

Aufgabe 8-3:

a)

Sei $D(k)$ eine Funktion, die die Differenz zwischen n und der neuen Eingabe m_k (für `sumFromTo`) nach k -ten Aufruf von `sumFromTo` berechnet.

Hier ist n eine Konstante, k ist eine Variable.

Im Allgemeinen gilt: $D(k) = n - (m + k) = -k + n - m$

Je größer k ist, desto kleiner wird $D(k)$. Diese Funktion $D(k)$ fällt strikt monoton mit jedem rekursiven Aufruf von `sumFromTo`. Wenn $D(k)$ negativ ist, wird der Basisfall von `sumFromTo` erreicht.

Also terminiert die Funktion `sumFromTo`.

b)

Sei $S(i)$ eine Funktion, die die Summe der neuen Eingaben k_i und n_i (für `binomi`) nach i -ten Aufruf von `binomi` berechnet. Jeder Aufruf ruft `binomi` mit unterschiedlichen Parameter 2-mal auf.

Hier sind n und k Konstanten, i ist eine Variable.

Im Allgemeinen gilt: $S(i) = (n - i) + (k - i) + (n - i) + k = -3i + 2n + 2k$

Je größer i ist, desto kleiner wird $S(i)$. Diese Funktion $S(i)$ fällt strikt monoton mit jedem rekursiven Aufruf von `binomi`. Der Basisfall von `binomi` wird erreicht, wenn i gleich k oder i gleich $(n-k)$.

Also terminiert die Funktion `binomi`.

c)

Sei $D(k)$ eine Funktion, die die Differenz zwischen x und dem Quadrat der neuen Eingabe $(t_k)^2$ (für `sqrt/above`) nach k -ten Aufruf von `sqrt/above` berechnet.

Hier ist x eine Konstante, k ist eine Variable.

Im Allgemeinen gilt: $D(k) = x - (t + k)^2 = -k^2 - 2*t*k + x - t^2$

Je größer k ist, desto kleiner wird $D(k)$. Diese Funktion $D(k)$ fällt strikt monoton mit jedem rekursiven Aufruf von `sqrt/above`. Wenn $D(k)$ negativ ist, wird der Basisfall von `sqrt/above` und somit `sqrt/nat` erreicht.

Also terminiert die Funktion `sqrt/nat`.