Uebungsblatt 03

Truong (Hoang Tung Truong), Testfran (Minh Kien Nguyen), Hamdash

Aufgabe 1

a. 1. $r_1 = (0+1)^*(010)(0+1)^*$
   2. $r_2 = (1)^*0(1)^*(01^*01^*)^*$
   3. $r_3 = (00)^*10(00)^*1(00)^*$
      $+ (00)^*01(00)^*1(00)^*$
      $+ (00)^*1(00)^*10(00)^*$
   4. $r_4 = 0^+1^*(11^+0^*)^*$
      $+ 1^+0^*(1^+ + 11^+0^*)^*$
   5. $r_5 = w^*0(010)w^*$
      $+ 0w^*(010)w^*$
      $+ w^*(010)0w^*$
      $+ w^*(010)w^*0$
      mit $w = (1^*01^*01^*)$

b. $r = \emptyset$ oder $r = \epsilon\emptyset$ oder $r = (\emptyset)^*$ oder $r = \emptyset : a \forall a \in \Sigma$

Aufgabe 2

Es befindet sich eine Fehler in Induktionsschritt

Wir betracten den Fall $n + 1 = 2$ (also $n = 1$)

1. Annahme: Es existiert ein rosafarbenes Einhorn innerhalb den $n + 2$ (2) Einhörner.
2. Annahme: Die ersten n Einhörner (also das erste Einhorn) ist rosa.

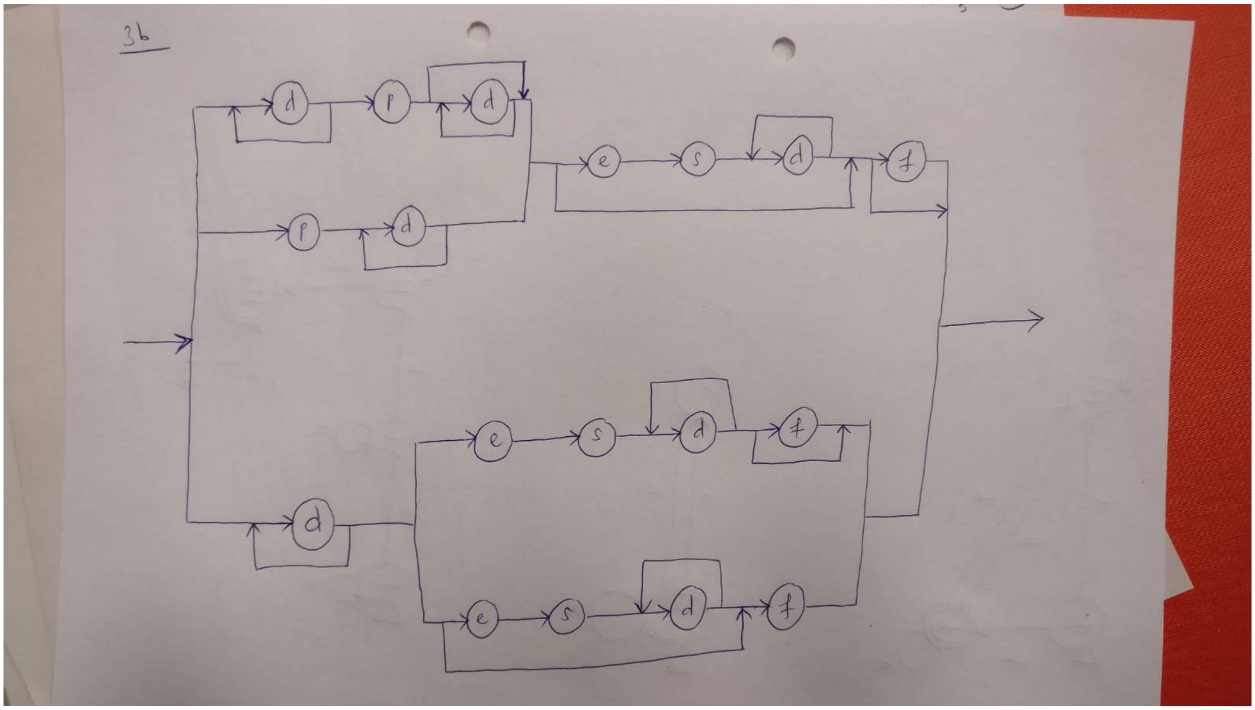
   Aus den beiden Annahmen kann nicht geschlossen werden, dass das zweite Einhorn rosa sein muss.

