

## Observación astronómica (APP)

### Introducción

En este macroproyecto los alumnos elaborarán una aplicación que muestre con realidad aumentada las posiciones del sol, la luna y los primeros cinco planetas en la bóveda celeste.

Para poder elaborar la aplicación los estudiantes deberán ocupar Android Studio y el lenguaje de programación Java; adicionalmente para determinar la posición de los astros se emplearán conceptos relacionados con curvas cónicas (elipse y círculo), coordenadas cartesianas, funciones trigonométricas y medidas de ángulos (radianes, grados y horas) y Teorema de Pitágoras. Este proyecto tendrá una duración de 2 semanas, las sesiones se distribuirán de la siguiente manera:

### Objetivos de aprendizaje

- **Identificar aspectos matemáticos de un problema, sus variables, limitaciones y suposiciones detrás de cualquier modelo matemático** esta competencia estará presente a lo largo del macroproyecto cuando formulen los modelos de movimiento de los astros y sus posiciones aparentes con respecto a la tierra.
- **Simplificar una situación o problema para su análisis matemático** esta competencia estará presente cuando simplifiquen el problema al problema de los dos cuerpos (Movimiento Kepleriano).
- **Traducir un problema a su lenguaje matemático o representación** esta competencia estará presente cuando modelen la posición de un astro mediante una elipse
- **Usar herramientas matemáticas que incluyen la tecnología** esta competencia estará presente a lo largo del macroproyecto, mediante el uso de simuladores y lenguajes de programación para la solución de ecuación y verificación de resultados
- **Aplicar los hechos, reglas, algoritmos y estructuras matemáticas** esta competencia estará presente al momento de calcular la posición a través de datos de tablas astronómicas.
- **Manipular números y datos, además de expresiones y ecuaciones algebraicas, así como representaciones geométricas.** Esta competencia estará presente cuando el estudiante emplee las diferentes ecuaciones y datos de tablas para el cálculo de posiciones de diferentes astros.
- **Usar e intercambiar entre diferentes representaciones.** Estará presente en el momento en que el alumno obtenga la posición con base en diferentes sistemas de coordenadas: (eclíptica, ecuatorial y horizontal)
- **Interpretar un resultado matemático dentro de un contexto real.** Estará presente cuando el alumno corrobore la posición calculada mediante la aplicación móvil con realidad aumentada.
- **Identificar los límites del modelo usado para solucionar un problema.** Esta competencia estará presente al cierre del macroproyecto cuando se especifique que los cálculos empleados son válidos para fechas posteriores a 1970 y anteriores al 2100.

**Materiales:**

Computadora

Powerpoint de esquemas simultáneos (esquemas de parámetros y códigos de programación )

Esquemas de elipses con sol y tierra movibles

Maqueta de las leyes de Kepler

Maqueta de los parámetros de la órbita (plano de referencia y plano de la órbita)

Esquema general de todos los pasos

Programa Android Studio

Teléfono celular (teléfonos con android 6.0 o superior)

Simulador <https://stellarium-web.org/>

Internet

GeoGebra para la transformación de coordenadas:

<https://www.geogebra.org/m/seM4p6F2>

Para elaborar el experimento: plato redondo con fondo y una canica

**Organización:**

La contextualización y el cierre se realizará en plenaria: para el desarrollo de la App se formarán equipos de cuatro personas.

**Día 1****Paso 1. Contextualización**

- La maestra introducirá el macroproyecto que se realizará en las siguientes semanas con ayuda de vídeos que hablan acerca de la astronomía en la UNAM con el desarrollo de software o aplicaciones para la observación y predicción de la posición de astros, con esto podrá mostrar la meta del macro proyecto que es la elaboración de una app para encontrar la posición de astros.
- ¿Alguna vez han visto un astro? ¿Cómo lo han hecho?
  - Si quisiera saber como se verá un astro o el universo en los siguientes años ¿qué debemos hacer si no se puede experimentar con el universo? <https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=hhAj0l0fXqQ> (más vídeos sobre lo que es un astrónomo: [https://www.youtube.com/watch?v=a3\\_tQPQWC2E](https://www.youtube.com/watch?v=a3_tQPQWC2E))
  - ¿Creen que podamos observar la posición de la luna en un año a través de nuestro celular? <https://www.youtube.com/watch?v=B-1NnVyWe8E> (hasta 1:06)
  - ¿Qué necesitaríamos conocer para desarrollar nuestra app? (en programación y del astro que quisiéramos observar)
  - ¿Creen que las matemáticas nos puedan ayudar? ¿Cómo?
  - ¿Conocen el simulador stellarium? ¿Android Studio?

- ★ Chicos durante estos días desarrollaremos una aplicación que nos permita obtener la posición de los astros. Pero para llegar a esto necesitamos tomar en cuenta diversos factores astronómicos. El día de hoy vamos a estimar y conocer los elementos orbitales de cualquier cuerpo celeste.

