Uebungsblatt 07

Truong (Hoang Tung Truong), Testfran (Minh Kien Nguyen), Hamdash

Aufgabe 1

- a. Axiom 1 von Hilbert-Kakül
- b. Deduktionstheorem a
- c. Axiom 3 von Hilbert-Kakül
- d. Axiom 1 von Hilbert-Kakül
- e. Modus Ponens c, d
- f. Deduktionstheorem e
- g. Modus Ponens b, f
- h. Deduktionstheorem g

Aufgabe 2

- a. ∧-Intro
- b. Axiom 1
- c. Modus Ponens a, b
- d. Axiom 2
- e. Modus Ponens e, d
- f. ∧-R
- g. Modus Ponens e, f
- h. Axiom 2
- i. Modus Ponens, g, h
- j. ∧-L
- k. Modus Ponens i, j

Aufgabe 3

```
a. Zz: \{\} \vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)
1. \{\} \vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)
                                                                                               //Axiom 1
2. \{\neg A\} \vdash \neg B \rightarrow \neg A
                                                                                               //Deduktionstheorem 1
3. \{\} \vdash (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)
                                                                                              //Axiom 3
4. \{\} \vdash ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow \neg A \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)) //Axiom 1
                                                                                              //Modus Ponens 3, 4
5. \{\} \vdash A \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B))
6. \{\neg A\} \vdash (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)
                                                                                               //Deduktionstheorem 5
7. \{\neg A\} \vdash A \rightarrow B
                                                                                               //Modus Ponens 2, 6
8. \vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)
                                                                                               //Deduktionstheorem 7
b. Zz: \vdash A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)
1. \{\} \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)
                                                                                               //\vdash A \to A bewiesen
2. \{\} \vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) //Axiom 2
                                                                                              //Modus Ponens 1, 2
3. \{\} \vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)
4. \{\} \vdash A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow A)
                                                                                               //Axiom 1
5. \{A\} \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow A
                                                                                               //Deduktionstheorem 4
6. \{A\} \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow B \square
                                                                                               //Modus Ponens 3, 5
7. \{\} \vdash A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)
                                                                                               //Deduktionstheorem 6
```

Aufgabe 4



