LÓGICA

1º AÑO

Clase N.º 2: Lógica Proposicional.

Contenido: Tablas de verdad.

Hola, ¿Cómo están? ¡Bienvenidas y bienvenidos a la segunda clase! En la clase N° 1 vimos que mediante la lógica podemos inferir en si un enunciado es válido o no válido, es decir, concluir si es verdadero o si es falso.

También vimos que, de proposiciones simples, utilizando y combinando conectivos lógicos, podemos obtener proposiciones compuestas. Pero ¿cómo sabemos qué valor de verdad puede tener una proposición compuesta?, ¿cómo le otorgamos un valor de verdad?

¡Las y los invitamos a trabajar en la clase N° 2 para abordar estos interrogantes!

¡Recordemos! La definición de proposición nos dice que es una oración de la cual podemos concluir que lo que se enuncia es verdadero o que es falso, sin ambigüedades. Ahora bien, ¿cómo le asignamos un valor de verdad a las proposiciones? Esto lo haremos a través de tablas de verdad

¿Qué es una Tabla de verdad?

Una tabla de verdad, o tabla de valores de verdades, es una tabla que enumera todas las posibles combinaciones de los valores de verdad donde V denota verdadero y F denota falso.

Tabla de la negación

p	~p	~(~p)
v	f	v
f	v	f

La primera columna nos indica los posibles valores de verdad de una proposición *p*: verdadero o falso. La segunda columna, cuáles son los valores de verdad correspondientes para su negación: ~*p*. Observamos que, si p es verdadera, entonces ~ *p* (no p) es falsa; si *p* es falsa, entonces ~ *p* es Una tabla de verdad, o tabla de valores de verdades, es una tabla que enumera todas las posibles combinaciones de los valores de verdad donde V denota verdadero y F denota falso verdadera. Es decir, el valor de la negación de un enunciado es siempre opuesto al valor de verdad del enunciado inicial.

Por ejemplo -y retomando el ejemplo de la clase N° 1-: si tenemos la proposición *p*: "Hoy es un día lluvioso", entonces ~*p*: "Hoy no es un día lluvioso". Si una es verdadera, la otra es falsa; y viceversa.

También podemos afirmar que la negación de una negación es siempre la proposición original. Eso lo vemos en la tercera columna. Es decir, que negar la negación de *p*, es afirmar *p*. En nuestro ejemplo, si decimos: "No es cierto que no es un día lluvioso", estamos afirmando que es un día lluvioso. Es decir, que ~(~p) equivale a p.

Tabla de la conjunción

p	q	p ^ q
v	v	V
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Veamos el valor de verdad de la conjunción, recurrimos a estas proposiciones donde: "p: 3 es número impar" "q: 2 es número primo", tanto p como q son proposiciones verdaderas, con lo cual tenemos que la conjunción es verdadera. Si declaro que "p: hoy es lunes" "q: mañana es jueves", entonces "p ^ q: hoy es lunes y mañana es jueves" es falsa. De esta forma la conjunción es verdadera si ambas proposiciones simples lo son.

Tabla de la disyunción o disyunción inclusiva

p	q	p v q
v	v	V
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Resolvemos de forma análoga como en la conjunción y tenemos que la disyunción (inclusiva) es verdadera, si al menos una de las proposiciones componentes es verdadera, resultando falso únicamente cuando las dos proposiciones son falsas.

Tabla de la disyunción exclusiva o diferencia simétrica

p	q	p Δ q
v	v	f
v	f	V
f	v	V
f	f	F

La diferencia simétrica resulta verdadera sólo cuando una de las dos proposiciones simples es verdadera resultando falso en cualquier otro caso ya que, como dice su nombre, excluye. Esto da lugar a que sea o una proposición simple verdadera y la otra falsa y viceversa.

Tabla del condicional o implicación simple

Por ejemplo, en los problemas económicos, la siguiente proposición es una verdad: "Si los precios de los artículos suben, entonces, tienen menos demanda".

Aquí resulta: p: "Los precios de los artículos suben" y q: "Los artículos tiene menos demanda"

En símbolo: p → q. A la proposición "p" se le llama antecedente o hipótesis y a "q", consecuente o tesis.

Esta es su tabla de verdad:

p	q	p → q
v	v	V
v	f	f
f	v	V
f	f	v

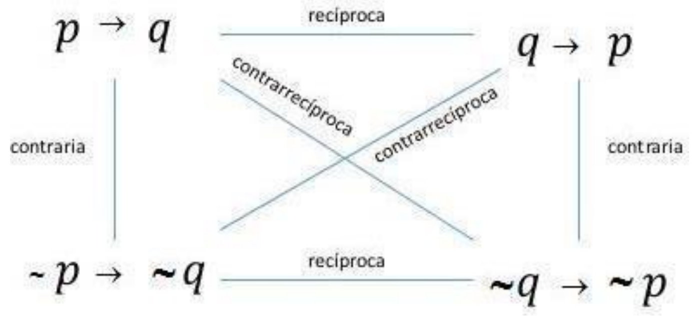
El condicional p→q es una proposición falsa, si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, en los demás casos es verdadero.

