COMPUTER LAB ASISSTANT

NUMERICAL COMPUTATIONS

/ Numerical Methods / Numerical Analysis
/ Computations Mehods / Numerical Simulations

RINGKASAN BAB

Mengacu kepada modul diktat yang sudah ditentukan oleh dosen pengampu praktikum **komputasi numerik** menetapkan berikut ialah metode-metode aproksimasi numerik yang akan dipelajari pada Praktikum Komputasi Numerik 2024

- **Deret Taylor**
- **Solusi Persaaan Non-Linier**
- **Nilai & Vektor Eigen**
- **Metode iterasi /u Persamaan Linier**

RINGKASAN BAB

Mengacu kepada modul diktat yang sudah ditentukan oleh dosen pengampu praktikum komputasi numerik menetapkan berikut ialah metode-metode aproksimasi numerik yang akan dipelajari pada Praktikum Komputasi Numerik 2024

- **Interpolasi**
- **Regresi**
- **Integrasi Numerik**
- **Diferensiasi Numerik**

RINGKASAN BAB

Mengacu kepada modul diktat yang sudah ditentukan oleh dosen pengampu praktikum komputasi numerik menetapkan berikut ialah metode-metode aproksimasi numerik yang akan dipelajari pada Praktikum Komputasi Numerik 2024

Persaman Diferensal Biasa

Proyek Komputasi Numerik

ANALITIK VS NUMERIK

Metode Analitik

Metode analitik berfokus pada **solusi eksplisi**t dari persamaan atau masalah matematis. Pendekatan ini mencoba untuk mendapatkan solusi secara **aljabar** atau dengan menggunakan **teknik-teknik analitik seperti integral, diferensiasi, atau manipulasi simbolik**.

Metode Numerik

Metode numerik menggunakan pendekatan komputasional untuk mendekati solusi numerik dari masalah **matematis**. Ini melibatkan penggunaan **algoritma dan komputasi numerik** untuk memperoleh solusi dengan melakukan **iterasi** atau pendekatan **aritmetik** lainnya.

[~~DIS~~/]-ADVANTAGE

Metode Analitik

Kelebihan metode analitik ialah dapat menemukan hasil yang **sejati/eksak** dalam sebuah permasalahan, alias tidak ada kata Galat/aproksimasi/pendekatan/error di hasil perhitungannya. namun kelemahannya masih banyak permasalahan matematis (maupun fisika) yang **masih belum diselesaikan** secara analitik.

Metode Numerik

Kelebihan metode numerik ialah dapat menyelesaikan dengan **cara yang sederhana** apabila **problem sangat kompleks** yang tidak bisa dikerjakan secara analitik. namun dibalik itu semua metode numerik hanya menggunakan pendekatan/aproksimasi, maka pasti ada galat/error nya. dan untuk menimalisir errornya maka diperlukan **iterasi yang sangat banyak** dan **memakan ruang komputasi** (memory)

DERET TAYLOR

Deret Taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan masalah dalam metode numerik,terutama penyelesaian **persamaan diferensial**. Dalam metode numerik, deret Taylor sering digunakan sebagai dasar untuk mengaproksimasi fungsi secara numerik. Penggunaan deret Taylor dapat membantu dalam menghitung nilai fungsi pada suatu titik tanpa harus menghitung nilai fungsi itu sendiri, melainkan dengan menggunakan **turunan-turunan** fungsi di titik tersebut

NUMERICAL METHODS

DERET TAYLOR

Andaikan f dan semua turunannya, f′, f′′, f′′′, ..., menerus di dalam selang [a, b]. Misalkan x0 ∈ [a, b], maka untuk nilai-nilai x di sekitar x0 dan x ∈ [a, b], f(x) dapat diperluas (diekspansi) ke dalam deret Taylor:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \ ... + \frac{(x - x_0)^m}{m!} f^{(m)}(x_0) + ...$$

Karena suku-suku deret Taylor tidak berhingga banyaknya, maka -untuk alasan praktis- deret Taylor dipotong sampai suku orde tertentu. Deret Taylor yang dipotong sampai suku orde ke-n dinamakan deret Taylor terpotong dan dinyatakan oleh :

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + ... + \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^{(n)}(x_0) + R_n(x)$$

DERET TAYLOR

Jika (x-xo)=h, maka :

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \ldots \frac{h}{m!} f^{(m)}(x_0) + \ldots$$