## **Paso 2. Entrega y análisis de material (la órbita de un cuerpo celeste)**

- La maestra ayudará a los estudiantes con la maqueta y esquemas a definir una órbita kepleriana.
- ¿Saben como es la órbita de un cuerpo celeste? ¿Cómo?  
El docente puede ejemplificar: ¿Cómo ocurre un eclipse de sol? ¿Por qué no ocurre uno cada mes si la luna gira alrededor de la tierra una vez al mes?
- Por tanto ¿Que se forma entre los planetas y el sol? (el problema de los dos cuerpos)
- ¿Conocen las Leyes de Kepler? Si el cuerpo se mueve de acuerdo a las leyes de Kepler ¿qué formas puede tener su órbita? ( maqueta concreta/  
<https://www.youtube.com/watch?v=lln0C2--xHk&t=2s>)
- ¿Por qué la órbita es elíptica y no circular? (Ley gravitacional-> el Sol se encuentra en el foco de la elipse y no de un círculo/ EXPERIMENTO)
- ¿Qué parámetros se necesitan para caracterizar la órbita de una elipse? (Mostar esquema de la órbita elíptica) parecido al siguiente vídeo:  
<https://www.youtube.com/watch?v=xgKakxFjb0E>
- ¿Cuáles nos podrían ser de utilidad para saber el movimiento y la posición de un astro?
- Hay otros parámetros que tienen las órbitas y que nos ayudan a conocer su forma, orientación y tamaño. Son los siguientes: parámetros fijos (longitud del nodo ascendente, argumento de la periapsis, inclinación, longitud del semieje mayor y excentricidad. EXPLICARLOS y hacer énfasis en la anomalía media)
- ¿Cuales no? ¿Por qué? (son los que tienen que ver con el movimiento del planeta en su órbita, y se calcula con un ángulo inicial más una velocidad angular por el tiempo medido en días)
- Si la anomalía media no es fija ¿cómo se calcula? (usar esquema de anomalía para hacer referencia del tiempo transcurrido y llegar a la ecuación  $M_0 + M_1 \cdot t$ )

## **Paso 3. El movimiento del astro en su órbita (anomalía media)**

- Como el movimiento de los planetas es periódico es conveniente fijar un momento inicial para saber a partir de cuándo contar el tiempo, la maestra les pedirá a los estudiantes que determinen el número de días transcurridos a partir de la media noche del 31 dic 1999 si se conoce el número de segundos transcurridos desde la medianoche del 1 ene de 1970. Esto para conocer el periodo de tiempo transcurrido del planeta desde un momento inicial.

- ¿El movimiento de los planetas es periódico o cambia cada cierto tiempo?
- ¿Cómo podemos estimar el movimiento del planeta?
- ¿Cómo se mide el tiempo? ¿En qué unidades? La maestra menciona que los astrónomos miden el tiempo en días.
- Los astrónomos miden el tiempo con días en lugar de segundos, sin embargo si se va a emplear un dispositivo de cómputo hay que saber cómo mide una computadora el tiempo
- ¿Cómo una computadora representa el tiempo? (explicar la timestamp, con segundos)
- ¿Cómo transformo una medida de tiempo en segundos a una medida de tiempo en días, cuando los puntos iniciales son diferentes.
- Si ya se tiene el modelo para la anomalía y el tiempo, ¿cómo se calcula la anomalía media?
- Para mayor exactitud, se considera que los demás parámetros tampoco son fijos, pero se calculan de forma similar a la anomalía media, es decir, un valor inicial más una constante por el tiempo.

#### **Paso 4. Cierre de la sesión.**

- La maestra dará el cierre de la sesión, retomando todo lo visto durante esta para saber si se logró la meta del día.
- ★ Bien chicos por hoy hemos concluido con la sesión es importante que no olviden lo que realizamos, ya que es fundamental para el desarrollo de la App.
- ¿Que realizamos el día de hoy?
- ¿Para qué nos sirvieron las leyes de Kepler?
- ¿Qué relación tienen la leyes de Kepler con la elipse?
- ¿Podríamos haberlo hecho sin las leyes de Kepler?
- ¿Para qué nos servirá calcular la anomalía media?

### **Día 2\***

#### **Paso 1. Recapitulación**

- La maestra retomará lo realizado la sesión anterior para saber si hay algunas dudas entre sus alumnos sobre lo que aprendieron.
- ★ Hola chicos, ¿recuerdan que la sesión pasada calculamos los parámetros orbitales? ¿cuáles fueron? ¿para qué lo hicimos?

Bueno, ahora vamos a usar uno de esos parámetros, la anomalía media, para calcular otro más: la anomalía excéntrica, la cual posteriormente nos dará la posición del astro en la órbita (anomalía verdadera). Para poder calcular la anomalía verdadera, necesitamos primero calcular un valor auxiliar: la anomalía excéntrica.

- ★ El día de hoy calcularemos la anomalía excéntrica para que podamos obtener finalmente la posición del astro en su órbita.