Considerando **p → q una implicación directa**, se le asocian otros tres condicionales (o implicaciones):

- La **implicación recíproca: q → p**, intercambiando antecedente y consecuente.
- La **implicación inversa o contraria: ~p → ~q**, negando el antecedente y el consecuente.

- La **contrarrecíproca: ~q → ~p**, intercambiando y negando antecedente y consecuente.

Esto se puede sintetizar en el siguiente cuadro:



Actividad 1: Completar la tabla del condicional, para el recíproco, contrario y contrarrecíproco:

Proposiciones		directo	recíproco	contrario	contrarrecíproco
p	q	p → q	q → p	~p → ~q	~q → ~p
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Tabla del bicondicional o doble implicación

Dadas las proposiciones simples "p" y "q", se llama bicondicional a la proposición definida por la conjunción de la proposición condicional con su recíproca.

En símbolos: (p → q) ^ (q → p) que se denota por p ↔ q que se lee p si, y sólo sí q.

p	q	p ⟷ q
v	v	V
v	f	f
f	v	f
f	f	v

El siguiente link les propone una serie de ejercicios de tablas de verdad de los conectivos lógicos: negación, conjunción, disyunción, diferencia simétrica, implicación simple y doble implicación. Una vez realizado los ejercicios ingresen al siguiente link para verificar el resultado de los ejercicios realizados.

https://es.educaplay.com/recursos-educativos/1760334- tablas_de_verdad_1.html

Aclaración: para el ingreso al sitio web no es necesario generar usuario.

Cálculo de valores de verdad de proposiciones compuestas

Utilizando los conectivos lógicos, se pueden combinar proposiciones simples para obtener otras proposiciones cuyos valores de verdad pueden ser conocidos construyendo sus tablas de verdad. Para efectuar el número de combinaciones de los valores de las proposiciones recurrimos a la relación 2^n donde n representa el número de proposiciones y dos son los posibles valores de verdad: verdadero (V) o falso (F).

Ejemplo 1. Construir la tabla de verdad de la proposición: ~(p↔q) Tenemos que $2^n = 2^2 = 4$. La tabla de verdad tendrá 4 filas:

p	q	~ (p ↔ q)	
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

1°) Posibles valores de verdad de p

2°) Valores de verdad de q, para cada valor de p

3°) Valores de verdad de la doble implicación

4°) Valores de verdad de la negación de lo obtenido en el 3° paso (doble implicación)

Resultado final de la tabla

Ejemplo 2. Construir la tabla de verdad para: [~ p → (q ^ p)] → ~ q

Los signos de agrupamiento: ( ); [ ], indican el orden en que se debe realizar la operación (como en los cálculos combinados).

Tenemos que $2^n = 2^2 = 4$. La tabla de verdad tendrá 4 filas:

p	*q*	[~ p → (q		∧ p)]	→	~q
V	*V*	*F*	*V*	***V***	***F***	***F***
V	*F*	*F*	*V*	***F***	***V***	***V***
F	*V*	*V*	*F*	***F***	***V***	***F***
F	*F*	*V*	*F*	***F***	***V***	***V***

1°) Pongo los valores de verdad

2°

3°

5°

4°

6° (Resultado final)

Ejemplo 3. Construir la tabla de verdad para: [~p ^ (q ˅ r)] ↔ [(p ˅ r) ^ q]

Tenemos que $2^n = 2^3 = 8$. La tabla de verdad tendrá 8 filas:

p	q	r	[~p	∧	(q ∨ r)]	↔	[(p ∨ r)	∧	q]
V	V	V	F	F	V	**F**	V	V	V
V	V	F	F	F	V	**F**	V	V	V
V	F	V	F	F	V	**V**	V	F	F
V	F	F	F	F	F	**V**	V	F	F
F	V	V	V	V	V	**V**	V	V	V
F	V	F	V	V	V	**F**	F	F	V
F	F	V	V	V	V	**F**	V	F	F
F	F	F	V	F	F	**V**	F	F	F
			2°	4°	3°	7° (fin)	5°	6°	

1°) Colocar las 8 posibles combinaciones para los valores de verdad (Observar cómo se combinan, siempre se pone así)

Repito valores de q (si quiero)

Ahora bien, las tablas de verdad pueden arrojar en el resultado final o todo verdadero, o todo falso, o valores verdaderos y valores falsos. Entonces:

- Se llama **tautología** a la proposición que en el resultado final de la tabla de verdad arroja todos valores verdaderos.

