Uebungsblatt 06

Truong (Hoang Tung Truong), Testfran (Minh Kien Nguyen), Hamdash

Aufgabe 1

a. Wir betrachten die folgende unendliche Menge von L-trennbaren Worten: $\{\epsilon, a, a^2, a^3, ...\}$ (also die Menge $\{\epsilon\} \cup \{a^i \mid i \in \mathbb{N}\}$)

Mit $L = \{w \in \Sigma^* | \exists k \leq m \leq n : w = a^k b^n a^m\}$

Für $i \in \mathbb{N}$: ϵ trennt ϵ und a^i, da $\epsilon \circ \epsilon = \epsilon \in L$ aber $a^i \circ \epsilon = a^i \notin L$

- ϵ trennt ϵ und a, da $\epsilon \circ \epsilon = \epsilon \in L$ aber $a \circ \epsilon = a \notin L$
- ϵ trennt ϵ und a^2, da $\epsilon \circ \epsilon = \epsilon \in L$ aber $a^2 \circ \epsilon = a^2 \notin L$
- . . .

  Für $p < q (p, q \in \mathbb{N})$
- $b^p a^p$ trennt a^p und a^q, da $a^p b^p a^p \in L$ aber $a^q b^p a^p \notin L$

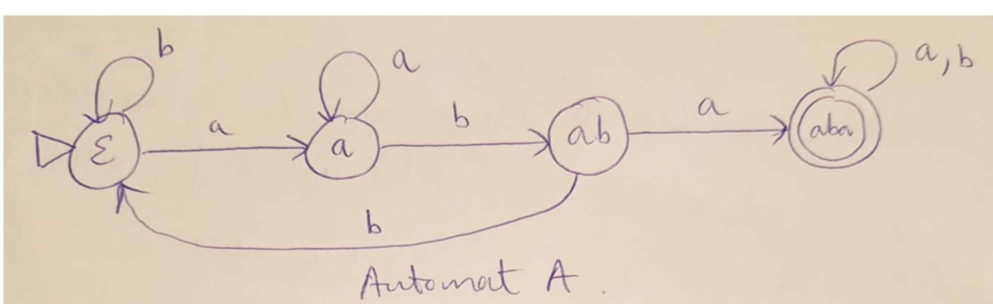
trennt	ϵ	a	a^2	a^3	...
ϵ		ϵ	ϵ	ϵ	...
a			ba	ba	...
a^2				b^2a^2	...
a^3					...
...					

Nach Nerode Lemma folgt: jeder Automat, der L erkennt, hat unendlich viele Zustände.

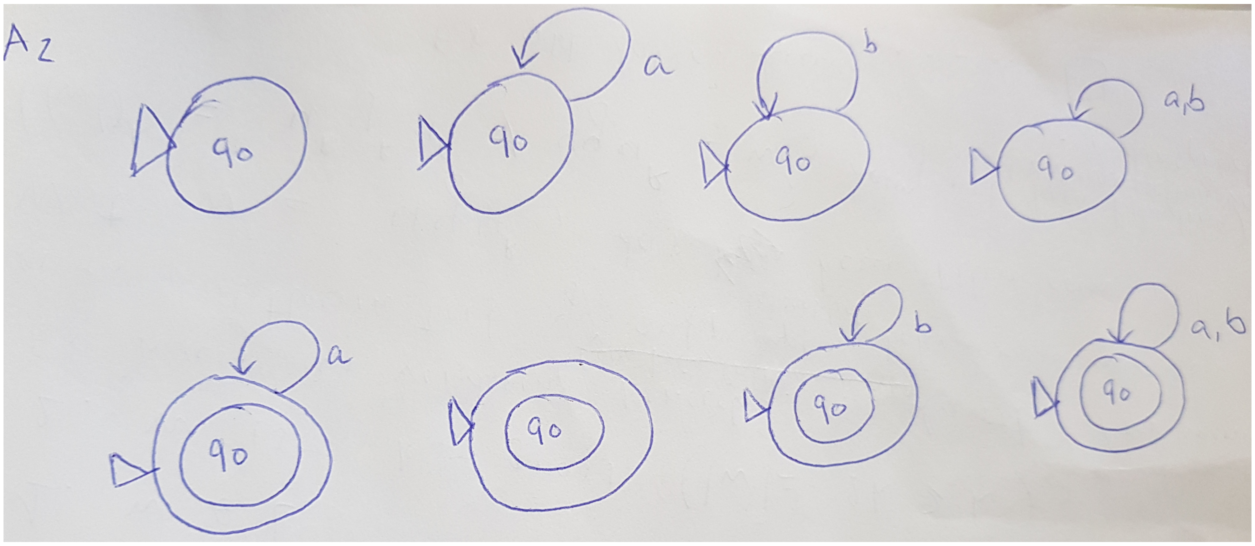
$\Rightarrow$ Die Sprache L kann nicht von einem endlichen Automat erkannt werden. $\square$

b. L hat 4 Äquivalenzklassen: (basiert auf dem minimalen DFA A mit $L(A) = L$) (alle Worte in L enthalten das Teilwort aba)

1. $[\epsilon] = b^*(a^+bb^+)^*$
2. $[a] = b^*a^+(bb^+a^+)^*$
3. $[ab] = b^*a^+b(b^+a^+b)^*$
4. $[aba] = (a+b)^*aba(a+b)^*$



