Uebungsblatt 05

Truong (Hoang Tung Truong), Testfran (Minh Kien Nguyen), Hamdash

Aufgabe 1

a. $(a^+ + b^+a^*)(b + bba^+)^*$
b. $a^*(ba^* + bb^+a)^*$
c. $(b^*ab^*ab^*ab^*ab^*ab^*)^*$

Aufgabe 2

a. Behauptung: L_1 ist nicht regulär, also

$L_1 = \{a^m \mid m > 0$ ist ein Quadratzahl $\}$ ist nicht durch endlichen Automaten erkennbar.

- Angenommen, L_1 wäre regulär. Dann gäbe es ein k wie im Pumping Lemma. Jeder k-große ($|w| \geq k$) Wort $w \in L_1$ hätte im k-vorderen Bereich ($|xy| \leq k$) ein nichtleere Teilwort y, das sich "aufpumpen" lässt.
- Mit dem k von oben betracten wir jetzt das Wort $w = (a^k)^k$

1. Es ist in L_1
2. Es ist k-gross ($|w|\ k^2 \geq k$)

- Es müsst im k-vorderen Bereich ein Teilwort haben, das sich aufpumpen lässt. Aber wenn wir einen nichtleeren Teil y aufpumpen bekommen wir ein neues Wort $w^{'}$, dessen Länge $|w^{'}|$ keine Quadratzahl ist.

Spezifischer: $|w| = k^2$

Das Wort mit der kleisten Länge, die aber größer als k^2 ist, ist $w_0 = (a^{(k+1)})^{k+1}$

mit $|w_0| = (k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$

Da $0 < |y| \leq k$ gilt $|w^{'}| = k^2 + |y| \leq k^2 + k < k^2 + 2k + 1$, also $w^{'} \notin L_1$. Widerspruch!

Es gibt daher keinen endlichen Automaten A mit $L_1 = L(A)$.

Daraus folgt: L_1 ist nicht regulär. $\square$

b. $L = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N} \wedge n > 0\}$

Äquivalenzklassen von $L_2 = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N} \wedge n > 0\}$

- $[\epsilon] = \{\epsilon\}, [a] = \{a\}, [aa] = \{aa\}, ..., [a^k] = \{a^k\}(k \in \mathbb{N})$
- $[ab] = \{ab, a^2b^2, ...\}, [a^2b] = \{a^2b, a^3b^2, a^4b^3, ...\},$
  $[a^3b] = \{a^3b, a^4b^2, a^5b^3, ...\}, ..., [a^kb] = \{a^{k+i-1}b^i | i \geq 1\}(k \in \mathbb{N})$
- $\Sigma^* - L_2$ mit $\Sigma = \{a, b\} = \{bx, a^nb^m, xbay \mid x, y \in \Sigma^* \wedge n, m \in \mathbb{N} \wedge m > n\}$

Aufgabe 3

a.

- Automat A hat keine nicht erreichbaren Zustände.
- $\Sigma_A = \{a, b\}, F = \{q_2, q_5, q_6\}, Q - F = \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$
- Wir beginnen damit, in der tabelle die Paare zu markieren, bei denen einer in F ist und der andere nicht.

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
0	╲		x			x	x
1	╲	╲	x			x	x
2	╲	╲	╲	x	x		
3	╲	╲	╲	╲		x	x
4	╲	╲	╲	╲	╲	x	x
5	╲	╲	╲	╲	╲	╲	
6	╲	╲	╲	╲	╲	╲	╲

- Als nächstes wählen wir $e := a \in \Sigma_A$ und markieren alle (q_i, q_j) $(i < j)$ für die $(\sigma(q_i, e), \sigma(q_j, e))$ schon markiert ist

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
0	╲		x			x	x
1	╲	╲	x			x	x
2	╲	╲	╲	x	x	**x**	**x**
3	╲	╲	╲	╲		x	x
4	╲	╲	╲	╲	╲	x	x
5	╲	╲	╲	╲	╲	╲	
6	╲	╲	╲	╲	╲	╲	╲

b.

Aufgabe 1