   Im Beweis wurde angenommen, dass wenn die ersten n Tiere (von $n+1$ Tieren) Einhörner sind, dann gibt es in den letzten n Tieren mindestens ein Einhorn. Diese Annahme ist aber falsch für $n = 1$.

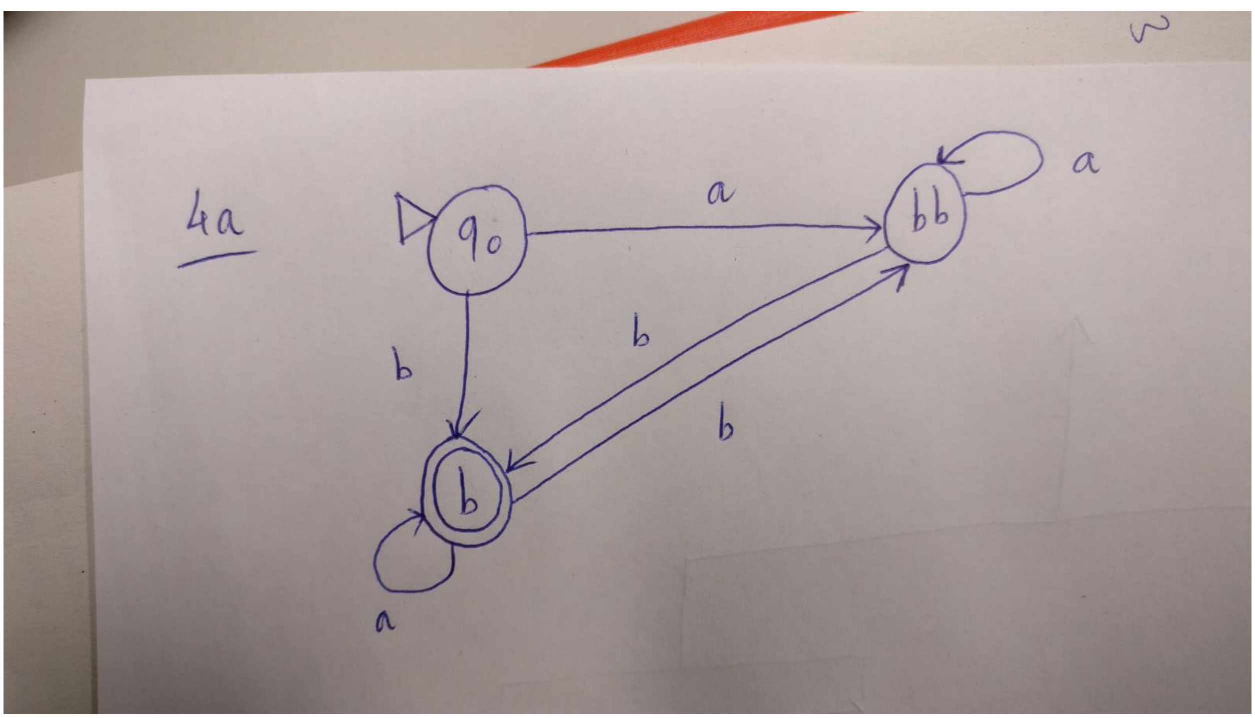
Aufgabe 3

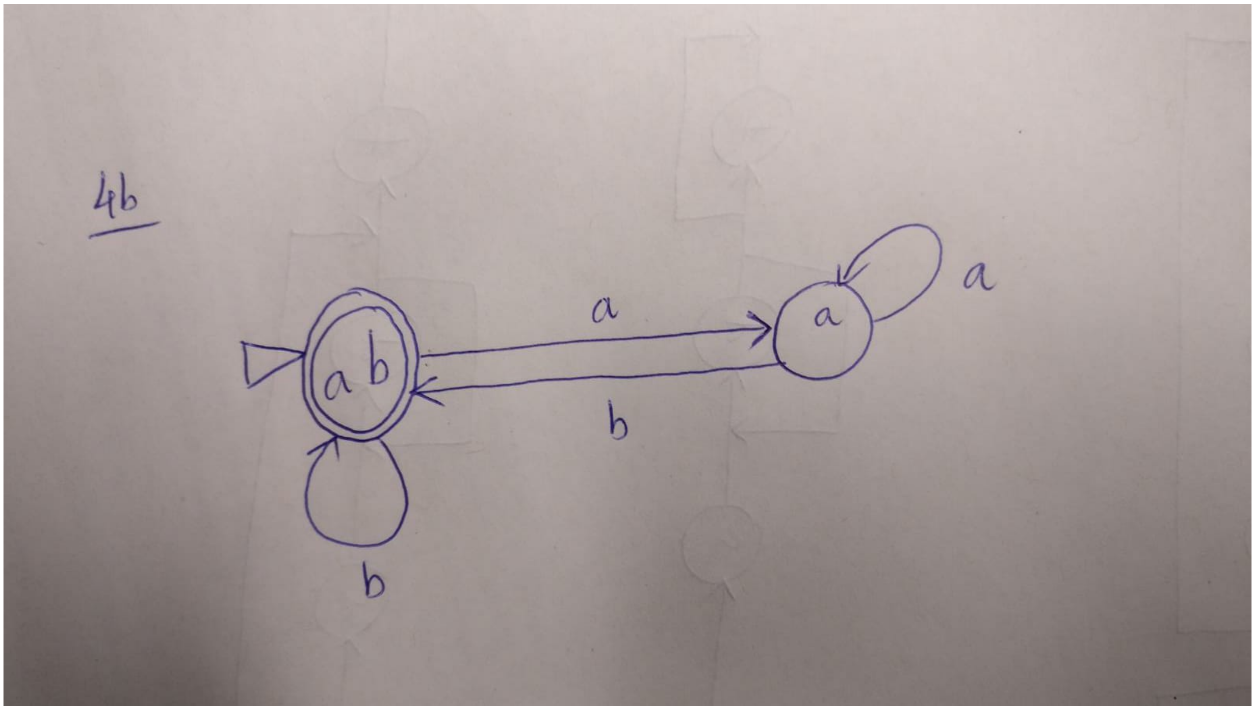
a. $\{((letter^+ := digit^+;)^*(letter^+ := digit^+))?\}$