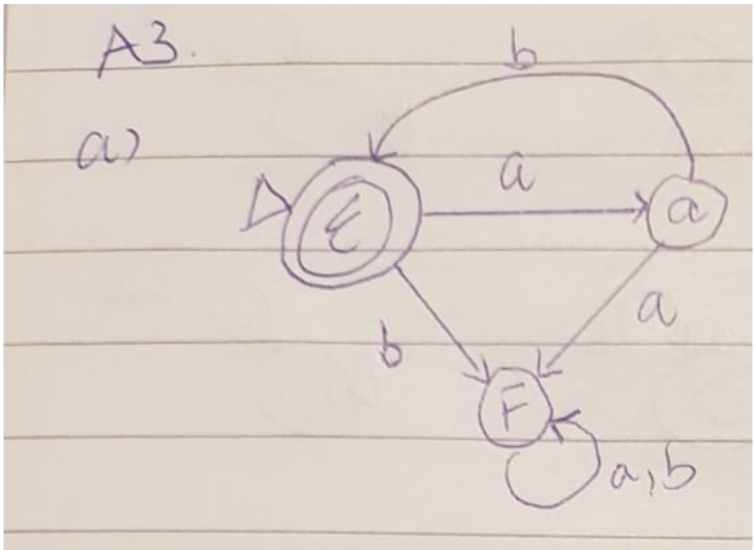
Aufgabe 2



Aufgabe 3

Notation: F = Fehlerzustand

a.

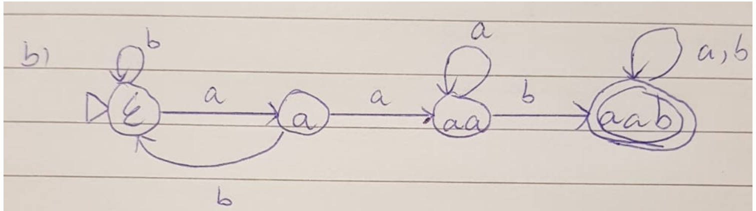


$[\epsilon] = (ab)^*$

$[a] = (ab)^*a$

$[F] = (b + (ab)^*a)(a + b)^*$

b.



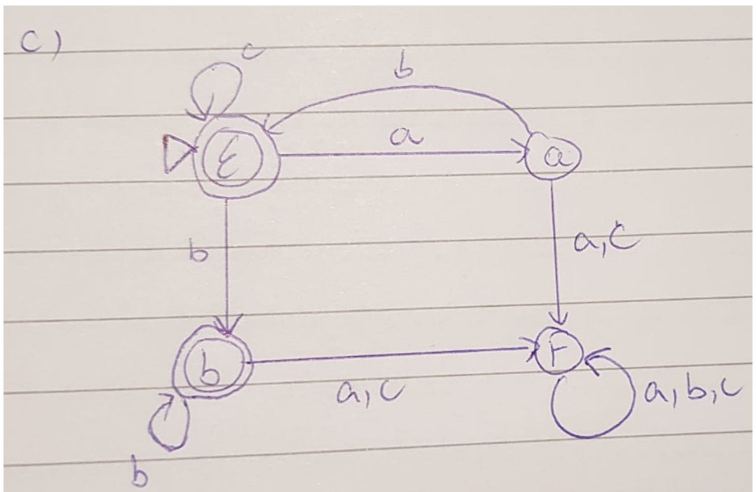
$[\epsilon] = b^*(ab^+)^*$

$[a] = b^*a(b^+a)^*$

$[aa] = b^*a(b^+a)^*a^+$

$[aab] = (a+b)^*(aab)(a+b)^*$

c.



$[\epsilon] = (ab+c)^*$

$[a] = (ab+c)^*a$

$[b] = (ab+c)^*b^+$

$[F] = (ab+c)^*(a+b^+)(a+c)(a+b+c)^*$

Aufgabe 4

a. Angenommen, L wäre durch einen deterministischen endlichen Automat A erkennbar. Dann gäbe es ein k wie im Pumping Lemma. Jedes k-große ($|w| \geq k$) Wort $w \in L$ hätte im k-vorderen Bereich ($|xy| \leq k$) ein nicht leeres Teilwort y, das sich "aufpumpen" lässt.

Mit dem k von oben betrachten wir das Wort $w = a^k b^k$. Es gilt:

1. $w \in L$ (da $|w|_a = |w|_b = k$)
2. $|w| = 2k \geq k$, also w ist k-gross.

Es muss im k-vorderen Bereich ein Teilwort y geben, das sich aufpumpen lässt. Der k-vordere Bereich von w besteht aber nur aus a's. Wenn wir hier einen nichtleeren Teil y aufpumpen, bekommen wir ein Wort mit mehr a's als b's . Das neue Wort wäre nicht merhr in L. Widerspruch!

Es gibt daher keinen endlichen Automat A mit $L = L(A)$ $\square$

b. Angenommen, L wäre durch einen deterministischen endlichen Automat A erkennbar. Dann gäbe es ein k wie im Pumping Lemma. Jedes k-große ($|w| \geq k$) Wort $w \in L$ hätte im k-vorderen Bereich ($|xy| \leq k$) ein nicht leeres Teilwort y, das sich "aufpumpen" lässt.

Mit dem k von oben betrachten wir das Wort $w = uu^R$ mit $u \in \Sigma^*, |u| = k$, u enthält kein Palindrom als Teilwort. Es gilt:

1. $w \in L$
2. w ist k-gross ($|w| = 2k \geq k$)

Es muss im k-vorderen Bereich ein Teilwort y geben, das sich aufpumpen lässt. Aber wenn wir einen nichtleeren Teil y aufpumpen, bekommen wir ein neues Wort $w' = uyu^R$, das tatsächlich kein Palindrom ist. ($(w')^R = uy^Ru^R \neq uyu^R = w'$, denn y ist kein Palindrom aus der Voraussetzung von u)