## **Paso 2. El movimiento del astro en su órbita (anomalía media y EXCÉNTRICA)**

- La maestra calculará la anomalía excéntrica para que los estudiantes puedan estimar el movimiento del astro en su órbita. La maestra mostrará un video y pedirá que los alumnos expliquen qué diferencias hay entre las diferentes anomalías y cómo se relacionan entre ellas.
- Si ya sabemos la velocidad del planeta ¿Cómo podemos calcular *la posición del astro en su órbita*? ¿Cómo podremos saber donde estará en 1 segundo o 20 días?
- ¿Recuerdan que son las anomalías? ¿Cuáles hay?
- ¿Cuál es la diferencia entre las anomalías?  
<https://www.youtube.com/watch?v=cf9Jh44kL20>
- ¿Cómo podremos calcular la excéntrica a partir de la media? ¿Por qué? ( Se obtiene resolviendo numéricamente la ecuación de Kepler).
- ¿Qué representa la ecuación de Kepler y cómo relaciona las anomalías media y excéntrica?

## **Paso 3. Calculando la posición del astro (anomalía verdadera y coordenadas cartesianas)**

- La maestra calculará la anomalía verdadera para que los estudiantes puedan hallar la posición del astro en su órbita.
- ¿Cómo podemos calcular la verdadera a partir de la anomalía excéntrica? (esquema y aquí entran todos los conceptos de geometría analítica sobre la elipse: semieje mayor, semieje menor, excentricidad, distancia focal)  
Ocupar vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=xgKakxFjb0E/>  
(esquemas que representen lo del vídeo)

## **(SOLO PARA 6TO) Paso 4. Aplicación de la derivada para solución de una ecuación por el método de Newton-Raphson**

- La maestra resolverá la ecuación de Kepler (que relaciona las anomalías media y excéntrica) mediante el método de Newton-Raphson

## **Paso 5. Cierre de la actividad**

- ★ Bien chicos por hoy hemos concluido con la sesión es importante que no olviden lo que realizamos.
- ¿Que realizamos el día de hoy?
- ¿Para qué nos sirvió calcular la anomalía excéntrica y la anomalía media?

- ¿Cómo se calcula la derivada si se conoce la expresión analítica de una función?
- ¿Qué representa geométricamente una derivada? (la pendiente de la recta tangente a la curva)
- ¿Cómo puedo calcular la raíz de una función a partir de su derivada?
- ¿Cómo se calculó la real a partir de la excéntrica?
- ¿Qué es la excentricidad?
- ¿Cómo se relaciona/representa la excentricidad con el eje mayor/eje menor en nuestro contexto? ¿Cómo se relaciona/representa la distancia focal para medir la real en nuestro contexto?
- De los parámetros orbitales, ¿para qué sirven las anomalías media, excéntrica y verdadera? (Definen la posición del cuerpo sobre su propia órbita, tomando como referencia la dirección del perihelio)
- ★ Es importante que no olviden lo que realizamos para obtener la posición de cualquier astro en su órbita: obtener la anomalía excéntrica a partir de la media, donde aplicamos derivadas y su interpretación geométrica; y obtener la anomalía real a partir de la excéntrica, donde ocupamos muchos conceptos de geometría analítica relacionados con la elipse.

### **Día 3**

#### **Paso 1. Retomar actividad del día anterior**

- La maestra retomará lo realizado la sesión anterior para saber si hay algunas dudas entre sus alumnos sobre lo que aprendieron.
- ★ Hola chicos:
- ¿Alguien me puede decir qué fue lo que hicimos la sesión pasada? ¿Para qué?
- ¿Qué es la anomalía excéntrica? ¿Qué es la anomalía real? ¿Qué otros parámetros se necesitan para describir la posición de un planeta en su órbita?, todo esto lo retomaremos para continuar con el desarrollo de nuestra aplicación. El día de hoy vamos a calcular la posición de un astro con referencia al sol pero medida con respecto al plano de la eclíptica (plano de la órbita de la Tierra). La profesora podrá hacer ayuda de la maqueta donde está el plano de referencia y la órbita.
- ¿Saben cuál es el plano de la eclíptica?
- ¿Podríamos usar los mismos parámetros orbitales del ejemplo anterior?
- ¿Por qué con respecto al plano de la órbita terrestre?

#### **Paso 2. Transformación de coordenadas sobre la órbita a coordenadas eclípticas.**

La maestra realizará una transformación de coordenadas cartesianas medidas sobre el plano de la órbita del planeta, a coordenadas cartesianas eclípticas, es decir, con respecto al plano de la órbita de la Tierra. La maestra podrá hacer uso del siguiente recurso de GeoGebra para visualizar la transformación:

<https://www.geogebra.org/m/seM4p6F2>

- Coordenadas sobre la órbita a coordenadas eclípticas.
  - ★ Hola chicos, la clase pasada obtuvimos la distancia y la anomalía verdadera lo que nos da las coordenadas de un cuerpo con respecto al sol, pero medidas sobre el mismo plano de la órbita, tomando como dirección de referencia la dirección del perihelio. Ahora necesitamos obtener esa misma posición (usar esquema de coordenadas sobre la eclíptica), también con respecto al sol, pero tomando como referencia el plano de la eclíptica y como dirección de referencia el primer punto de Aries, que es el punto en el espacio en el que la Tierra está en el equinoccio de primavera, en el hemisferio norte.
- La maestra explicará a los estudiantes qué es una rotación con ayuda de la maqueta en 3D y explicará cómo se realizará con respecto a cada uno de los 3 ejes (x, y, z)
  - ¿Por qué necesitaríamos realizar una rotación?
  - ¿Cómo podríamos hacer coincidir a los ejes xyz de la órbita del planeta y del sistema eclíptico?
  - De los parámetros orbitales, ¿para qué sirven la longitud del nodo ascendente, la inclinación y el argumento de la periapsis? (definen la orientación de la órbita en el espacio)
- La maestra les pedirá a los estudiantes que apliquen tres rotaciones: la primera, sobre el eje Z con un giro igual al argumento de la periapsis. La segunda, sobre el eje X, con un giro igual a la inclinación de la órbita y, por último, otra rotación sobre Z con un giro igual a la longitud del nodo ascendente.

