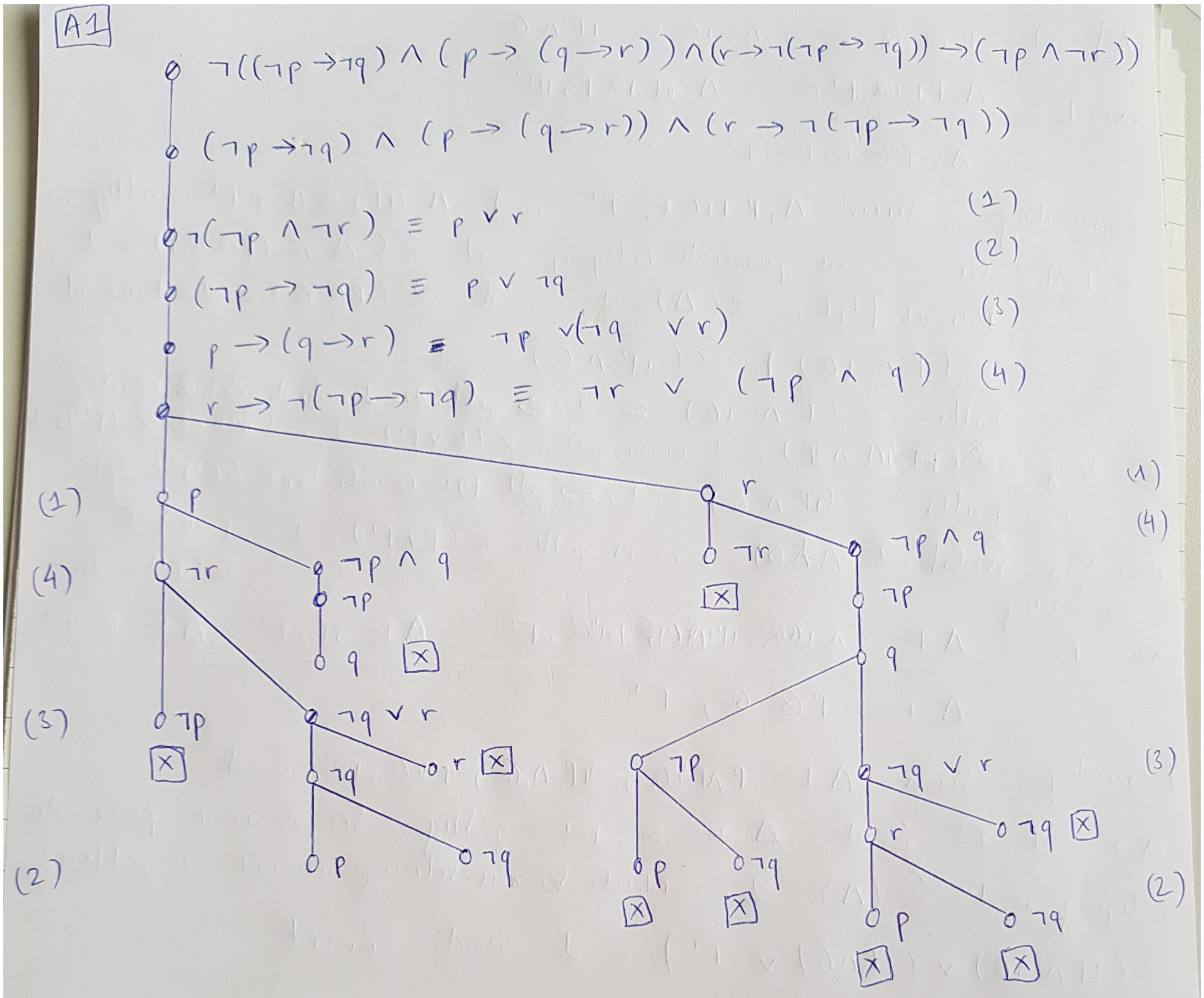
Uebungsblatt 08

Truong (Hoang Tung Truong), Testfran (Minh Kien Nguyen), Hamdash

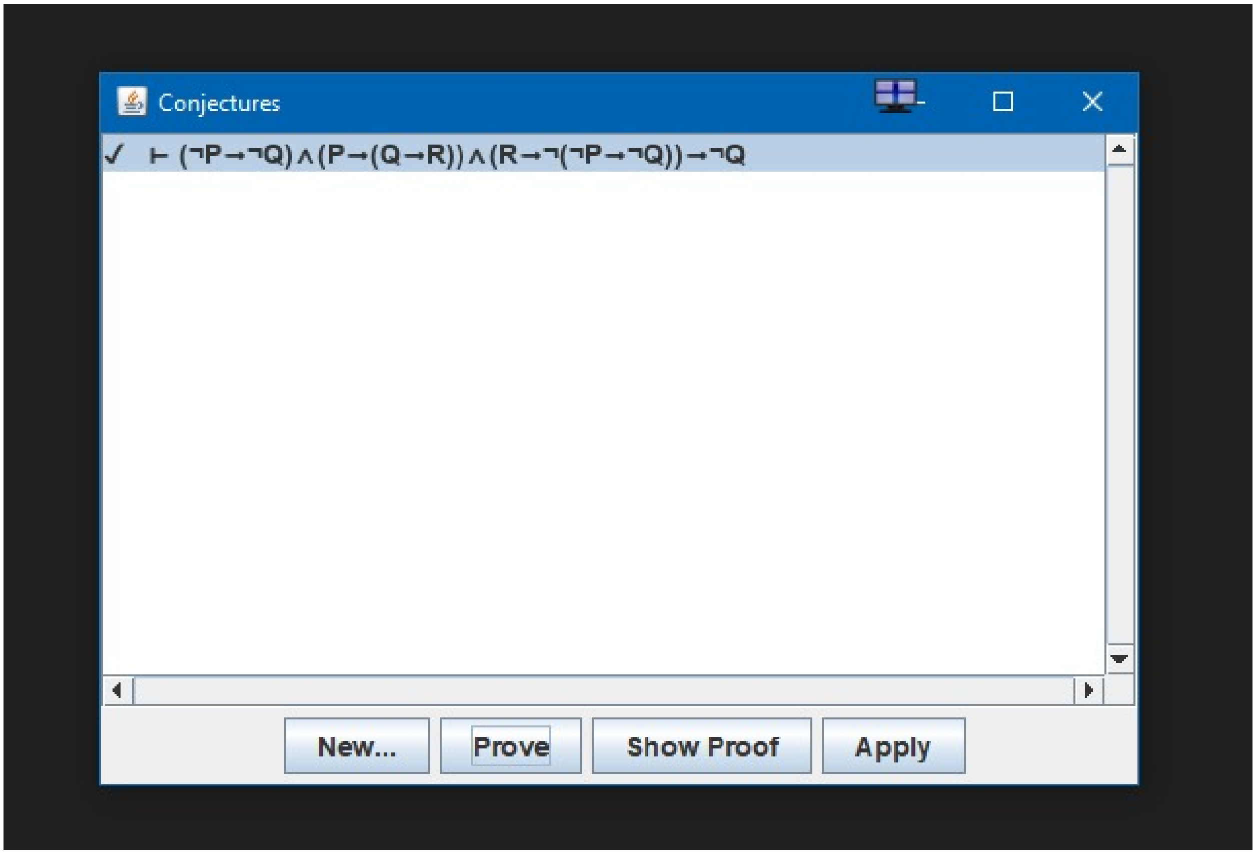
Aufgabe 1



Eine erfüllende Belegung für die Formel an der Würzel ist α mit:

$\alpha(p) = 1$, $\alpha(q) = 0$, $\alpha(r) = 0$

Aufgabe 2



Aufgabe 3

a. $P \otimes Q := P \wedge \neg Q \vee \neg P \wedge Q$

$\otimes - L : \frac{\triangle, P \vdash Q, \Gamma \quad \triangle, Q \vdash P, \Gamma}{\triangle, P \otimes Q \vdash \Gamma}$

Begründung: Seien $\triangle, P \vdash Q, \Gamma$ und $\triangle, Q \vdash P, \Gamma$ gültig.

Sei α eine passende Belegung mit $\hat{\alpha}(\triangle \wedge (P \otimes Q)) = 1$

Daraus folgt: $\hat{\alpha}(\triangle) = 1$ und $\hat{\alpha}(P \otimes Q) = 1$ und somit $\hat{\alpha}(P \wedge \neg Q) \mid \hat{\alpha}(\neg P \wedge Q) = 1$

Falls $\hat{\alpha}(P \wedge \neg Q) = 1 \Leftrightarrow \hat{\alpha}(P) = 1$ und $\hat{\alpha}(Q) = 0$

Aus Voraussetzung: wenn $\hat{\alpha}(\triangle \wedge P) = 1$ muss gelten $\hat{\alpha}(Q \vee \Gamma) = 1$ und daher $\hat{\alpha}(\Gamma) = 1$

