1er Parcial AED3: Parte Domiciliaria

Manuel Panichelli, 72/18

October 10, 2020

Preámbulo

Teoremas / Ejercicios utilizados.

0.1 Arboles

Teorema 1 (Definiciones equivalentes de árbol)**.** Dado $G = (V, X)$ un grafo, las siguientes son equivalentes:

1. G es un árbol, un grafo conexo sin circuitos simples.
2. G es un grafo sin circuitos simples, y e arista tq $e \notin X$, el grafo $G + e$ tiene exactamente un circuito simple el cual contiene a e.
3. G es conexo, pero si se saca cualquier arista queda un grafo no conexo. Es decir, toda arista es puente.

Lema 1. Sea $G = (V, X)$ conexo y $e \in X$.

$$G - e \text{ es conexo} \iff \text{e pertenece a un circuito simple de G}$$

Teorema 2. Sean $T = (V, X_T)$ un AG de $G = (V, X)$, $e \in X \setminus X_T$. Luego $T + e - f$ con f una arista del único circuito de $G + e$ es AG de G.

Resolución

Ejercicio 1

Ejercicio 2

Ejercicio 3

Ejercicio 4

*Un **puente** de un grafo es un eje del grafo tal que al removerlo se obtiene un grafo con más c.cs. Sea $G = (V, X)$ un grafo conexo y $e \in X$. Demostrar que e es un puente de G sii e pertenece a todo AG de G.*

Dem. Demostremos la ida y la vuelta.

$\Rightarrow$) Sea e puente de G. qvq pertenece a todo AG de G.
Va por el absurdo: supongo que no pertenece a ningún árbol generador de G, y sea $T = (V, X_T)$ uno cualquiera. Como $e \notin T$, por (1.2), $T + e$ tiene exactamente un circuito simple C, el cual contiene a e. Sea $f \in C, f \in X_T$. Como f pertenece al único circuito de $T + e$, por (2) el árbol $T' = T + e - f$ es árbol generador de G, y $e \in T'$. Pero estabamos suponiendo que e no pertenecía a ningún AG de G. Abs! Entonces pertenece a todos.

$\Leftarrow$) Como e pertenece a todo AG de G, y por (1.3) todas las aristas de un arbol son puente, en particular e es puente de G.

$\square$

Ejercicio 5