### **Paso 3. Transformación de coordenadas eclípticas a coordenadas ecuatoriales**

- La maestra aplicará una rotación sobre el eje X de 23.5 grados (la inclinación del eje terrestre con respecto al plano de la órbita) a las coordenadas eclípticas del punto anterior. La maestra podrá hacer uso de la maqueta donde está el plano de referencia y la órbita.
  - Si conozco la posición de un planeta con respecto al sol, cuál es su posición con respecto a la Tierra.
  - ¿Qué debemos hacer para transformar y rotar las coordenadas? (mostrar maqueta)
  - ¿Qué funciones trigonométricas se utilizan para transformar y rotar coordenadas? ¿Por qué?
- La maestra explicará cómo realizar la transformación de coordenadas cartesianas a coordenadas esféricas.

- La maestra explicará la relación entre las coordenadas esféricas obtenidas y el sistema de coordenadas ecuatoriales (declinación y ascensión recta).
- ¿Qué es la ascensión recta y declinación? (esquema de coordenadas ecuatoriales)
- La maestra pedirá a los alumnos que expresen la ascensión recta en horas, minutos y segundos
- En geografía, ¿qué sistema de coordenadas se parece al de distancia, declinación y ascensión recta? (latitud y longitud)

#### **Paso 4. Cierre de la actividad**

- ★ Bien chicos, por hoy hemos concluido la sesión.
- ¿Que realizamos el día de hoy?
- ¿Para qué nos sirvió expresar la posición de un planeta con respecto a diferentes sistemas de referencia?
- ¿Cuál es la diferencia en las coordenadas eclípticas y las coordenadas ecuatoriales?
- ¿Cuántos grados están rotadas las coordenadas ecuatoriales con respecto a las eclípticas?
- ¿De cuánto es la inclinación del eje terrestre con respecto al plano de su órbita?
- En los sistemas de referencia que manejamos, ¿dónde está el origen?
- ★ Es importante que recuerden muy bien lo que hicimos: expresar la posición de un planeta pero con respecto a diferentes sistemas de referencia. No olviden qué funciones trigonométricas se usaron para realizar estas transformaciones.

#### **Día 4**

##### **Paso 1. Retomar actividad del día anterior**

- La maestra retomará lo realizado la sesión anterior para saber si hay algunas dudas entre sus alumnos sobre lo que aprendieron.
- ★ Hola chicos:
- ¿Alguien me puede decir qué fue lo que hicimos la sesión pasada? ¿Por qué era importante para el desarrollo de nuestra app?
- ¿Qué son las coordenadas eclípticas y las ecuatoriales?
- ¿Cómo se obtienen unas a partir de otras?
- ¿Qué diferencias y relaciones existen entre ellas?
- ¿Qué funciones trigonométricas se utilizan en estas transformaciones? ¿Se puede resolver de otra manera? ¿Por qué?
- ¿Recuerdan que la sesión pasada hicimos una serie de transformaciones de coordenadas? Con estas transformaciones obtuvimos la dirección en la que



se encuentra un planeta con respecto a una referencia (el primer punto de Aries). ¿Es necesario para el desarrollo de la aplicación considerar el punto desde donde estoy en la Tierra? ¿Por qué? ¿Es lo mismo que observo estando Japón que estando en Chile?

- ¿Hacia qué dirección en el espacio estoy mirando? ¿qué debemos considerar para resolver el problema? Para desarrollar nuestra aplicación requerimos saber también nuestra dirección actual (mirando hacia arriba), estando en la Ciudad de México.

