Uebungsblatt 08

Truong (Hoang Tung Truong), Testfran (Minh Kien Nguyen), Hamdash

Aufgabe 1

$abbaabbbaba \in L((ab^*a)^* + ((abb)^*(ab)^*ba)^*)$?

$(abbaabbbaba)^{-1}((ab^*a)^* + ((abb)^*(ab)^*ba)^*)$

$= (abbaabbbaba)^{-1}((ab^*a)^*) + (abbaabbbaba)^{-1}(((abb)^*(ab)^*ba)^*)$

$= (abbaabbbaba)^{-1}((ab^*a)^*) + (abbaabbbaba)^{-1}(((abb)^*(ab)^*ba)^*)$

$= (bbaabbbaba)^{-1}a^{-1}(ab^*a)^*(ab^*a)^* + (abbaabbbaba)^{-1}a^{-1}((abb+1)(ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*$

$= (baabbbaba)^{-1}b^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*)+(bbaabbbaba)^{-1}a^{-1}(((a^{-1}(abb)(ab)^*ba+0)+(a^{-1}((ab)^*ba)))((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (baabbbaba)^{-1}(((b^{-1}bb^*a)+b^{-1}a)(ab^*a)^*)+(bbaabbbaba)^{-1}(((bb)(ab)^*ba+(a^{-1}(ab)(ab)^*ba+a^{-1}(ba)))((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (aabbbaba)^{-1}b^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*) + (baabbbaba)^{-1}b^{-1}((bb(ab)^*ba + b(ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (abbbaba)^{-1}a^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*) + (aabbbaba)^{-1}b^{-1}((b(ab)^*ba + (ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (abbbaba)^{-1}((a^{-1}bb^*a + a^{-1}a)(ab^*a)^*) + (abbbaba)^{-1}a^{-1}(((ab)^*ba + a)((abb)?(ab)^*ba)*)$

$= (bbbaba)^{-1}a^{-1}(ab^*a)(ab^*a)^* + (bbbaba)^{-1}a^{-1}(((b(ab)^*ba + 0) + 1)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (bbaba)^{-1}b^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*) + (bbbaba)^{-1}(0 + a^{-1}((abb)?(ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (baba)^{-1}b^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*) + (bbbaba)^{-1}(((a^{-1}(abb)(ab)^*ba + 0) + (a^{-1}((ab)^*ba)))((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (aba)^{-1}b^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*) + (bbbaba)^{-1}((bb(ab)^*ba + b(ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (ba)^{-1}a^{-1}((b^*a)(ab^*a)^*) + (bbaba)^{-1}b^{-1}((bb(ab)^*ba + b(ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (ba)^{-1}((a^{-1}bb^*a + a^{-1}a)(ab^*a) + (baba)^{-1}b^{-1}((b(ab)^*ba + (ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (a)^{-1}b^{-1}((ab^*a)(ab^*a)) + (baba)^{-1}(((ab)^*ba + (0 + a))((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= 0 + (aba)^{-1}b^{-1}(((ab)^*ba + a)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (aba)^{-1}(((b^{-1}(ab)(ab)^*ba + b^{-1}(ba)) + b^{-1}a)((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (ba)^{-1}a^{-1}(a((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (a)^{-1}b^{-1}((abb)?(ab)^*ba)((abb)?(ab)^*ba)^*$

$= (a)^{-1}((b^{-1}((abb)?)(ab)^*ba + b^{-1}((ab)^*ba))((abb)?(ab)^*ba)^*)$

$= (a)^{-1}(((0 + 0) + (0 + a))((abb)?(ab)^*ba)^*)$ CHECK NGOAC DONG NAY

$= ((abb)?(ab)^*ba)^* \vee (((abb)?(ab)^*ba)^*) = 1$ also

$abbaabbbaba \in L((ab^*a)^* + ((abb)?(ab)^*ba)^*)$

Aufgabe 2

$L(P_1) = \{w \in \{a,b\}^* \mid 2 \mid |w|\}$

Beispiel: $G \Rightarrow a\mathcal{U}$

$\Rightarrow aaG$

$\Rightarrow aab\mathcal{U}$

$\Rightarrow aabaG$

$\Rightarrow aaba\epsilon = aaba$

$L(P_2) = \{w \in \{a,b\}^* \mid aa \text{ ist kein Teilwort von } w\}$

Beispiel: Ableitung von $ababba \in L(P_2)$

$A_0 \Rightarrow aA_1$

$\Rightarrow abA_0$

$\Rightarrow abaA_1$

$\Rightarrow ababA_0$

$\Rightarrow ababbA_0$

$\Rightarrow ababbaA_1$

$\Rightarrow ababba\epsilon = ababba$

$L(P_3) = \{a^m b^n c^p d^q \mid m,n,p,q \in \mathbb{N}_0, m \geq q, n \leq p, m+n = p+q\}$

