LÓGICA

1º AÑO

Clase N.º 5: Lógica de Predicados.

Contenido: **Lenguajes de Primer orden e interpretaciones.**

Hola, ¿Cómo están? ¡Bienvenidas y bienvenidos a la quinta clase! Hemos terminado de abordar ciertos conceptos correspondiente a la lógica proposicional, hoy trataremos la lógica de predicados. Como hemos visto, la lógica es la disciplina que estudia los métodos de formalización del conocimiento humano, con lo cual se estudian métodos de formalización de frases declarativas. Para ello existen dos niveles de abstracción según el grado de detalle que se quiera formalizar: Lógica proposicional y Lógica de predicados.

¡Las y los invitamos a conocer dicha lógica para, finalmente, poder aplicar todo lo visto, en la programación!

Sabemos que la lógica proposicional toma como elemento básico las proposiciones declarativas simples o compuestas a las cuales le podemos otorgar valor de verdad verdadero o falso. Pero también vimos, en la clase 1, que hay enunciados abiertos, como, por ejemplo:

$x + 5 = 11$ ya que tiene una variable sin especificar el valor determinado, por lo tanto, no tienen la propiedad de ser verdadero o falso.

El ejemplo $x + 5 = 11$ depende del valor de x y, justamente, como depende de una variable (x) ya no hablamos de proposiciones sino de Funciones[1] Proposicionales. Pero dentro la lógica, las funciones proposicionales son conocidas como Lógica de Predicados y acá nos parece importante hacer una distinción. La Lógica Proposicional trabajada en la unidad uno posee un solo argumento en específico y esto implica la no utilización de variables. En cambio, la Lógica de Predicados permite el uso de variables, etc. puesto que la lógica de predicados nos permite formalizar oraciones que hablan sobre individuos, sobre las propiedades de esos individuos, y sobre como esos individuos se relacionan entre sí.

LEER

[1] Una función es, metafóricamente hablando, una máquina que recibe un conjunto de cosas, las procesa, y devuelve como resultado una *única* cosa.

De esta forma, el razonamiento del ejemplo tiene la posibilidad de convertirse en proposición al sustituirse la variable por una constante en específica:

- Para x = -3 (por ejemplo), se convierte en la proposición:

  -3 + 11 = 5 y es FALSA

- Para x = 6 (por ejemplo), se convierte en la proposición:

  6 + 5 = 11 y es VERDADERA

Las funciones proposicionales se simbolizan, con las mismas letras que en lógica proposicional, pero en mayúsculas: P, Q, R, S, etc. Y, entre paréntesis, la o las variables, formadas por las últimas letras del abecedario en minúscula: x, y, z, x_1, y_1, z_1, etc. Por ejemplo:

P(x): $x > 3$.
Siendo P el predicado que expresa: mayor a 3 y x la variable.

R(z): El estudiante z no asistió a clase.
Siendo P el predicado que expresa: el estudiante no asistió a clase y z la variable.

Q(x;y): $x + y$= 5.
Siendo P el predicado que expresa: Equis más y griega es igual a cinco y x e y las variables.

P(x) se llama a la función proposicional P de X(en una variable), Q(x; y) se llama a la función proposicional Q de x e y (en dos variables).
Estos predicados o enunciados solo tienen valor de verdad si se especifica valores a la variable.

ACTIVIDAD

Dado los siguientes predicados, indicar qué expresa el predicado y quién es o son la/s variable/s. Luego establecer los valores de verdad para cada valor de la variable dado:

a. P(x): $x > 3$. ¿Cuál es el valor de verdad de P(4) y P(2)?

b. Q(x; y): $x = y + 3$. ¿Cuál es el valor de verdad de Q(1;2), Q(3;0) y Q(2;1)?

c. R(x): $x > 0$ ¿Cuál es el valor de verdad de ~R(2)?

Los predicados se aplican de la misma forma que las funciones. Es decir, reemplazamos el parámetro por la constante que representa al individuo al cual queremos aplicar el predicado.
Así podemos tener el siguiente ejemplo:

n = Noah

a = André

P(x;y) = x está escuchando a y

P(n, a) Esta expresión nos dice “Noah está escuchando a André”.

Fíjense que “P(n, a)” no es lo mismo que “P(a, n)”.

Mientras el primero -P(n, a)- indica que “Noah está escuchando a André”, el segundo -P(a, n)- nos dice que “André está escuchando a Noah”. El orden en el que ponemos nuestras constantes es relevante, y nos indica quien debería ser tomado por x y quien por y.

ACTIVIDAD

Reemplazar el parámetro por la constante que representa a las/os individuas/os al cual queremos aplicar el predicado:

a. Romina va a dormir

b. Belén va a apagar la computadora

c. Darío está leyendo un libro de Lógica

d. Lucas está jugando con Julieta

e. Gimena le vende ropa a Florencia

f. Gisela cumple años hoy

Como un predicado aplicado representa un valor de verdad, podemos unir varios predicados usando conectivos lógicos. El valor de verdad final de toda la fórmula será el resultado de evaluar los predicados aplicados y luego usar las reglas vistas en la lógica proposicional para obtener el valor de aplicar los conectivos.

Por ejemplo:

P(n, a) ^ P(a, n)

Estamos expresando que Noah y André se escuchan mutuamente.

En el siguiente:

P(n, a) ^ ~P(a, n)

Estamos diciendo que Noah escucha a André pero André no escucha a Noah

ACTIVIDAD

Reemplazar el parámetro por la constante que representa al individuo al cual queremos aplicar el predicado teniendo en cuenta los conectivos lógicos

a. Rocío y María se gustan.

b. Marcia va a Ushuaia pero Facu no.

c. Vanina no va a Bs As y Nancy tampoco va.

d. Lola no conoce a Euler pero Euler si la conoce a Lola.

Hemos finalizado la clase, vimos qué es la Lógica de Predicados y qué estudia. Estamos cada vez más cerca de transitar el uso de la lógica en programación. ¡Las y los esperamos en la sexta clase!

MATERIAL BIBLIOGRÁFICO

- Rojo, Armando O. (1996), *Álgebra I,* Buenos Aires - Argentina, El Ateneo.

- Johnsonbaugh, Richard. (2005), *Matemáticas discretas,* México, Pearson Educación.