Falls $\hat{\alpha}(\neg P \wedge Q) = 1 \Leftrightarrow \hat{\alpha}(P) = 0$ und $\hat{\alpha}(Q) = 1$

Aus Voraussetzung: wenn $\hat{\alpha}(\triangle \wedge Q) = 1$ muss gelten $\hat{\alpha}(P \vee \Gamma) = 1$ und daher $\hat{\alpha}(\Gamma) = 1$

$\otimes - R : \frac{\triangle \vdash P \wedge \neg Q, \neg P \wedge Q, \Gamma}{\triangle \vdash P \otimes Q, \Gamma}$

Begründung: Sei $\triangle \vdash P \wedge \neg Q, \neg P \wedge Q, \Gamma$ gültig. Sei α eine passende Belegung mit $\hat{\alpha}(\triangle) = 1$. Nach Voraussetzung muss es gelten:

$\hat{\alpha}((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee \Gamma) = 1$ und somit $\hat{\alpha}(P \otimes Q \vee \Gamma) = 1$

b. $if\ P\ then\ Q\ else\ R := P \wedge Q \vee \neg P \wedge R := ite(P, Q, R)$

ite-L: $\frac{\triangle, P, Q \vdash \Gamma \quad \triangle, R \vdash P, \Gamma}{\triangle, ite(P,Q,R) \vdash \Gamma}$

Begründung: Seien $\triangle, P, Q \vdash \Gamma$ und $\triangle, R \vdash P, \Gamma$ gültig.

Sei α eine passende Belegung mit $\hat{\alpha}(\triangle \wedge ite(P,Q,R)) = 1$. Daraus folgt: $\hat{\alpha}(\triangle) = 1$ und $\hat{\alpha}(ite(P,Q,R)) = \hat{\alpha}((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R)) = 1$ und somit $\hat{\alpha}(P \wedge Q) \mid \hat{\alpha}(\neg P \wedge R) = 1$

Falls $\hat{\alpha}(P \wedge Q) = 1$: Nach Voraussetzung gilt $\hat{\alpha}(\Gamma) = 1$

Falls $\hat{\alpha}(\neg P \wedge R) = 1 \Leftrightarrow \hat{\alpha}(P) = 0$ und $\hat{\alpha}(R) = 1$:

Aus Voraussetzung wenn $\hat{\alpha}(\triangle \wedge R) = 1$ muss gelten $\hat{\alpha}(P \vee \Gamma) = 1$ und daher $\hat{\alpha}(\Gamma) = 1$

ite-R: $\frac{\triangle \vdash P \wedge Q, \neg P \wedge R, \Gamma}{\triangle \vdash ite(P,Q,R), \Gamma}$

Begründung: Sei $\triangle \vdash P \wedge Q, \neg P \wedge R, \Gamma$ gültig. Sei α eine passende Belegung mit $\hat{\alpha}(\triangle) = 1$. Nach Voraussetzung muss es gelten: $\hat{\alpha}((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee \Gamma) = 1$ und daher $\hat{\alpha}(ite(P,Q,R) \vee \Gamma) = 1$

Aufgabe 4

Seien $\triangle \vdash \neg F_1, \Gamma$ und $\triangle, F_1 \vee F_2, \Gamma$ gültig

Sei α eine passende Belegung mit $\hat{\alpha}(\triangle) = 1$. Nach Voraussetzung muss es gelten: $\hat{\alpha}(\neg F_1 \vee \Gamma) = 1$ und $\hat{\alpha}(F_1 \vee F_2 \vee \Gamma) = 1$

Falls $\hat{\alpha}(\neg F_1) = 1$, es gilt: $\hat{\alpha}(F_1) = 0$ und aus $\hat{\alpha}(F_1 \vee F_2 \vee \Gamma) = 1$ folgt:

$\hat{\alpha}(F_2 \vee \Gamma) = 1$

Falls $\hat{\alpha}(\neg F_1) = 0$, es gilt: aus $\hat{\alpha}(\neg F_1 \vee \Gamma) = 1$ folgt $\hat{\alpha}(\Gamma) = 1$, inbesondere

$\hat{\alpha}(F_2 \vee \Gamma) = 1$

Mit Hilfe der Regeln des Sequenzenkakül̈s folgt aus den Sequenzen $\triangle \vdash \neg F_1, \Gamma$ und $\triangle \vdash F_1 \vee F_2, \Gamma$ die folgende Sequenz:

$\triangle \vdash \neg F_1 \wedge (F_1 \vee F_2), \Gamma$

Aber $\neg F_1 \wedge (F_1 \vee F_2) \equiv \neg F_1 \wedge F_2 \not\equiv F_2$

Deswegen ist die Regel nicht mit den anderen Regeln des Sequenzenkaküls herleitbar.