★ El día de hoy calcularemos nuestra posición en el espacio

## **Paso 2. ¿Hacia dónde miro si miro hacia arriba?**

- La maestra calculará el tiempo local sideral (ascensión recta de un punto en la Tierra a una hora determinada). Para esto se retomarán los cálculos de anomalía media y argumento del perihelio realizados el día 1 para el Sol. Con base en estos parámetros, la hora en el meridiano Greenwich y la longitud geográfica de la CDMX, se calculará el tiempo local sideral. En este paso hará uso del esquema de TLS.
- ★ Hola chicos, ¿se han preguntado por qué durante la noche no se observan las mismas estrellas en junio y en diciembre? Hoy vamos a calcular el tiempo local sideral, es decir, la dirección del espacio hacia donde miramos, cuando volteamos hacia arriba, en una fecha y hora determinadas.
- ¿Qué es el tiempo del meridiano Greenwich? ¿Para qué nos serviría?
- ¿Qué son las coordenadas de latitud y longitud? ¿Para qué nos serviría?
- ¿Cuáles son las coordenadas de la Ciudad de México?
- Si sabemos en qué posición está el sol con respecto a la Tierra en una fecha determinada, ¿Cómo podemos saber en qué dirección mira una persona que está en Greenwich?
- Si una persona en Londres (o sea, muy cerca de Greenwich) en este momento mira hacia arriba y ve el sol, la luna o las estrellas, ¿nosotros veríamos lo mismo si volteamos hacia arriba?
- Si sabemos hacia dónde mira una persona en Inglaterra cuando ve hacia arriba en este momento, ¿cómo podemos saber en qué dirección miramos nosotros? ¿puedes comprobarlo?
- La maestra calculará el TLS sumando cuatro magnitudes: anomalía media del sol, argumento del perihelio, tiempo del meridiano Greenwich y longitud de la CDMX.
- Expresar el TLS en horas para poder compararlo con la ascensión recta calculada en el día 3.

## **Paso 3. Cierre de la actividad**

- ★ Bien chicos, por hoy hemos terminado.
- ¿Alguien me puede decir cómo se relacionan el tiempo local sideral con la ascensión recta? ¿Estás de acuerdo? (preguntar a otro compañero)

- ¿Cuánto es la diferencia en grados entre el tiempo local sideral en Greenwich y el tiempo local sideral en la Ciudad de México? ¿Por qué? ¿Cómo lo supiste?
- ¿Cuál es el tiempo local sideral de Greenwich, en marzo, justo en el momento del equinoccio de primavera? ¿Por qué? ¿Cómo lo supiste?
- ★ No olviden cómo se relacionan la hora del día, la longitud geográfica y la fecha con el tiempo local sideral. Los cálculos que hicimos el día de hoy los usaremos en la siguiente sesión para obtener la posición aparente de un astro, es decir, en qué parte del cielo aparentan estar vistos desde donde estamos.

## Día 5

### Paso 1. Retomar actividad del día anterior

- La maestra retomará lo realizado la sesión anterior para saber si hay algunas dudas entre sus alumnos sobre lo que aprendieron.
- ★ Hola chicos:
- ¿Alguien me puede decir qué fue lo que hicimos la sesión pasada? ¿Para qué se ocupará en el desarrollo de nuestra app?
- ¿Cómo lo resolvimos? ¿Hay otra manera de resolverlo? ¿Cuál?

### Paso 2. ¿Dónde estará el día de mi cumpleaños?

- La maestra realizará junto con los estudiantes la primera predicción de la ubicación de un astro. A partir del tiempo local sideral y las coordenadas ecuatoriales, (esquema de coordenadas ecuatoriales a horizontales) obtendrán Azimut y Elevación. La profesora puede hacer uso del siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=iFZ5EOp1LXY>
- ¿Dónde creen que esté la luna el día de su cumpleaños?
- ¿Qué otros elementos podrían hacernos falta para predecir la ubicación del astro? ¿Para qué?
- Si trazo un círculo paralelo al suelo y considero que  $0^\circ$  es hacia el norte, ¿qué ángulo tiene el oriente? ¿qué ángulo el poniente? ¿qué ángulo el sur?
- Si trazo un arco desde el horizonte hasta el cenit, ¿cuántos grados tendría?
- ¿Qué elevación tiene un punto justo en el cenit?
- ¿Cómo podría pasar de coordenadas ecuatoriales a coordenadas horizontales?
- ¿Qué funciones trigonométricas se usan para pasar de coordenadas ecuatoriales a coordenadas horizontales? ¿Por qué?
- ¿Por qué son importantes las coordenadas ecuatoriales? (son las que proporciona el teléfono)
- La maestra pedirá a los alumnos que obtengan las coordenadas cartesianas eclípticas del sol en una fecha y hora determinadas (cálculos hechos en los días 1, 2 y 3).

- La maestra pedirá a los alumnos que repitan estos cálculos para el planeta de interés.
- La maestra pedirá que sumen estas dos coordenadas, lo que dará la posición del astro de interés en coordenadas eclípticas, pero con respecto a la Tierra y no al Sol.
- La maestra pedirá que transformen estas coordenadas (eclípticas con respecto a la Tierra) a coordenadas ecuatoriales (como se vio el día 3).
- La maestra obtendrá el ángulo horario, que es un ángulo paralelo a la ascensión recta, pero medido con respecto al cenit (el ángulo horario es la resta del tiempo local sideral menos la ascensión recta).
- La maestra pedirá a los alumnos que transformen las coordenadas esféricas dadas por el ángulo horario y la declinación (obtenidas en el punto anterior) a coordenadas cartesianas.
- La maestra explicará la relación entre el sistema de coordenadas ecuatoriales y el sistema de coordenadas horizontales (el sistema horizontal es el sistema ecuatorial, rotado un ángulo igual al tiempo local sideral sobre el eje Z, y luego rotado un ángulo igual a la latitud geográfica sobre el eje Y).
- La maestra pedirá a los alumnos que apliquen una rotación a las coordenadas cartesianas sobre el eje Y de un ángulo igual a la latitud geográfica.
- La maestra pedirá a los alumnos que transformen estas coordenadas cartesianas a coordenadas esféricas. Éstas últimas representan el azimut y la elevación.