Contoh :
Hampiri fungsi f(x)=sin(x) ke dalam deret Taylor di sekitar xo=1.
maka,
f(x) = sin(x), f'(x) = cos(x), f ''x) = -sin(x), f '''(x) = -cos(x), f (4)(x) = sin(x), dan seterusnya
Dapat Ditulis

$$\sin(x) = \sin(1) + \frac{(x-1)}{1!} \cos(1) + \frac{(x-1)^2}{2!} (-\sin(1)) + \frac{(x-1)^3}{3!} (-\cos(1)) + \frac{(x-1)^4}{4!} \sin(1) + \ldots$$

Jika (x-1)=h, maka :

$$\begin{aligned} \sin(x) &= \sin(1) + h\cos(1) - \frac{h^2}{2}\sin(1) - \frac{h^3}{6}\cos(1) + \frac{h^4}{24}\sin(1) + \ldots \\ &= 0.8415 + 0.5403h - 0.4208h^2 - 0.0901h^3 + 0.0351h^4 + \ldots \end{aligned}$$

NUMERICAL METHODS

DERET MCLAURIN

Kasus khusus adalah bila fungsi diperluas di sekitar **xo=0**, maka deretnya dinamakan deret **Maclaurin** yang merupakan **deret Taylor baku.**

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(0) + \frac{h^2}{2!} f''(0) + \frac{h^3}{3!} f'''(0) + \ldots \frac{h}{m!} f^{(m)}(0) + \ldots$$

Contoh :

Hampiri fungsi f(x)=sin(x) ke dalam deret Taylor di sekitar xo=0.

maka,

f(x) = sin(x), f′(x) = cos(x), f ′′x) = -sin(x), f ′′′(x) = -cos(x), f (4)(x) = sin(x), dan seterusnya

Dapat Ditulis

$$\sin(x) = \sin(0) + \frac{(x-0)}{1!}\cos(0) + \frac{(x-0)^2}{2!}(-\sin(0)) + \frac{(x-0)^3}{3!}(-\cos(0)) + \frac{(x-0)^4}{4!}\sin(0) + \ldots$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots$$

NUMERICAL METHODS

HIGHLIGHTS

Perbedaan mendasar antara kedua deret disini ialah pada nilai x0 . Deret Maclaurin adalah suatu jenis deret Taylor yang khusus, yaitu deret Taylor yang dihubungkan dengan ekspansi fungsi matematika di sekitar titik x=0. Jadi, setiap deret Maclaurin adalah deret Taylor, tetapi sebaliknya tidak selalu benar. Deret Taylor umumnya diekspansi di sekitar suatu titik x0=a (bukan selalu x0=0)

Bentuk umum Deret Taylor

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \ldots + \frac{(x-x_0)^m}{m!} f^{(m)}(x_0) + \ldots$$

Bentuk umum Deret McLaurin

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3 + \cdots$$

ACKNOWLEDGMENTS

Dengan kata lain, deret Taylor yang dipotong sampai suku orde ke-n dapat ditulis sebagai