Aufgabe 5

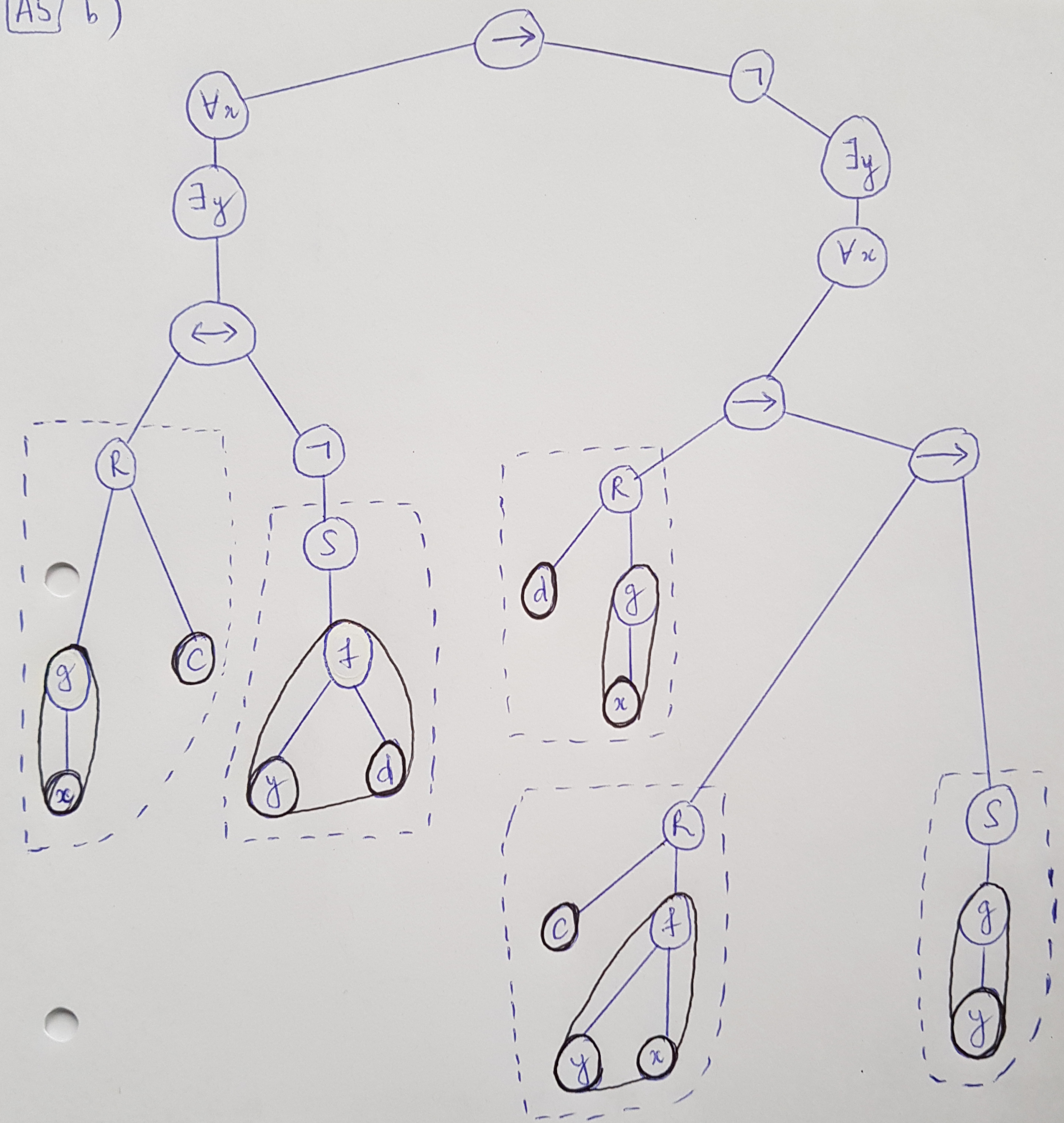
a.

Grundterme: $h(c), f(c,d), h(h(d)), h(h(c)), h(d), f(f(c,d), f(d,d))$

Atomare Formeln: $R(c,c), R(c,d), R(d,d), S(c), S(d)$

b. Siehe näschste Seite

A5 b)



Unterbaum von atomaren Formel

Unterbaum von Term