

Byczko Maciej Maziec Michał Pomarański Maciej	Prowadzący: dr inż. Ewa Frączek	Numer ćwiczenia 6
Grupa nr. C	Temat ćwiczenia: Drgania i Fale	Ocena:
Tydzień parzysty Godzina 11:15-13:00	Data wykonania: 2 kwietnia 2020	

1 Zadania do zrobienia

1.1 Zadanie 1

1.1.1 Polecenie

Zad.3(P) Ile wynosi stosunek energii kinetycznej do potencjalnej ciała wykonującego drgania harmoniczne kosinusoidalne dla chwili czasu $t = \frac{T}{6}$, jeżeli faza początkowa wynosi zero?

Ile będzie wynosił ten sam stosunek energii dla drgania harmonicznego sinusoidalnego?

1.1.2 Rozwiązanie

Wzory:

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) \Leftrightarrow E_k(t) = \frac{1}{2}m[x_0\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)]^2$$

$$E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2(t) \Leftrightarrow E_p(t) = \frac{1}{2}k[x_0 \cos(\omega_0 t + \phi)]^2$$

Obliczenia:

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{\frac{1}{2}m[x_0\omega_0 \sin(\omega_0 t)]^2}{\frac{1}{2}k[x_0 \cos(\omega_0 t)]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{mx_0^2\omega_0^2[\sin(\frac{2\pi}{T} * \frac{T}{6})]^2}{kx_0^2[\cos(\frac{2\pi}{T} * \frac{T}{6})]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{m\omega_0^2[\sin(\frac{\pi}{3})]^2}{k[\cos(\frac{\pi}{3})]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{k}{k} * [\tan(\frac{\pi}{3})]^2 = 3$$

Dla drgania harmonicznego sinusoidalnego stosunek będzie wynosił $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ponieważ:

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{k}{k} * [\cot(\frac{\pi}{3})]^2 = \frac{1}{3}$$

1.2 Zadanie 2

1.2.1 Polecenie

Zad.9. Wartości amplitud wymuszonych drgań harmoniczných są równe dla dwóch częstości siły wymuszającej: $\omega_1=400 \frac{rad}{s}$ oraz $\omega_2=600 \frac{rad}{s}$. Wyznacz częstość ω_{rez} , dla której amplituda drgań wymuszonych osiągnie maksymalną wartość.

1.3 Rozwiązanie

Wzory:

Mechaniczne drgania wymuszone: $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\beta \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t)$$

Współczynnik tłumienia: $2\beta = \frac{b}{m}$

Częstość oscylatora nietłumionego: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

Częstość rezonansowa: $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

Amplituda wymuszona: $A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$ Amplituda

rezonansowa: $A_r = \frac{f_0}{2\beta(\omega_0^2 - \beta^2)}$

Obliczenia:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad A(\omega_1) = A(\omega_2)$$

$$(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\beta^2\omega_1^2 = (\omega_0^2 - \omega_2^2)^2 + 4\beta^2\omega_2^2$$

$$\cancel{\omega_0^4} - 2\omega_0^2\omega_1^2 + \omega_1^4 + 4\beta^2\omega_1^2 = \cancel{\omega_0^4} - 2\omega_0^2\omega_2^2 + \omega_2^4 + 4\beta^2\omega_2^2$$

$$\omega_1^4 - 2\omega_1^2(\omega_0^2 - 2\beta^2) = \omega_2^4 - 2\omega_2^2(\omega_0^2 - 2\beta^2)$$

$$\omega_1^4 - 2\omega_1^2\omega_r^2 = \omega_2^4 - 2\omega_2^2\omega_r^2$$

Wyznaczenie ω_r :

$$-2\omega_1^2\omega_r^2 + 2\omega_2^2\omega_r^2 = \omega_2^4 - \omega_1^4$$

$$\omega_r^2(2\omega_2^2 - 2\omega_1^2) = (\omega_2^2 - \omega_1^2)(\omega_2^2 + \omega_1^2)$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)(\omega_2^2 + \omega_1^2)}{2(\omega_2^2 - \omega_1^2)}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{600^2 + 400^2}{2}} = 510 \frac{rad}{s}$$

2 Wymyślone zadanie z fali kulistej

2.1 Polecenie

Chłopak na polanie postanowił krzyknąć czym sprokurował falę kulistą która powoduje zmianę ciśnienia $\Delta p_m = \sqrt{816 * 10^{-6}} [Pa]$. Oblicz poziom natężenia wydanego przez niego dźwięku w skali decybelowej.

Przyjmij, że gęstość powietrza $\rho = 1,2 [\frac{kg}{m^3}]$, prędkość dźwięku w powietrzu $V = 340 [\frac{m}{s}]$ a próg słyszalności człowieka (dla 1000Hz) $I_0 = 10^{-12} [\frac{W}{m^2}]$

2.2 Rozwiązanie

Dane:

$$\rho = 1,2 [\frac{kg}{m^3}]$$

$$V = 340 [\frac{m}{s}]$$

$$\Delta P_m = \sqrt{816 * 10^{-6}} [Pa]$$

$$I_0 = 10^{-12} [\frac{W}{m^2}]$$

Szukane:

$$I [dB] = ?$$

Obliczenia:

$$I = \frac{1}{2} \rho V \omega^2 s_m^2$$

$$\Delta P_m = \rho V \omega s_m$$

$$\omega = \frac{\Delta P_m}{\rho V s_m}$$

$$I = \frac{\Delta P_m^2}{2 \rho V}$$

$$[dB] = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) == 10 \log\left(\frac{\Delta P_m^2}{2 \rho V I_0}\right)$$

$$[dB] = 10 \log\left(\frac{816 * 10^{-6}}{2 * 1,2 * 340 * 10^{-12}}\right) = 10 \log 10^6 = 60 [dB]$$

Odp: Poziom dźwięku o szukanym natężeniu wynosi 60[dB].