ĐẠI SỐ 10

CHƯƠNG I: MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

ĐỊNH NGHĨA

- Mệnh đề: Câu khẳng định đúng hoặc sai.
- Tập hợp: Không có định nghĩa, nhưng hiểu đại khái là thứ chứa các phần tử bên trong. Tập hợp có thể chứa 1, nhiều hay 0 phần tử.

CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

- Giao: lấy phần chung
- Hợp: lấy hết
- Hiệu: lấy phần riêng
- Phần bù: lấy phần thiếu

CÁC TẬP HỢP SỐ

-Tập số tự nhiên (N)
-Tập số nguyên (Z)
-Tập số hữu tỉ (Q)
-Tập số thực (R)

CÁC DẠNG BÀI TẬP

- Xác định mệnh đề
- Chứng minh mệnh đề
- Giao hợp hai hay nhiều tập hợp
- Tìm điều kiện của tham số để tập hợp thoả, ...

ĐẠI SỐ 10

CHƯƠNG II: HÀM SỐ

HÀM SỐ

a. Tập xác định:

$D = D_f \cap D_y$

b. Tính chẵn lẻ:

i. f(x) = f(-x) => chẵn

ii. f(-x) = - f(x) => lẻ

CÁC DẠNG BÀI TẬP:

Tìm điều kiện xác định của hàm số

Xét tính chẵn lẻ của hàm số

Xác định giao điểm của hai hay nhiều đồ thị

Vẽ đồ thị, tìm đỉnh parabol, tìm các hệ số, các dạng toán thực tế, ...

HÀM SỐ BẬC NHẤT

a. Dạng: y = ax + b

b. Tập xác định: D = R

c. Đồ thị: đường thẳng

d. Tính đơn điệu:

i. a > 0 => tăng

ii. a < 0 => giảm

iii. a = 0 => hàm hằng

e. So sánh hai đồ thị hàm bậc nhất

f. Các dạng phát triển:

y = |ax + b |, y = a|x| + b

HÀM SỐ BẬC HAI

a.Dạng: $y = ax^2 + bx + c$

b.Tập xác định: D = R

c.Đồ thị: parabol

d.Tính đơn điệu:

i. a > 0 => trái giảm, phải tăng, cực tiểu đỉnh

ii. a < 0 => trái tăng, phải giảm, cực đại đỉnh

iii. a = 0 => trở về hàm bậc nhất

e. Các công thức:

i. Đỉnh: $I\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

ii. $\Delta = b^2 - 4ac$

ĐẠI SỐ 10

CHƯƠNG III: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

PHƯƠNG TRÌNH HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC I NHIỀU ẨN

a. Phương trình bậc I có 2 ẩn:

b. Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn:

i. Dạng: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

ii. Cách giải: phương pháp cộng đại số, phương pháp thế, biện luận bằng định thức

c. Hệ phương trình bậc nhiều ẩn (3 ẩn trở lên)

ĐỊNH NGHĨA

$$f(x) = g(x)$$

a. Phương trình bậc nhất:

Xét phương trình:

$$ax + b = 0$$

i. $a \neq 0 => x = -\frac{b}{a}$

ii. $a = 0 \,\&\, b = 0$

=> vô số nghiệm

iii. $a = 0 \,\&\, b \neq 0$

=> vô nghiệm

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC 1, BẬC 2

b. Phương trình bậc hai:

Xét phương trình:

$ax^2 + bx + c = 0$ có $\Delta = b^2 - 4ac$

i. $\Delta > 0$

=>hai nghiệm phân biệt

ii. $\Delta = 0$ => nghiệm kép

iii. $\Delta < 0$ => vô nghiệm

c. Định lý Viète (Vi-ét):

Xét phương trình:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

có hai nghiệm phân biệt : x_1, x_2

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

Các dạng mở rộng:

phương trình có chứa dấu trị tuyệt đối, phương trình chứa ẩn trong căn, ...

