Byczko Maciej Maziec Michał Pomarański Maciej	Prowadzący: dr inż. Ewa Frączek	Numer ćwiczenia 6
Grupa nr. C	Temat ćwiczenia: Drgania i Fale	Ocena:
Tydzień parzysty Godzina 11:15-13:00	Data wykonania: 1 kwietnia 2020	

1 Zadania do zrobienia

1.1 Zadanie 1

1.1.1 Polecenie

Zad.3(P) Ile wynosi stosunek energii kinetycznej do potencjalnej ciała wykonującego drgania harmoniczne kosinusoidalne dla chwili czasu t=$\frac{T}{6}$, jeżeli faza początkowa wynosi zero?
Ile będzie wynosił ten sam stosunek energii dla drgania harmonicznego sinusoidalnego?

1.1.2 Rozwiązanie

Wzory:

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) \Leftrightarrow E_k(t) = \frac{1}{2}m[x_0\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)]^2$$

$$E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2(t) \Leftrightarrow E_p(t) = \frac{1}{2}k[x_0 \cos(\omega_0 t + \phi)]^2$$

Obliczenia:

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{\frac{1}{2}m[x_0\omega_0 \sin(\omega_0 t)]^2}{\frac{1}{2}k[x_0 \cos(\omega_0 t)]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{mx_0^2\omega_0^2[\sin(\frac{2\pi}{T} * \frac{T}{6}]^2}{kx_0^2[\cos(\frac{2\pi}{T} * \frac{T}{6})]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{m\omega_0^2[\sin(\frac{\pi}{3})]^2}{k[\cos(\frac{\pi}{3})]^2}$$

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{k}{k} * [\tan(\frac{\pi}{3})]^2 = 3$$

Dla drgania harmonicznego sinusoidalnego stosunek będzie wynosił $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ponieważ:

$$\frac{E_k(t)}{E_p(t)} = \frac{k}{k} * [\cot(\frac{\pi}{3})]^2 = \frac{1}{3}$$

1.2 Zadanie 2

1.2.1 Polecenie

Zad.9. Wartości amplitud wymuszonych drgań harmonicznych są równe dla dwóch częstości siły wymuszającej: ω_1=400 $\frac{rad}{s}$ oraz ω_2=600 $\frac{rad}{s}$. Wyznacz częstość ω_{rez}, dla której amplituda drgań wymuszonych osiągnie maksymalną wartość.

1.3 Rozwiązanie

Wzory:

Mechaniczne drgania wymuszone:$F(t) = F_0 \cos(\omega t)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\beta\frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t)$$

Współczynnik tłumienia:$2\beta = \frac{b}{m}$

Częstość oscylatora niettłumionego:$omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

Częstość rezonansowa:$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

Amplituda wymuszona:$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}$ Amplituda rezonansowa:$A_r = \frac{f_0}{2\beta(\omega_0^2-\beta^2)}$

Obliczenia:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\ A(\omega_1) = A(\omega_2)$$

$$(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\beta^2\omega_1^2 = (\omega_0^2 - \omega_2^2)^2 + 4\beta^2\omega_2^2$$

$$\cancel{\omega_0^4} - 2\omega_0^2\omega_1^2 + \omega_1^4 + 4\beta 2\omega_1^2 = \cancel{\omega_0^4} - 2\omega_0^2\omega_2^2 + \omega_2^4 + 4\beta 2\omega_2^2$$

$$\omega_1^4 - 2\omega_1^2(\omega_0^2 - 2\beta^2) = \omega_2^4 - 2\omega_2^2(\omega_0^2 - 2\beta^2)$$

$$\omega_1^4 - 2\omega_1^2\omega_r^2 = \omega_2^4 - 2\omega_2^2\omega_r^2$$

Wyznaczenie ω_r:

$$-2\omega_1^2\omega_r^2 + 2\omega_2^2\omega_r^2 = \omega_2^4 - \omega_1^4$$

$$\omega_r^2(2\omega_2^2 - 2\omega_1^2) = (\omega_2^2 - \omega_1^2)(\omega_2^2 + \omega_1^2)$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{(\omega_2^2-\omega_1^2)(\omega_2^2+\omega_1^2)}{2(\omega_2^2-\omega_1^2)}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\omega_1^2+\omega_2^2}{2}}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{600^2+400^2}{2}} = 510\frac{rad}{s}$$

2 Wymyślone zadanie z fali kulistej

2.1 Polecenie

2.2 Rozwiązanie

Wzory:

Natężenie fali: $I = \frac{P_{zr}}{4\Pi r^2}$

Prawo odwrotnych kwadratów: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

$I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2$

$\Phi(r,t) = \frac{s_0}{r}\sin(kr - \omega t)$

Interferencja kostruktywna:$L_2 - L_1 = m\lambda$

Interferencja destruktywna:$L_2 - L_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda$

$m \in \mathbb{N}$