Byczko Maciej Maziec Michał Pomarański Maciej	Prowadzący: dr inż. Ewa Frączek	Numer ćwiczenia 6
Grupa nr. C	Temat ćwiczenia: Drgania i Fale	Ocena:
Tydzień parzysty Godzina 11:15-13:00	Data wykonania: 2 kwietnia 2020	

### Zadania do zrobienia 1

#### 1.1 Zadanie 1

#### Polecenie 1.1.1

Zad.3(P) Ile wynosi stosunek energii kinetycznej do potencjalnej ciała wykonującego drgania harmoniczne kosinusoidalne dla chwili czasu  $t=\frac{T}{6}$ , jeżeli faza początkowa wynosi zero?

Ile będzie wynosił ten sam stosunek energii dla drgania harmonicznego sinusoidalnego?

### 1.1.2 Rozwiązanie

Wzory:

Wzory:  

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) \Leftrightarrow E_k(t) = \frac{1}{2}m[x_0\omega_0\sin(\omega_0t + \phi)]^2$$

$$E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2(t) \Leftrightarrow E_p(t) = \frac{1}{2}k[x_0\cos(\omega_0t + \phi)]^2$$
Obliczenia:  

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{\frac{1}{2}m[x_0\omega_0\sin(\omega_0t)]^2}{\frac{1}{2}k[x_0\cos(\omega_0t)]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{mx_0^2\omega_0^2[\sin(\frac{2\pi}{T}*\frac{T}{6}]^2}{kx_0^2[\cos(\frac{2\pi}{T}*\frac{T}{6}]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{m\omega_0^2[\sin(\frac{\pi}{3})]^2}{k[\cos(\frac{\pi}{3})]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{k}{k}*[\tan(\frac{\pi}{3})]^2 = 3$$

Dla drgania harmonicznego sinusoidalnego stosunek będzie wynosił  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  ponieważ:

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{k}{k} * \left[\cot\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]^2 = \frac{1}{3}$$

## 1.2 Zadanie 2

### 1.2.1 Polecenie

Zad.9. Wartości amplitud wymuszonych drgań harmonicznych są równe dla dwóch częstości siły wymuszającej:  $\omega_1$ =400  $\frac{rad}{s}$  oraz  $\omega_2$ =600  $\frac{rad}{s}$ . Wyznacz częstość  $\omega_{rez}$ , dla której amplituda drgań wymuszonych osiągnie maksymalną wartość.

## 1.3 Rozwiązanie

## Wzory:

Mechaniczne drgania wymuszone:
$$F(t) = F_0 \cos(\omega t)$$
  

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\beta \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t)$$

Współczynnik tłumienia: $2\beta = \frac{b}{m}$ 

Częstość oscylatora nietłumionego: $omega_0^2 = \frac{k}{m}$ 

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

Częstość rezonansowa: $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$  Amplituda wymuszona: $A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$  Amplituda

rezonansowa:
$$A_r = \frac{f_0}{2\beta(\omega_0^2 - \beta^2)}$$

### **Obliczenia**:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \ A(\omega_1) = A(\omega_2)$$

$$(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\beta^2 \omega_1^2 = (\omega_0^2 - \omega_2^2)^2 + 4\beta^2 \omega_2^2$$

$$\omega_0^4 - 2\omega_0^2 \omega_1^2 + \omega_1^4 + 4\beta^2 \omega_1^2 = \omega_0^4 - 2\omega_0^2 \omega_2^2 + \omega_2^4 + 4\beta^2 \omega_2^2$$

$$\omega_1^4 - 2\omega_1^2 (\omega_0^2 - 2\beta^2) = \omega_2^4 - 2\omega_2^2 (\omega_0^2 - 2\beta^2)$$

$$\omega_1^4 - 2\omega_1^2 \omega_r^2 = \omega_2^4 - 2\omega_2^2 \omega_r^2$$
Wyznaczenie  $\omega_r$ :
$$-2\omega_1^2 \omega_r^2 + 2\omega_2^2 \omega_r^2 = \omega_2^4 - \omega_1^4$$

$$\omega_{1}^{2} - 2\omega_{1}^{2}\omega_{r}^{2} = \omega_{2}^{2} - 2\omega_{2}^{2}\omega_{r}^{2}$$

$$Wyznaczenie \omega_{r}:$$

$$-2\omega_{1}^{2}\omega_{r}^{2} + 2\omega_{2}^{2}\omega_{r}^{2} = \omega_{2}^{4} - \omega_{1}^{4}$$

$$\omega_{r}^{2}(2\omega_{2}^{2} - 2\omega_{1}^{2}) = (\omega_{2}^{2} - \omega_{1}^{2})(\omega_{2}^{2} + \omega_{1}^{2})$$

$$\omega_{r} = \sqrt{\frac{(\omega_{2}^{2} - \omega_{1}^{2})(\omega_{2}^{2} + \omega_{1}^{2})}{2(\omega_{2}^{2} - \omega_{1}^{2})}}$$

$$\omega_{r} = \sqrt{\frac{\omega_{1}^{2} + \omega_{2}^{2}}{2}}$$

$$\omega_{r} = \sqrt{\frac{600^{2} + 400^{2}}{2}} = 510 \frac{rad}{s}$$

# 2 Wymyślone zadanie z fali kulistej

## 2.1 Polecenie

Chłopak na polanie postanowił krzyknąć czym wytworzył falę kulistą, która powoduje zmianę ciśnienia  $\Delta p_m = \sqrt{816*10^{-6}}[Pa]$ . Oblicz poziom natężenia wydanego przez niego dźwieku w skali decybelowej.

Przyjmij, że gęstość powietrza  $\rho=1,2[\frac{kg}{m^3}]$ , prędkość dźwięku w powietrzu  $V=340[\frac{m}{s}]$  a próg słyszalności człowieka (dla 1000Hz)  $I_0=10^{-12}[\frac{W}{m^2}]$ 

## 2.2 Rozwiązanie

$$\begin{aligned} \mathbf{Dane:} \\ \rho &= 1.2 \big[\frac{kg}{m^3}\big] \\ V &= 340 \big[\frac{m}{s}\big] \\ \Delta p_m &= \sqrt{816*10^{-6}} \big[Pa\big] \\ I_0 &= 10^{-12} \big[\frac{W}{m^2}\big] \\ \mathbf{Szukane:} \\ I[dB] &= ? \\ \mathbf{Obliczenia:} \\ I &= \frac{1}{2} \rho V \omega_0^2 s_m^2 \\ \Delta p_m &= \rho V \omega s_m \\ \omega &= \frac{\Delta p_m}{\rho V S_m} \\ I &= \frac{\Delta p_m^2}{2\rho V} \\ [dB] &= 10 \log \big(\frac{I}{I_0}\big) == 10 \log \big(\frac{\Delta p_m^2}{2\rho V I_0}\big) \\ [dB] &= 10 \log \big(\frac{816*10^{-6}}{2*1.2*340*10^{-12}}\big) = 10 \log 10^6 = 60 \big[dB\big] \end{aligned}$$

 $[aB] = 10 \log(\frac{100}{2*1.2*340*10^{-12}}) = 10 \log 10^{\circ} = 60[aB]$ Odp: Poziom dźwięku o szukanym natężeniu wynosi 60[dB]. dsdsdsdsdsdsdsdsdsdsdsds