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x)$$

FISMAT III
Teorema Residu - Deret Laurent

jika di perluas persamaannya

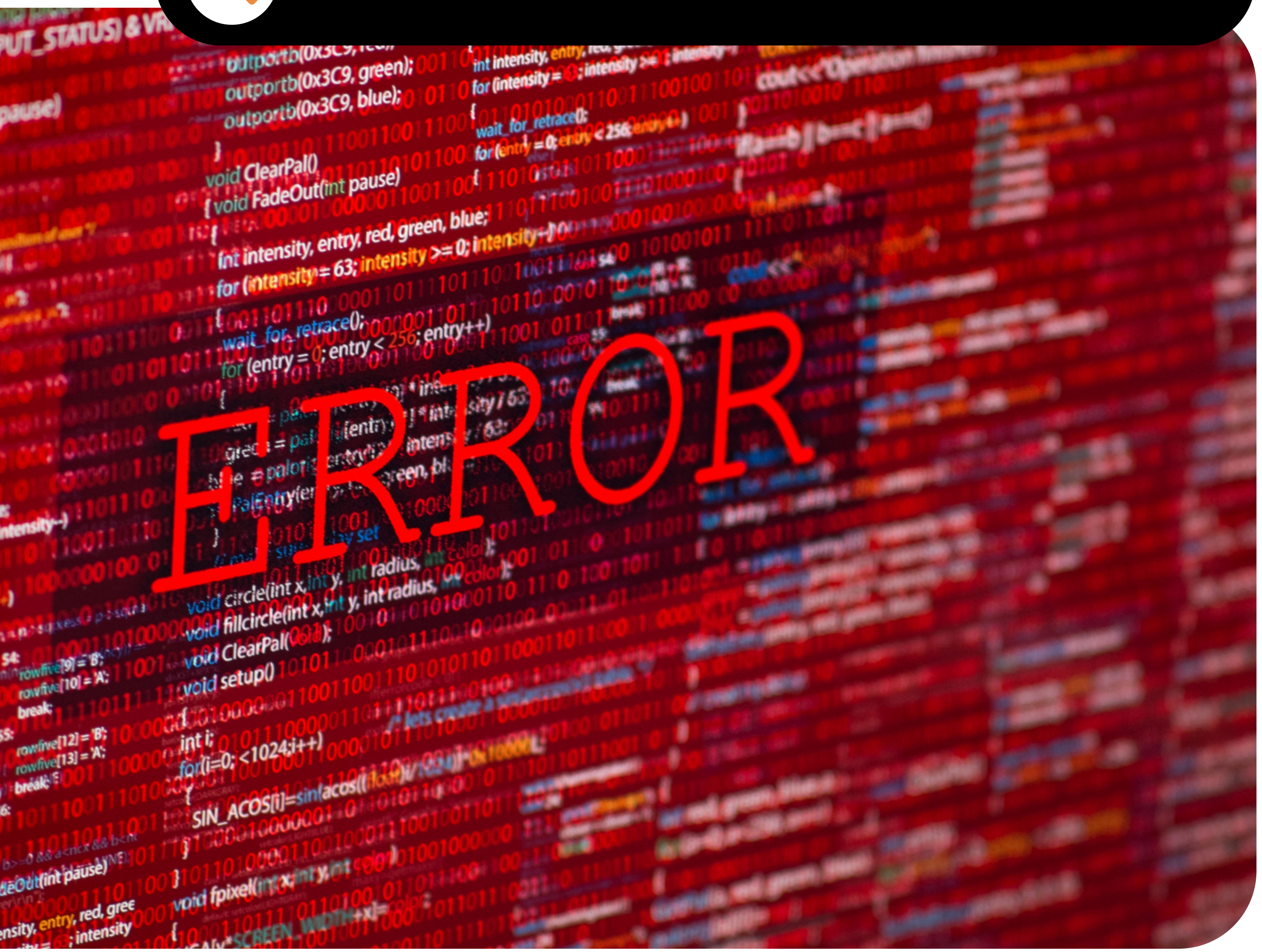
DERET LAURENT =

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(x-x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0)$$

$$R_n(x) = \frac{(x-x_0)^{(n+1)}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c)$$

DERET TAYLOR + RESIDU/GALAT/ERORR

NUMERICAL METHODS



GALAT/ERROR

Menganalisis galat sangat penting di dalam perhitungan yang menggunakan metode numerik. Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya. Semakin kecil galatnya, semakin teliti solusi numerik yang didapatkan.

Galat Mutlak

Jika selisih nilai hampiran (aˆ) dan nilai eksak/sejati (a) tidak dipertimbangkan positif/minus nya.

$$|\varepsilon| = |a - \hat{a}|$$

Galat Relatif Sejati

Untuk mengatasi interpretasi nilai galat ini maka **galat e** harus dinormalkan terhadap nilai **sejatinya/eksak**. Gagasan ini melahirkan apa yang dinamakan galat relatif.