Beispiel: Ableitung von $a^5b^2c^4d^3 6L(P_3)$

$S \Rightarrow aSd \Rightarrow aaSdd \Rightarrow aaaSddd$

$\Rightarrow aaaBddd$

$\Rightarrow aaaaBcddd$

$\Rightarrow aaaaaBccddd$

$\Rightarrow aaaaaAccddd$

$\Rightarrow aaaaabAcccddd$

$\Rightarrow aaaaabbAccccddd$

$\Rightarrow aaaaabb\epsilon ccccddd = a^5b^2c^4d^3$

Aufgabe 4

a.

- Automat A hat einen nicht erreichbaren Zustand q_6, welcher entfernt wird
- $\Sigma_A = \{a,b\}, F = \{q_3, q_7\}, Q - F = \{q_0, q_1, q_2, q_4, q_5, q_8\}$
- Wir beginnen damit, in der Tabelle die Paare zu markieren, bei denen einer in F ist und der andere nicht.

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_7	q_8
q_0	\			x			x	
q_1	\	\		x			x	
q_2	\	\	\	x			x	
q_3	\	\	\	\	x	x		x
q_4	\	\	\	\	\		x	
q_5	\	\	\	\	\	\	x	
q_7	\	\	\	\	\	\	\	x
q_8	\	\	\	\	\	\	\	\

- Als nächstes wählen wir $e := a \in \Sigma_A$ und markieren alle (q_i, q_j) $(i < j)$ für die $(\delta(q_i, e), \delta(q_j, e))$ schon markiert ist

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_7	q_8
q_0	\	**x**	**x**	x		**x**	x	
q_1	\	\		x	**x**		x	**x**
q_2	\	\	\	x	**x**		x	**x**
q_3	\	\	\	\	x	x		x
q_4	\	\	\	\	\	**x**	x	
q_5	\	\	\	\	\	\	x	**x**
q_7	\	\	\	\	\	\	\	x
q_8	\	\	\	\	\	\	\	\

- Wir wiederholen das Gleicher mit $e := b$

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_7	q_8
q_0	\	x	x	x		x	x	
q_1	\	\	**x**	x	x		x	x
q_2	\	\	\	x	x	**x**	x	x
q_3	\	\	\	\	x	x		x
q_4	\	\	\	\	\	**x**	x	
q_5	\	\	\	\	\	\	x	x
q_7	\	\	\	\	\	\	\	x
q_8	\	\	\	\	\	\	\	\

- Erneute Versuche mit $e := a$ und $e := b$ bringt keine neue Markierung.
- Die nicht markierten Position in der oberen tabelle zeigen, welche Zustände äquivalent sind. Hier bestehen die Äquivalenzklassen von $\sim$ aus $\{q_0, q_4, q_8\}, \{q_1, q_5\}, \{q_3, q_7\}, \{q_2\}$. Das Automat A ist schon minimal.

Aufgabe 6

Sei $\Sigma = \{q_1, ...q_n\}$ ein Alphabet.

Es gilt: für jedes Zeichen $a \in \Sigma_A$ ist $\{a\}$ eine reguläre Sprache.

(Fall 1 in der Definition von regulären Sprachen). Daraus folgt: Für jedes Wort $w \in \Sigma^*$ ist $\{w\}$ auch eine reguläre Sprache, denn für $w = q_1q_2...q_n$ gilt $\{w\} = \{a_1\} \circ \{a_2\} \circ ... \circ \{a_n\}$

(nach Fall 2 in der Definition von regulären Sprachen). Sei $L = \{w_1, w_2, ..., w_m\} = \{w_1\} \cup \{w_2\} \cup ... \cup \{w_m\}$ und der oben gezeigten Eigenschaft gilt: L ist eine reguläre Sprache