### **Paso 3. Verificando con el simulador**

- La maestra y los estudiantes verificarán con el simulador Stellarium la primera predicción de la ubicación de un astro. Para ello será necesario que realicen todos los cálculos de los días anteriores dada una fecha y hora y las coordenadas de algún lugar sobre La Tierra.
- ¿Dónde debo ver el sol en este momento? ¿Qué azimut y qué elevación tiene?
- ¿Dónde debería estar la Luna el día de su cumpleaños?
- ¿De cuánto es el error, en grados, minutos o segundos, con respecto a lo que muestra el simulador?
- ¿A qué se deberán estos errores?

### **Paso 4. Desarrollo de la aplicación móvil.**

- Una vez que los alumnos hayan hecho correctamente los cálculos, la maestra les pedirá que escriban las ecuaciones en los archivos de código correspondientes. Para ello, pedirá a los alumnos que abran, en el programa Android Studio, el proyecto que contiene el código necesario para la programación de la aplicación móvil (app) y les indicará en qué archivos y en qué partes deberán escribir los cálculos hechos hasta el momento. La maestra dará las instrucciones necesarias a los alumnos para que compilen y graben el software en el celular. Finalmente la maestra mostrará a los alumnos cómo se usa la app y estos quedarán maravillados por la habilidad del programador que la desarrolló. La maestra deberá ocupar el

PowerPoint donde vienen los diferentes esquemas simultáneos (parecida a la interfaz de Scratch)

#### **Paso 5. Presentación de la herramienta Android Studio**

- La maestra presentará el software con el que elaborará su app de Observación Astronómica.
- Los cálculos que hemos hecho hasta el momento, ¿se pueden hacer en el celular?
- ¿Qué diferencia hay entre un celular y una computadora de escritorio?
- ¿Qué tan rápido puede hacer el celular todos estos cálculos?
- ¿Para qué puede servir a los astrónomos el desarrollo de simuladores de fenómenos astronómicos?
- ¿Creen que existan programas que les permita a los astrónomos saber lo que pasará en 100 años con nuestro sistema solar? ¿O saber lo que sucedió 100 años atrás?
- La aplicación que desarrollaremos ¿cuáles son sus límites?
- ¿Han escuchado hablar de Android Studio?

#### **Paso 6. Características de Android Studio**

- La maestra dará una introducción de las características de Android Studio. Para explicar qué es Android Studio:  
[https://www.youtube.com/watch?v=j\\_wa3xw7VtM](https://www.youtube.com/watch?v=j_wa3xw7VtM)  
<https://www.youtube.com/watch?v=sLYPMvXDvY> (Del minuto 2:10 al 3:00)  
Para familiarizar con el lenguaje de programación que se utilizará (Java):  
<https://www.youtube.com/watch?v=UfKxwhnI-jE>

#### **Paso 7. Usando la herramienta para programar el movimiento del astro en su órbita**

- La maestra hará uso de las diapositivas que están en Power point
- ¿Qué planeta escogen? (recuerden que son sólo los primeros 5 planetas y la luna)
- ¿Saben como se inicia una línea/instrucción en un lenguaje de programación?
- ¿Qué debíamos considerar para saber el movimiento de nuestro planeta? ¿Cómo creen que debemos escribir la fórmula para calcular el período de nuestro planeta?
- ¿Cómo cerramos una instrucción?

#### **Paso 8. Usando la herramienta para programar transformación de coordenadas**

- La maestra hará uso de las diapositivas que están en Power point .
- ¿Cómo creen que debemos escribir la instrucción en lenguaje de programación?

#### **Paso 9. Cierre de la actividad**

- La maestra dará el cierre de la sesión, retomando lo visto durante esta sesión para saber si se logró la meta del día. También recuperará lo visto de

todas las sesiones para verificar que se hayan cumplido los objetivos y meta de la secuencia didáctica.

- ¿Qué realizamos durante estas dos semanas? ¿Cómo?
- ¿Por qué lo resolvimos de esta manera?
- ¿Qué otros fenómenos podemos observar con nuestra aplicación? ¿Cómo lo desarrollarían?
- ¿Qué otras aplicaciones móviles se les ocurre que se puedan hacer con lo que aprendimos de matemáticas?