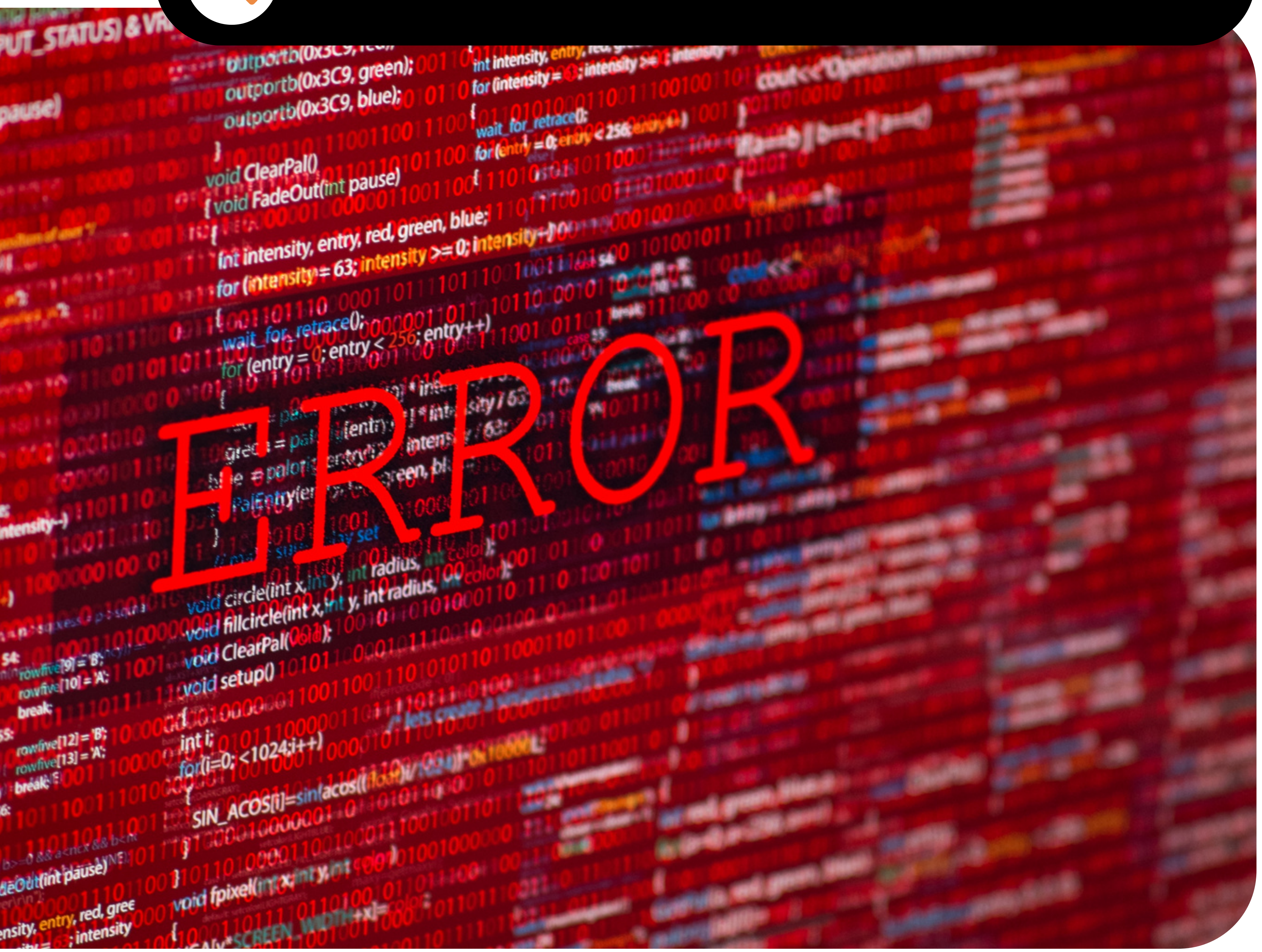
$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a} \times 100\%$$

Galat Relatif Hampiran

Dalam praktek kita tidak mengetahui nilai sejati a, karena itu **galat e** seringkali dinormalkan terhadap solusi **hampirannya**,

$$\varepsilon_{RA} = \frac{a_{r+1} - a_r}{a_{r+1}}$$

NUMERICAL METHODS



GALAT/ERROR

Secara umum terdapat dua sumber utama penyebab galat dlm perhitungan numerik, yaitu

Galat Pemotongan

Galat ini timbul akibat penggunaan hampiran sebagai pengganti formula eksak. Ekspresi matematika yg lebih kompleks diganti dengan formula yg lebih sederhana. Tipe galat pemotongan bergantung pada metode komputasi yg digunakan untuk penghampiran shg kadang-kadang disebut juga galat metode.

Galat Pembulatan

Perhitungan dgn metode numerik hampir selalu menggunakan bilangan nyata. Dengan aplikasi computer, semua bilangan riil tdk dapat disajikan secara tepat. Keterbatasan komputer dalam menyajikan bilangan riil menghasilkan galat yang disebut galat pembulatan.

ANY *question?*

REACH ME AT

mndzww   mndzww__