Aufgabe 3

a.

$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = \frac{9}{20} = 0.45 < \frac{1}{2}$

$w_6 + w_7 + w_8 + w_9 + w_10 + w_11 = 0.5 \leq \frac{1}{2}$

$\rightarrow w_5$ ist der gewichtete "Weight", d.h x_5 (100) ist der gewichtete Median

b.

- $\frac{1}{n}$ ist äquivalenz zum $\frac{1}{n} * 100\%$ und das ist genauso $\frac{1}{n} * 100$ Proben aus 100 Proben, und nach Definition, je nachdem, welcher x_k die mitterer Probe gehört, ist der gewichtete Median
- Für Gewichten $w_i = \frac{1}{n}, i = 1, ..., n$, d.h jede Element von $A(x)$ hat genauso die gleiche Gewichten $\rightarrow$ Summe ein häfte von Gewichten ist immer $\frac{1}{2}$ von dem gesamten Gewicht

Weshalb ist der Median von $x_1, x_2, ..., x_n$ der gewichtete Median $x_1, x_2, ..., x_n$ mit Gewichten $w_i = \frac{1}{n}, i = 1, ..., n$

c. Wir können der gewichtete Median durch Sortierung (zB Binary Search) die Elementen (x_i), die die Summe von die Häfte von $\sum_{i=1}^{n} w_i$ haben. Dieses Algorithmus hat $\mathcal{O}(n \log n)$ Laufzeit

d.

- Nehmen wir, dass das Array von Elementen `worst case` $\mathcal{O}(n)$ QuickSort Algorithmus benutz, um das Array zum Teile/Partitions zu verteilen.
- Jetzt rechnen wir die "Weight" (also w_i) jedes Teils.
  - Falls die linke Häfte $< \frac{1}{2}$ ist, und die rechte Häfte $\leq \frac{1}{2}$ ist, dann ist der gewichtete Median des kleineren Teils x_i (1)
  - Ansonsten, dann muss der gewichtete Median in dem großeren Teil liegen. Addieren wir die "weight" (w_i) von dem kleineren Teil (aus (1)) zum x_i und suchen wir recursiv in dem großeren Teil

weightedMedian(A)

if $n == 1$
    return a_1
else if $n == 2$
  if $w_1 \geq w_2$
    return a_1
  else
    return a_2
else
  determine a_x, which is the (lower) median of A
  partition A around a_x
  $W_{low} = \sum_{a_i < a_x} w_i$
  $W_{high} = \sum_{a_i > a_x} w_i$
  if $W_{low} < \frac{1}{2}$ AND $W_{high} \leq \frac{1}{2}$
    return a_x
  else if $W_{low} \geq \frac{1}{2}$

$w_x = w_x + W_{high}$
B $= a_i \in A : a_i \leq a_x$
weightedMedian(B)
else
$w_x = w_x + W_{low}$
B $= a_i \in A : a_i \geq a_x$
weightedMedian(B)