Uebungsblatt 05

Truong (Hoang Tung Truong, 3080216), Testfran (Minh Kien Nguyen, 3157116), Hamdash

Aufgabe 1

a. Seien $a = \{L_1, L_2, A_1, ..., A_n\}$, $k' = \{\neg L_1, \neg L_2, B_1, ..., B_m A\}$ $(A_1, ..., A_n, B_1, ..., B_n$ sind Literalen) V-Klauseln -> \lor

Eine resolvente R von k und k' enthält stets darin die Literalen $L_i, \neg L_i$ wobei $i \in \{1, 2\}$

Da $L_i \vee \neg L_i tripleequal T$ und R eine V-Klausel ist, folgt daraus, R ist stets allgemeingultig **(1)**

Resolventmethode soll die Nichterfülltbarkeit zeigen. Die Ausgangformel $F = k \wedge k'$ ist nicht erfüllbar, falls leere Kualsel erzeugt in der Resolventmethode wird. **(2)**

Aus **(1)** und **(2)** $\Rightarrow$ Dies Resolventmethode braucht nie k und k' zu resolvieren, dann es ist nutzlos $\square$

b. Nein, man kann k oder k' nicht enthält

$F = \{k, k'\}$ erfüllt genau dann wenn jede Klausel k, k' erfüllt. Wenn man k oder k' entfernt, dann ändert sich die Erfüllbarkeit von F.

Gegenbeispiel: Wenn man k entfernt, sei F' die entstandene Formel $(F' = k')$. Für die Belegung α mit $\alpha(A_1) = ... = \alpha(A_n) = \alpha(L_1) = \alpha(L_2) = 0$ gilt $\alpha(F') = \alpha(K') = 1$, aber $\alpha(F) = 0$, d.h F' erfüllt, aber die ursprüngliche Formel F erfüllt nicht.

Aufgabe 2

$M = \{k_1, k_2, ..., k_n\}$ erfüllt, wenn jede Klauseln $k_1, k_2, ..., k_n$ erfüllt. Da k_2 eine V-Klausel ist und $k_1 k_2$ subsummiert, gilt es, wenn k_1 erfüllt, dann erfüllt auch k_2. Also M erfüllt wenn $k_1, k_2, ..., k_n$ erfüllen. D.h man kann k_2 aus M ertfernen, ohne die Erfüllbarkeit von M zu verändern.

Aufgabe 5

Behauptung: $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, F_3, ...\}$ ist erfüllbar genau dann wenn $\forall n \geq 1 : (\wedge_{i=1}^{n} F_i)$ ist erfüllbar.

"$\Rightarrow$": $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, F_3, ...\}$ ist erfüllbar

$\Rightarrow \mathcal{F}$ besitzt ein Modell α $(\alpha \vDash \mathcal{F})$

$\Rightarrow \forall n \geq 1 : \alpha(F_n) = 1$ $(\alpha \vDash F_n \forall n \geq 1)$

$\Rightarrow \forall n \geq 1 : \alpha(\wedge_{i=1}^{n} F_i) = 1$

$\Rightarrow \forall n \geq 1 : \alpha(\wedge_{i=1}^{n} F_i)$ hat ein Modell α, ist also erfüllbar

"$\Leftarrow$" $\forall n \geq 1 : \alpha(\wedge_{i=1}^{n} F_i)$ ist erfüllbar

$\Rightarrow \forall n \geq 1 : \exists \alpha_n : \alpha_n(\wedge_{i=1}^{n} F_i) = 1$ **(*)**

Für $n = 1$: $\exists \alpha_1(F_1) = 1 \Rightarrow F_1$ ist erfüllbar

Für $n = 2$: $\exists \alpha_2(F_1 \wedge F_2) = 1 \Rightarrow \alpha_2(F_2) = 1 \Rightarrow \{F_1\}, \{F_2\}, \{F_1, F_2\}$ ist erfüllbar

Für $n = 3$: $\exists \alpha_3(F_1 \wedge F_2 \wedge F_3) = 1$

$\Rightarrow \alpha_3(F_3) = 1$

$\Rightarrow \alpha_3(F_1 \wedge F_3) = 1$

$\Rightarrow \alpha_3(F_2 \wedge F_3) = 1$

Allgemein gilt es:

Sei $F_k = F_1, F_2, F_3, ..., F_k$ $(k \in \mathbb{N})$

Für $n = k$: $\exists \alpha_k$: $\alpha_k(\wedge_{i=1}^{k} F_i) = 1$,

$\Rightarrow \forall f \in \mathcal{P}(F_k)$ (Potenzmenge von F_k) gilt $\alpha_k(f) - 1$ (Jede endliche Teilmenge von F_k ist erfüllbar)

D.h aus **(*)** folgt: Jede endliche Teilmenge von $\mathcal{F}$ ist erfüllbar.

nach dem Kompahtheissatz $\Rightarrow \mathcal{F}$ ist erfüllbar.