m, pjs, eventosFan)\}$

Complejidad: $\Theta(?)$

Descripción: crea un nuevo juego con el mapa dado, un conjunto de jugadores, y los eventos de un fantasma.

PASAR(**in** j : juego) $\rightarrow res$: juego

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} pasar(j)\}$

Complejidad: $\Theta(?)$

Descripción: actualiza sin acción de algún jugador.

STEP(**in** j : juego, **in** a : accion, **in** pj : string) $\rightarrow res$: juego

Pre $\equiv \{pj \in jugadores(j) \wedge_L jugadorVivo(pj, j) \wedge \neg esPasar(a)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} pasar(j)\}$

Complejidad: $\Theta(?)$

Descripción: actualiza con la acción a del jugador pj .

JUGADORESVIVOS(**in** j : juego) $\rightarrow res$: conj(puntero(infoPJ))

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{(\forall p : puntero(infoPJ))(p \in res \Rightarrow_L$
 $(p \rightarrow id \in jugadores(j)) \wedge_L$
 $(p \rightarrow vivo? \wedge jugadorVivo(p \rightarrow id, j)) \wedge$
 $((\forall e : evento)(e \in p \rightarrow eventos \Rightarrow_L$
 $(e.pos =_{obs} posJugador(p \rightarrow id, j)) \wedge$
 $(e.dir =_{obs} dirJugador(p \rightarrow id, j))))\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve un conjunto con punteros a la información de los personajes que están vivos.

Aliasing: res es no modificable.

FANTASMASVIVOS(**in** j : juego) $\rightarrow res$: conj(infoFan)

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{fantasmaValido(j, res)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve un conjunto referencias a la información de los fantasmas que están vivos.

Aliasing: las referencias son no modificables.

FANTASMAESPECIAL(**in** j : juego) $\rightarrow res$: infoFan

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} fantasmaEspecial(j)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve el fantasma especial.

Aliasing: res es una referencia no modificable.

FANTASMASVIVOSQUEDISPARAN(**in** j : juego) $\rightarrow res$: conj(infoFan)

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{fantasmaValido(j, res) \wedge_L$
 $((\forall f : infoFan)(f \in res \Rightarrow_L disparando(f.eventos, step(j))))\}$

Complejidad: $O(\#fv)$

Descripción: devuelve un conjunto con punteros a la información de los fantasmas que están vivos y disparan en el ultimo paso ejecutado en el juego.

Aliasing: res es un conjunto de referencias no modificables.

VIVO?(in j : juego, in pj : string) $\rightarrow res$: bool

Pre $\equiv \{pj \in jugadores(j)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} jugadorVivo(pj, j)\}$

Complejidad: $O(|j|)$

Descripción: devuelve si un jugador está vivo

POSOcupadasPORDisparos(in j : juego) $\rightarrow res$: conj(posicion)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} alcanceDisparosFantasmas(fantasmas(j), j)\}$

Complejidad: $O(\#fv * m)$

Descripción: devuelve un conjunto de las posiciones afectadas por disparos de fantasmas en la última *ronda* (TODO: ronda o paso?).

Predicados auxiliares:

fantasmaValido(j , fs):

$$(\forall f : infoFan)(f \in res \Rightarrow_L$$

$$(f.eventos \in fantasmas(j)) \wedge_L$$

$$(fantasmaVivo(f.eventos, j)) \wedge$$

$$((\forall e : evento)(e \in f.eventos \Rightarrow_L$$

$$(e.pos =_{\text{obs}} posFantasma(f.eventos, j)) \wedge$$

$$(e.dir =_{\text{obs}} dirFantasma(f.eventos, j))))$$

Representación

Representación de Juego

juego se representa con estr

donde j es tupla(// General

paso: nat,
ronda: nat,
mapa: m,

// Disparos

mapaDisparos: arreglo(arreglo(nat)),
disparosUltimoPaso: conj(posicion),

// Jugadores

jugadores: diccTrie(string, itConjLineal(infoPJ)),
infoJugadores: conj(infoPJ),
infoActualJugadoresVivos: conj(infoActualPJ),
jugadoresVivos: conj(itConjLineal(infoPJ)),

// Fantasmas

infoFantasmas: conj(infoFan),
infoActualFantasmasVivos: conj(infoActualFan),
fantasmasVivos: conj(itConjLineal(infoFan)),
fantasmaEspecial: itConjLineal(infoActualFan))

donde infoPJ es tupla(*eventos*: vector(evento),

infoActual: itConjLineal(infoActualPJ))

donde infoActualPJ es tupla(*identidad*: string,

posicion: pos,
direccion: dir)

donde infoFan es tupla(*eventos*: vector(evento))

donde `infoActualFan` es `tupla(posicion: pos,
 direccion: dir)`

`Rep : mapa → bool`
`Rep(m) ≡ true ⇔`

`Abs : mapa m → hab` `{Rep(m)}`
`Abs(m) =obs h: hab |`

Algoritmos

En esta sección se hace abuso de notación en los cálculos de álgebra de órdenes presentes en la justificaciones de los algoritmos. La operación de suma “+” denota secuencialización de operaciones con determinado orden de complejidad, y el símbolo de igualdad “=” denota la pertenencia al orden de complejidad resultante.