Instructivo para la situación:		
Observación Astronómica		
	Conceptos matemáticos	Pasos
<b>Día 1 (sesión de dos horas)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aritmética</li> <li>• Elipse</li> <li>• Círculo</li> </ul>	PASO 1. Contextualización de la actividad para los estudiantes (Introducción) PASO 2. Entrega y análisis de material (parámetros orbitales) PASO 3. El movimiento del astro en su órbita (anomalía media) PASO 4. Cierre de la actividad
<b>Día 2 (sesión de dos horas)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aritmética</li> <li>• Elipse</li> <li>• Círculo</li> <li>• Funciones trigonométricas (seno y coseno)</li> </ul> Conceptos de sexto año: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Derivada</li> <li>• Cruce por cero de una función</li> <li>• Interpretación geométrica de la derivada</li> </ul>	PASO 1. Retomar actividad del día anterior PASO 2. El movimiento del astro en su órbita (anomalía media y EXCÉNTRICA) PASO 3. Calculando la posición del astro (anomalía verdadera y coordenadas cartesianas) PASO 4. Cierre de la actividad

<b>Día 3 (sesión de dos horas)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rotación de coordenadas</li> <li>• Transformación de cartesianas a esféricas</li> <li>• Unidades de medida de ángulos (radianes, grados y horas)</li> </ul>	<p>PASO 1. Retomar actividad del día anterior</p> <p>PASO 2. Transformación de coordenadas sobre la órbita a coordenadas eclípticas</p> <p>PASO 3. Transformación de coordenadas eclípticas a coordenadas ecuatoriales.</p> <p>PASO 4. Cierre de la actividad</p>
<b>Día 4 (sesión de una hora)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas de ángulos.</li> </ul>	<p>PASO 1. Retomar actividad del día anterior</p> <p>PASO 2. ¿Hacia dónde miro si miro hacia arriba?</p> <p>PASO 3. Cierre de la actividad</p>
<b>Día 5 (sesión de una hora)</b>	Todos los anteriores	<p>PASO 1. Retomar actividad del día anterior</p> <p>PASO 2. ¿Dónde estará el día de mi cumpleaños?</p> <p>PASO 3. Verificando con el simulador.</p> <p>Paso 4. Desarrollo de la aplicación móvil.</p> <p>Paso 5. Presentación de la herramienta Android Studio</p> <p>Paso 6. Características de Android Studio</p> <p>Paso 7. Usando la herramienta para programar el movimiento del astro en su órbita</p> <p>Paso 8. Usando la herramienta para programar transformación de coordenadas</p> <p>PASO 5. Cierre de la actividad</p>

**Para saber más:**

<http://www.satflare.com/track.asp?q=visual#TOP>

<https://pwg.gsfc.nasa.gov/stargaze/Mmap.htm>

<https://haciaespacio.aem.gob.mx/revistadigital/articul.php?interior=229>

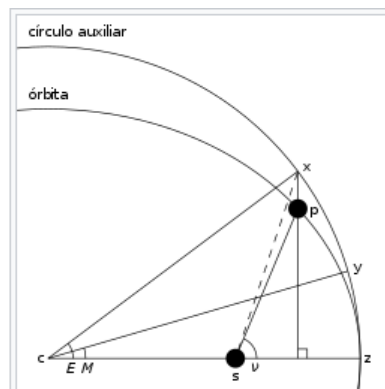
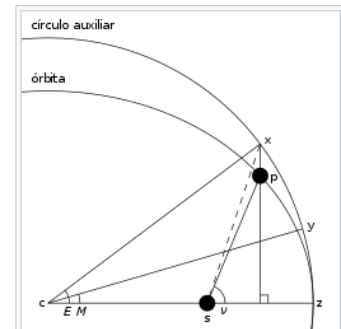
[http://www.mat.ucm.es/~aig/docencia/manuales/Orbitas\\_y\\_Conicas.pdf](http://www.mat.ucm.es/~aig/docencia/manuales/Orbitas_y_Conicas.pdf)

<https://www.youtube.com/watch?v=xgKakxFjb0E>

**Conceptos relacionados con la astronomía que se deben incluir en el manual:**

Anomalía media, anomalía excéntrica y anomalía verdadera.

Anomalía media: es la fracción de un período orbital que ha transcurrido, expresada como ángulo; también es el ángulo que forma con el eje de la elipse un planeta ficticio que gira con movimiento uniforme sobre una circunferencia cuyo diámetro coincide con el eje principal de la elipse y llamada circunferencia principal. Se designa por  $M$ .

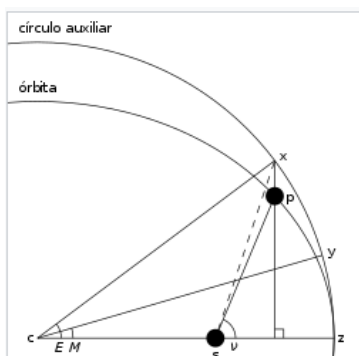


[https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa\\_media](https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa_media)

Anomalía excéntrica: es el ángulo medido desde el centro de la elipse, que forma la proyección del planeta sobre la circunferencia principal, y el eje de la elipse. Se designa por  $E$ . La relación entre la anomalía media y la anomalía excéntrica es la llamada ecuación de Kepler. En ésta ecuación  $M$  y  $e$  son conocidos por lo que  $E$  es la incógnita.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa\\_exc%C3%A9ntrica](https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa_exc%C3%A9ntrica)

Anomalía verdadera: En una órbita elíptica de un satélite alrededor de un planeta (o de un cuerpo alrededor de otro cuerpo de mayor masa), se define la **anomalía verdadera** como el ángulo que forman las líneas foco-satélite y foco-periapsis. Se designa por  $v$