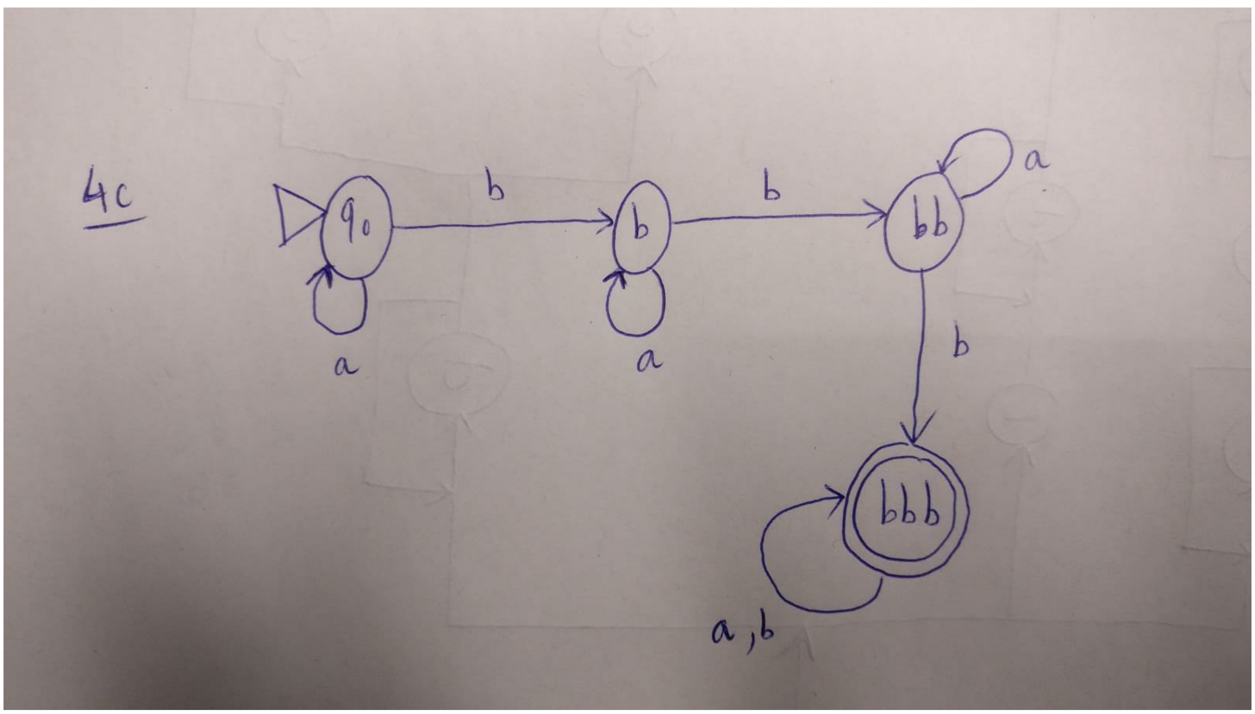
b.



Aufgabe 4







Aufgabe 5

a. Ja. Alle drei Eigenschaften werden erfüllt:

- Reflexivität (R): $\forall a \in A : a \sim a$ (a liegt im selben Bundesland wie a)
- Symmetrie (S): $\forall a_1, a_2 \in A : (a_1 \sim a_2 \Leftrightarrow a_2 \sim a_1)$
  a_1 und a_2 liegen in selben Bundesland genau dann wenn a_2 und a_1 liegen in selben Bundesland

- Transitivität (T): $\forall a_1, a_2, a_3 \in A:$
  $(a_1 \sim a_2 \sim a_3 \Rightarrow a_1 \sim a_3)$

  Wenn a_1 und a_2 liegen im selben Bundesland und a_2 und a_3 auch, dann liegen a_1 und a_3 im selben Bundesland

b. Nein. Die Transitivität ist nicht erfüllt. Wenn $m_1 m_2$ kennt und $m_2 m_3$ kennt, gilt night unbedingt, dass $m_1 m_3$ kennt

c. Nein. Die Symmetrie ist nicht erfüllt: Gegenbeispiel: $4 \leq 5$ ist wahr aber $5 \leq 4$ ist falsch

d. Ja. Alle drei Eigenschaften sind erfüllt:

- R: $\forall (a, b) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus 0)$ gilt:

  $ab - ab = 0 \Leftrightarrow (a, b) \sim (a, b)$

- S: $\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus 0)$ gilt:

  $(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2)$
  $\Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} - \frac{a_2}{b_2} = 0$
  $\frac{a_2}{b_2} - \frac{a_1}{b_1} = 0 \Leftrightarrow a_2 b_1 - a_1 b_2 = 0$
  $\Leftrightarrow (a_2, b_2) \sim (a_1, b_1)$

- T: $\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus 0)$

  $(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2) \Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$
  Analog $(a_2, b_2) \sim (a_3, b_3) \Leftrightarrow \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
  Daraus folgt: $\frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_3}{b_3} \Leftrightarrow a_1 b_3 - a_3 b_1 = 0 \Leftrightarrow (a_1, b_1) \sim (a_3, b_3)$