Algoritmos del módulo

`iTam(in m : mapa) → res : nat`

1: `res ← m.tamano` `▷ Θ(1)`

Complejidad: `Θ(1)`

3. Módulo Mapa

Aquí va la descripción

Interfaz

generos: mapa.

se explica con: HABITACIÓN.

Operaciones básicas del mapa

NUEVOMAPA(in $n : \text{nat}$) $\rightarrow res : \text{mapa}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{nuevaHab}(n)\}$

Complejidad: $\Theta(n^2)$

Descripción: genera un mapa de tamaño $n \times n$.

OCUPAR(in/out $m : \text{mapa}$, in $c : \text{tupla}(\text{int}, \text{int})$)

Pre $\equiv \{m =_{\text{obs}} m_0 \wedge c \in \text{casilleros}(m) \wedge_L \text{libre}(m, c) \wedge \text{alcanzan}(\text{libres}(m) - c, \text{libres}(m) - c, m)\}$

Post $\equiv \{m =_{\text{obs}} \text{ocupar}(c, m_0)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: ocupa una posición del mapa siempre y cuando este no deje de ser conexo.

TAM(in $m : \text{mapa}$) $\rightarrow res : \text{nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{tam}(m)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve el tamaño del mapa.

LIBRE(in $m : \text{mapa}$, in $c : \text{tupla}(\text{int}, \text{int})$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{c \in \text{casilleros}(m)\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{libre}(c, m)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve si un elemento está ocupado.

Representación

Representación del mapa

El objetivo de este módulo es implementar una lista doblemente enlazada con punteros al principio y al fin. Para simplificar un poco el manejo de la estructura, vamos a reemplazarla por una lista circular, donde el siguiente del último apunta al primero y el anterior del primero apunta al último. La estructura de representación, su invariante de representación y su función de abstracción son las siguientes.

mapa se representa con m

donde m es $\text{tupla}(\text{tamano} : \text{nat}, \text{casilleros} : \text{vec}(\text{vec}(\text{bool})),)$

$\text{Rep} : \text{mapa} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(m) \equiv \text{true} \iff \text{La longitud de } m.\text{casilleros} \text{ es igual a } \text{tamano} \wedge$

La longitud del vector $m.\text{casilleros}$ es igual a la de todo otro vector dentro de $\text{el} \wedge$

Es conexa

$\text{Abs} : \text{mapa } m \rightarrow \text{hab}$

$\{\text{Rep}(m)\}$

$\text{Abs}(m) =_{\text{obs}} h : \text{hab} \mid m.\text{tamano} =_{\text{obs}} \text{tam}(h) \wedge_L$

$(\forall t : \text{tuple}(\text{nat}, \text{nat}))(0 \leq \Pi_1(t), \Pi_2(t) < m.\text{tamano} - 1 \Rightarrow_L$

$\text{libre}(m, t) =_{\text{obs}} m.\text{casilleros}[\Pi_1(t)][\Pi_2(t)])$

Algoritmos

En esta sección se hace abuso de notación en los cálculos de álgebra de órdenes presentes en la justificaciones de los algoritmos. La operación de suma “+” denota secuencialización de operaciones con determinado orden de complejidad,

y el símbolo de igualdad “=” denota la pertenencia al orden de complejidad resultante.

Algoritmos del módulo

iTam(in m : mapa) $\rightarrow res$: nat

1: $res \leftarrow m.tamano$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

iOcupar(in/out m : mapa, in c : tupla(int, int))

1: $m[\Pi_1(c)][\Pi_2(c)] \leftarrow true$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: El acceso a una posición de un vector y su modificación es $\Theta(1)$

iLibre(in m : mapa, in c : tupla(int, int)) $\rightarrow res$: bool

1: $res \leftarrow \neg m[\Pi_1(c)][\Pi_2(c)]$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$

Justificación: El acceso a una posición de un vector es $\Theta(1)$

iNuevoMapa(in n : nat) $\rightarrow res$: mapa

1: $m.tamano \leftarrow n$

$\triangleright \Theta(1)$

2: $v \leftarrow Vacia()$

$\triangleright \Theta(1)$

3: $i \leftarrow 0$

$\triangleright \Theta(1)$

4: **while** $i < n$ **do**

$\triangleright O(n)$

5: $v.AgregarAtras(false)$

6: $i \leftarrow i + 1$

7: **end while**

8: $i \leftarrow 0$

9: **while** $i < n$ **do**

$\triangleright O(n^2)$

10: $res.AgregarAtras(v.Copiar())$

$\triangleright O(n)$

11: $i \leftarrow i + 1$

$\triangleright O(1)$

12: **end while**

Complejidad: $\Theta(n^2)$

Justificación: Copiar un vector de n booleanos es $O(n * copy(bool))$ y copiar un bool es $\Theta(1)$. Luego, agregar n veces la copia del vector es $O(n^2)$

4. Módulo Dirección

Aquí va la descripción

Interfaz

generos: dir.

se explica con: DIRECCIÓN.