La anomalía verdadera es un parámetro que sirve para identificar la posición de un satélite a lo largo de su órbita. Así, si la anomalía verdadera es  $0^\circ$ , el satélite se encuentra en el periapsis, mientras que si es  $180^\circ$ , se encuentra en el apoapsis.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa\\_verdadera](https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa_verdadera)



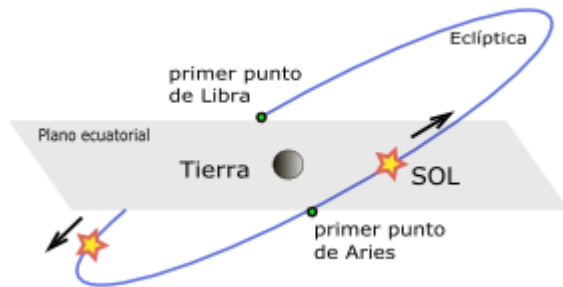
Periapsis:

El Periastro o periapsis es el punto en una órbita elíptica donde la distancia entre los cuerpos es mínima.

En las órbitas siempre hay un cuerpo de mayor masa llamado primario en torno al cual gira otro cuerpo llamado secundario. El periapsis es el punto de la órbita donde el secundario está a la mínima distancia del primario. Se representa por  $q$ .

<https://es.wikipedia.org/wiki/Periastro>

Tiempo sideral:



Es el tiempo medido por el movimiento diurno aparente del equinoccio vernal (fig. 1), que se aproxima, aunque sin ser idéntico, al movimiento de las estrellas. Se diferencia en la precesión del equinoccio vernal con respecto a las estrellas.

De forma más precisa, el tiempo sidéreo se define como el ángulo

horario del equinoccio vernal. Cuando el equinoccio vernal culmina en el meridiano local, el tiempo sidéreo local es 00.00.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo\\_sid%C3%A9reo](https://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo_sid%C3%A9reo)

Coordenadas geográficas:

Las coordenadas geográficas son un sistema de referencia que permite que cada ubicación en la Tierra sea especificada por un conjunto de números, letras o símbolos. Las coordenadas se eligen, en general, de manera que dos de las referencias representen una posición horizontal y una tercera que represente la altitud, las coordenadas de posición horizontal utilizadas son la latitud y longitud.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas\\_geogr%C3%A1ficas](https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_geogr%C3%A1ficas)

Greenwich Meridian Time:

Es un estándar de tiempo que originalmente se refería al tiempo solar medio en el Real Observatorio de Greenwich, en Greenwich, cerca de Londres, Inglaterra, que en 1884 fue elegido por la Conferencia Internacional del Meridiano como el primer meridiano.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo\\_medio\\_de\\_Greenwich](https://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo_medio_de_Greenwich)

Eclíptica:

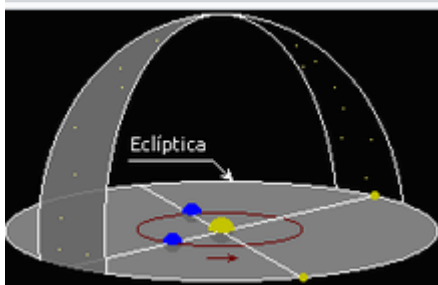
La eclíptica es la línea curva por donde «transcurre» el Sol alrededor de la Tierra, en su «movimiento aparente» visto desde la Tierra. Está formada por la intersección del plano de la órbita terrestre con la esfera celeste. Es la línea recorrida por el Sol a lo largo de un año respecto del «fondo inmóvil» de las estrellas.

<https://es.wikipedia.org/wiki/Ecl%C3%ADptica>

Coordenadas eclípticas:

Las coordenadas eclípticas son un sistema de coordenadas celestes que permiten determinar la posición de un objeto celeste respecto al plano de la eclíptica y al Punto Aries.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas\\_ecl%C3%ADpticas](https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_ecl%C3%ADpticas)





**Orden de cálculos para determinar la posición de un astro:**

1. Determinar el número de días transcurridos a partir de la media noche del 31 dic 1999 a partir de los segundos transcurridos desde la medianoche del 1 ene de 1970.

**Temas.**

2. Calcular parámetros orbitales: longitud del nodo ascendente, argumento de la periapsis, inclinación de la órbita, anomalía media, excentricidad y semieje mayor de la elipse.
3. Calcular las anomalías excéntrica y verdadera y calcular la posición del astro sobre el plano de su propia órbita. (ELIPSE EN EL PLANO)
4. Calcular la posición xyz en coordenadas eclípticas
5. Rotar las coordenadas para obtener las coordenadas ecuatoriales
6. Obtener el tiempo local sideral
7. A partir del tiempo local sideral y las coordenadas equatoriales, obtener Azimut y Elevación.

Los pasos vienen explicados en

<https://stjarnhimlen.se/comp/ppcomp.html>

<https://stjarnhimlen.se/comp/tutorial.html>

**Para ejecutar el código:**

Entrar a:

[https://www.onlinegdb.com/online\\_python\\_compiler](https://www.onlinegdb.com/online_python_compiler)

Copiar y pegar el código y presionar 'run'.

**Para programar ecuaciones:**

[https://www.onlinegdb.com/online\\_python\\_compiler](https://www.onlinegdb.com/online_python_compiler)