4. Các dạng bài tập: tìm điều kiện xác định của phương trình; giải phương trình bằng phép biến đổi tương đương; giải các dạng phương trình đặc biệt (phương trình chứa trị, phương trình chứa ẩn ở mẫu, ...); giải và biện luận hệ phương trình bằng định thức; giải bằng các phương pháp mở rộng: đặt ẩn phụ, trục căn thức ở mẫu,...

ĐẠI SỐ 10

CHƯƠNG IV: BẤT ĐẲNG THỨC – BẤT PHƯƠNG TRÌNH

CHƯƠNG NÀY CÓ 3 PHẦN

CÁC BĐT THƯỜNG GẶP

BĐT VỀ TRỊ TUYỆT ĐỐI

i.

$$-|a| \leq a \leq |a|, \forall a \in R$$

ii.

$$|x| < a => -a < x < a$$

iii.

$$|x| > a => x > a$$

hoặc

$$x < -a$$

BĐT CAUCHY

Bất đẳng thức Cauchy (Cô-si, hay còn có tên gọi khác là " BĐT AM-GM"):

i. Cauchy cho 2 số không âm:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}, \text{ dấu "=" xảy ra khi } a = b$$

ii. Cauchy cho 3 số không âm:

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}, \text{ dấu "=" xảy ra khi } a = b = c$$

iii. Dạng tổng quát cho n số không âm:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n \geq n.\sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$$

CÁC BĐT THƯỜNG GẶP

BĐT BUNYAKOVSKI

i. **Dạng 1:**

$$(a_1^2+\ldots+a_n^2).(b_1^2+\ldots+b_n^2) \geq (a_1b_1+\ldots+a_nb_n)^2$$

ii. **Dạng 2:**

$$\sqrt{(a_1^2+\ldots+a_n^2).(b_1^2+\ldots+b_n^2)} \geq |a_1b_1+\ldots+a_nb_n|$$

iii. **Dạng 3:**

$$\sqrt{(a_1^2+\ldots+a_n^2).(b_1^2+\ldots+b_n^2)} \geq a_1b_1+\ldots+a_nb_n$$

iv. **Ghi chú:**

- **Ở dạng 1 và 2, điều kiện để dấu "=" xảy ra là:**

$$\frac{a_1}{b_1}=\ldots=\frac{a_n}{b_n}$$

- **Ở dạng 3, điều kiện để dấu "=" xảy ra là (a, b cùng dấu):**

$$\frac{a_1}{b_1}=\ldots=\frac{a_n}{b_n}\geq 0$$

Một số bất đẳng thức mở rộng các bạn có thể tìm đọc: Cauchy-Schwarz Engel (gọi tắt là Schwarz), Chebyshev, Minkowski, ...

BẤT PHƯƠNG TRÌNH

a. *Bất phương trình bậc nhất một ẩn:*

i. Dạng: $ax + b > 0$ (có thể thay bằng dấu khác)

ii. Cách giải:

- $a = 0 \Rightarrow 2TH$:
  a. $b > 0 \Rightarrow S = R$
  b. $b \leq 0 \Rightarrow S = \emptyset$
- $a > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a} \Rightarrow S = \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$
- $a < 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a} \Rightarrow S = \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$

Hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn: Giải từng bất phương trình -> lấy giao tập nghiệm của các bất phương trình riêng lẻ sẽ thu được tập nghiệm của hệ bất phương trình cần tìm.

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

i. Dạng: $ax + by > c$ (có thể thay bằng dấu khác)

ii. Biểu diễn tập nghiệm trên đồ thị: tập hợp các điểm có toạ độ thoả bất phương trình ban đầu được gọi là miền nghiệm của bất phương trình đó (xem thêm về "biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn)

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: Tìm miền nghiệm của từng bất phương trình -> lấy phần chung của tất cả bất phương trình, ta thu được miền nghiệm của hệ.