Operaciones básicas de Dirección

ARRIBA() $\rightarrow res : dir$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \uparrow\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la dirección arriba.

ABAJO() $\rightarrow res : dir$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \downarrow\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la dirección abajo.

IZQUIERDA() $\rightarrow res : dir$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \leftarrow\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la dirección izquierda.

DERECHA() $\rightarrow res : dir$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \rightarrow\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la dirección derecha.

INVERTIR(in/out $d : dir$)

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} invertir(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: invierte la dirección.

Representación

Representación de Dirección

dir se representa con string

$Rep : dir \rightarrow bool$

$Rep(d) \equiv true \iff$

$d =_{obs} "arriba" \vee$

$d =_{obs} "abajo" \vee$

$d =_{obs} "izquierda" \vee$

$d =_{obs} "derecha"$

$Abs : dir \rightarrow dir$

$Abs(d) =_{obs} d_{tad} : dir \mid (d =_{obs} "arriba" \wedge d_{tad} =_{obs} \uparrow) \vee$
 $(d =_{obs} "abajo" \wedge d_{tad} =_{obs} \downarrow) \vee$
 $(d =_{obs} "izquierda" \wedge d_{tad} =_{obs} \leftarrow) \vee$
 $(d =_{obs} "derecha" \wedge d_{tad} =_{obs} \rightarrow)$

$\{Rep(d)\}$

Algoritmos

Algoritmos del módulo

iArriba() $\rightarrow res : \text{dir}$ 1: $res \leftarrow \text{"arriba"}$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$

iAbajo() $\rightarrow res : \text{dir}$ 1: $res \leftarrow \text{"abajo"}$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$

iIzquierda() $\rightarrow res : \text{dir}$ 1: $res \leftarrow \text{"izquierda"}$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$

iDerecha() $\rightarrow res : \text{dir}$ 1: $res \leftarrow \text{"derecha"}$ $\triangleright \Theta(1)$ Complejidad: $\Theta(1)$

iInvertir(in/out $d : \text{dir}$)1: $\text{switch}(d)$ $\triangleright \Theta(1)$ 2: case "arriba" : 3: $d \leftarrow \text{"abajo"}$ 4: case "abajo" : 5: $d \leftarrow \text{"arriba"}$ 6: $\text{case "izquierda" :}$ 7: $d \leftarrow \text{"derecha"}$ 8: case "derecha" : 9: $d \leftarrow \text{"izquierda"}$ Complejidad: $\Theta(1)$

5. Módulo Acción

Aquí va la descripción

Interfaz

generos: accion.

se explica con: ACCIÓN.

Operaciones básicas de Acción

MOVER(in d : dir) $\rightarrow res$: accion

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} mover(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera una acción de mover en la dirección especificada.

PASAR() $\rightarrow res$: accion

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} pasar\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la acción de pasar.

DISPARAR() $\rightarrow res$: accion

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} disparar\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la acción de disparar.

APLICAR() $\rightarrow res$: tupla()

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} disparar\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera la acción de disparar.

Representación

Representación de Acción

El objetivo de este módulo es implementar una lista doblemente enlazada con punteros al principio y al fin. Para simplificar un poco el manejo de la estructura, vamos a reemplazarla por una lista circular, donde el siguiente del último apunta al primero y el anterior del primero apunta al último. La estructura de representación, su invariante de representación y su función de abstracción son las siguientes.

mapa se representa con m

donde **m** es `tupla(tamano: nat, casilleros: vec(vec(bool)),)`

Rep : mapa \rightarrow bool

Rep(m) $\equiv \text{true} \iff$ La longitud de m.casilleros es igual a tamano \wedge

La longitud del vector m.casilleros es igual a la de todo otro vector dentro de el) \wedge

Es conexa

Abs : mapa $m \rightarrow$ hab

$\{\text{Rep}(m)\}$

Abs(m) $=_{\text{obs}} h$: hab | $m.tamano =_{\text{obs}} tam(h) \wedge_L$

$(\forall t: \text{tuple}(\text{nat}, \text{nat}))(0 \leq \Pi_1(t), \Pi_2(t) < m.tamano - 1 \Rightarrow_L$

$\text{libre}(m, t) =_{\text{obs}} m.casilleros[\Pi_1(t)][\Pi_2(t)]$)

Algoritmos

En esta sección se hace abuso de notación en los cálculos de álgebra de órdenes presentes en la justificaciones de los algoritmos. La operación de suma “+” denota secuencialización de operaciones con determinado orden de complejidad,

y el símbolo de igualdad “=” denota la pertenencia al orden de complejidad resultante.

Algoritmos del módulo

iTam(in $m : \text{mapa}$) $\rightarrow res : \text{nat}$

1: $res \leftarrow m.tamano$

$\triangleright \Theta(1)$

Complejidad: $\Theta(1)$