- Se llama **contradicción** a la proposición que en el resultado final de la tabla de verdad arroja todos valores falsos.

- Se llama **contingencia** a la proposición que en el resultado final de la tabla de verdad arroja tantos valores verdaderos como valores falsos.

Actividad 2: Hacer las tablas de verdad de las siguientes fórmulas proposicionales:

a) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
b) $p \wedge \sim p$
c) $p \vee \sim p$
d) $(p \wedge \sim p) \rightarrow r$
e) $r \rightarrow (p \vee \sim p)$

Actividad 3: Observar las tablas realizadas en la actividad 2, ¿Cuáles son tautologías, contradicciones o contingencias?

Actividad 4: Si p y r son proposiciones verdaderas y q es falsa, determine el valor de verdad de:

a) $[(p \wedge \sim q) \vee \sim r] \Rightarrow q$

b) $[(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r] \vee [\sim q \Rightarrow r]$

A medida que los ordenadores son cada vez más hábiles, con la evolución hacia los superordenadores y los ordenadores cuánticos en algún momento, aparece la oportunidad de crear sistemas de inteligencia artificial todavía más complejos.

Para realizar sus tareas, los computadores necesitan procesar muchos datos, estos se componen por **dígitos binarios** o "**bits**". Cada **bit** representa a un solo número: 0 o 1, que al combinarse con otros crea unidades más grandes como:

- Bytes (B): 8 Bits
- Kilobytes (KB): 1024 Bytes
- Megabytes (MB): 1024 Kilobytes
- Gigabytes (GB): 1024 Megabytes

Las cuales determinan el tamaño de nuestros archivos. Entre más grande sea el archivo, más bits posee, por ejemplo, un video de alta resolución está conformado por millones de unos y ceros. Todo lo que hace un ordenador se traduce en ceros y unos que se pueden unir en secuencias para transmitir información: música, películas, imágenes, lenguaje, etc. En el mundo digital, los textos, imágenes, videos y más, pueden descomponerse en el código binario y aunque no podamos verlo, todo se trata de unos y ceros puesto que los bits forman hileras con distintas combinaciones entre los unos y ceros, formando un código. Tu computador procesa este código y lo transforma en datos que le indican qué hacer.

Ahora bien, pensemos en el sistema binario como una lámpara en la cual el número 1 la representa encendida y el número 0, apagada. De este modo, la lámpara estaría encendida o apagada, sin otra posibilidad. Pero, ¿qué tiene que ver la lógica y, más específicamente las tablas de verdad? Haciendo una analogía entre el sistema binario y Lógica, en las tablas de verdad el 1 indica valor de verdad verdadero y el 0 indica valor de verdad falso. Esto posibilita escribir las tablas de verdad en sistema binario, tal como hacen -y necesitan- las computadoras. Por ejemplo, la tabla de conjunción, en sistema binario, queda planteada de la siguiente forma:

p	q	p ^ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Actividad 5: Realiza las siguientes tablas de verdad utilizando el sistema binario. Luego indica, para cada ejercicio, si dicha tabla de verdad es una tautología, una contradicción o una contingencia.

a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(\sim p) \vee q]$

b) $[\ (p \wedge q) \Rightarrow (\sim q \wedge q)] \Rightarrow p$

c) $[(p \wedge q) \vee (\sim q)] \Rightarrow \sim p$

Aclaración:

Las actividades dadas en los PDF no tienen carácter obligatorio, pero es importante realizarlas puesto que sirven a modo de "ejercitación" para el desarrollo de la autoevaluación.

En resumen, recurrimos a las tablas de verdad para determinar la validez de la inferencia o razonamiento. Dicho razonamiento puede ser totalmente verdadero, es decir ser una tautología; totalmente falso, es decir una contradicción; o bien puede tener valores verdaderos como valores falsos, es decir ser una contingencia. En la clase 3 veremos otros métodos posibles para determinar la validez de un razonamiento, que nos va a ir llevando, de a poco, a abordar aspectos nodales de la lógica de programación.

Por último, haciendo una analogía entre el sistema binario y Lógica, las tablas de verdad pueden traducirse en sistema binario, tal como hacen -y necesitan- las computadoras. ¡Nos vemos en la clase nº 3!

Bibliografía:

- SEPREMAT. (2017b, abril 19). *LÓGICA PROPOSICIONAL Parte 2 (Conectivos lógicos y tablas de verdad)*. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=gNdrxk5yTWU

- SEPREMAT. (2017c, abril 23). *LÓGICA PROPOSICIONAL parte 3 (Construcción de tablas de verdad)*. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=xwQt2RVYH2U

- Rojo, Armando O. (1996), *Álgebra I*, Buenos Aires - Argentina, El Ateneo.

- Johnsonbaugh, Richard. (2005), *Matemáticas discretas*, México, Pearson Educación.