XÉT DẤU

Nhị thức bậc nhất :

i. Xác định x_0 để nhị thức bằng 0

ii. Thần chú: "Phải cùng trái trái" (bên phải x_0 cùng dấu a, bên trái x_0 trái dấu a)

iii. Xét dấu một biểu thức gồm nhiều nhị thức bậc nhất: lập bảng xét dấu chung cho các nhị thức bậc nhất, xét dấu từng nhị thức rồi sau đó nhân/chia để được dấu của biểu thức lớn

a.Tam thức bậc hai : $ax^2 + bx + c$

i. $\Delta < 0 =>$ luôn cùng dấu a

ii. $\Delta = 0 =>$ xác định nghiệm kép, tại đó tam thức bằng 0, còn lại cùng dấu a

iii. $\Delta > 0 =>$ xác định 2 nghiệm. Thần chú: "Trong trái ngoài cùng" (giữa hai nghiệm trái dấu a, bên ngoài hai nghiệm cùng dấu a)

iv. Có thể xuất hiện dạng bài yêu cầu xét dấu/giải bằng cách xét dấu biểu thức vừa có nhị thức bậc nhất, vừa có tam thức bậc hai. Khi đó, lập bảng xét dấu chung cho tất cả các đa thức, sau đó căn cứ bảng xét dấu tìm khoảng nghiệm phù hợp

Các dạng bài tập thường gặp: chứng minh bất đẳng thức (VDT – VDC); giải bất phương trình bằng bảng xét dấu; giải hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn; xác định miền nghiệm của bất phương trình; xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình...

ĐẠI SỐ 10

CHƯƠNG V: GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC

CHƯƠNG NÀY CÓ 3 PHẦN

GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC

1. Các khái niệm mới:

a. Đường tròn lượng giác

b. Số đo của một cung lượng giác

c. Giá trị của một cung lượng giác

α: $sin\alpha$, $cos\alpha$, $tan\alpha$, $cot\alpha$

2. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác

a. *Công thức cơ bản:*

i. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

ii. $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $(cos\alpha \neq 0)$

iii. $1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ $(sin\alpha \neq 0)$

iv. $tan\alpha . cot\alpha = 1$ $(tan\alpha \neq 0,\ cot\alpha \neq 0)$

b. *Quan hệ đặc biệt giữa các giá trị lượng giác:*

i. Cos đối: $cos\alpha = \cos(-\alpha)$ (còn lại có dấu trừ)

ii. Sin bù: $sin\alpha = \sin(\pi - \alpha)$ (còn lại có dấu trừ)

iii. Phụ chéo: $sin\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ (tương tự cho $tan\alpha$ và $cot\alpha$)

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

a. Công thức cộng:

i. $\sin(a \pm b) = sina.cosb \pm cosa.sinb$

ii. $\cos(a \pm b) = cosa.cosb \mp sina.sinb$

iii. $\tan(a \pm b) = \frac{tana \pm tanb}{1 \mp tana.tanb}$

b. Công thức nhân đôi:

i. $sin2a = 2sina.cosa$

ii. $cos2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

iii. $tan2a = \frac{2tana}{1 - \tan^2 a}$

c. Công thức nhân ba:

i. $sin3a = 3sina - 4\sin^3 a$

ii. $cos3a = 4\cos^3 a - 3cosa$

d. Tổng thành tích:

i. $cosa + cosb = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

ii. $cosa - cosb = -2.\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

iii. $sina + sinb = 2.\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

iv. $sina - sinb = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

e. Tích thành tổng:

i. $cosa.cosb = \frac{1}{2}.[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$

ii. $sina.sinb = \frac{1}{2}.[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

iii. $sina.cosb = \frac{1}{2}.[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$

Các dạng bài thường gặp: tính các giá trị lượng giác với một giá trị lượng giác cho trước; tính giá trị của biểu thức lượng giác; tính độ dài cung; chứng minh một biểu thức lượng giác không phụ thuộc vào góc; chứng minh một đẳng thức/bất đẳng thức lượng giác; rút gọn biểu thức...