

№ 1

1. Просунір $\mathcal{D}(\mathbb{O})$. Означення, приклад.

2. перевірити, що функція $u = \sum_{-\infty}^{\infty} c_k S(x-k\pi)$
є загальним розв'язком в $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$
рівняння $\sin x u = 0$.

3. Знайти правило похідної функції:

$$f(x) = \begin{cases} \arctg x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

№ 2

1. Теорема про функції з $\mathcal{D}(\mathbb{O})$.

2. Чи здійсните в $S(\mathbb{R})$ наслідковість
 $\{f_n\}_{n=1}^{\infty} : n \geq 1, x \in \mathbb{R}, f_n(x) = e^{-x^2}$?

3. Знайти похідну функції $S(x) = \ln|x|$.

№ 4

1. Довести, що $\mathcal{D}(\mathbb{O})$ скінчено репрезентоване в $L_p(\mathbb{O}), 1 \leq p < \infty$

2. Перевірити, що функція $\varphi(x) = x^2 \exp\{-x^4\} \in S(\mathbb{R})$.

3. Довести, що в \mathcal{D}' суперпозиція побудована

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^m e^{ixt} = 0, m \in \mathbb{Z}_+.$$

N5

1. Просумір $E(\mathbb{R})$.

2. Довести, що $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$, якщо

$$(\mathcal{S}, \varphi) = \int_{\mathbb{R}} e^{x^2} \varphi(x) dx.$$

3. Нехай $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$. Чи здійсниться відношення $\mathcal{D}(\mathbb{R})$
коєголовини $\{\frac{1}{n} \varphi(x+n) : n \geq 1\}$, $x \in \mathbb{R}$.

N6

1. Просумір $S(\mathbb{R}^n)$.

2. Довести, що $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$, якщо

$$(\mathcal{S}, \varphi) = \sum_{k=0}^p \varphi^{(k)}(k), \quad p \in \mathbb{Z}_+,$$

3. Знайдіть керну функції $f(x) = \begin{cases} 4e^{3x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

N7.

1. Довести, що $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ скінчено-мером в $E(\mathbb{R}^n)$.

2. Перевіріти, що функція $\varphi(x) = \exp\{-x^2+x\} \in S(\mathbb{R})$.

3. Довести, що $\frac{e^{ixt}}{x-i0} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 2\pi i \delta(x)$,

№ 8

1. Довести, что $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ есть ядро $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$.

2. Найти в $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ значение $\frac{1}{(x+\varepsilon)^3}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$

3. Найти группу конечных функций:

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & x \in (-1, 2); \\ 0, & \text{в иных случаях.} \end{cases}$$

№ 9

1. Найти ядро $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$. Правильно.

2. Довести, что $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{1}{2\sqrt{\pi\varepsilon}} e^{-\frac{x^2}{4\varepsilon}} = \delta(x)$ в $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

3. Довести, что $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$, где

$$(f, \varphi) = \int_{-3}^1 \operatorname{sgn} x \varphi''(x) dx,$$

мн

№ 10

1. Означене узагальненої функції. Примір.

2. Довести, що $\frac{e^{-ixt}}{x-i0} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$.

3. перевірити, що функція $u = c_1 + c_2 \Theta(x) +$

$+ c_3 \delta(x) - P \frac{1}{x}$ є загальним розв'язком рівняння

$$x^2 u = 1.$$

№ 12

1. Характеризувати функцію з $\mathcal{D}'(0)$.

2. Довести формулу

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ikx} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x-2k\pi)$$

3. Нехай $\varphi \in \mathcal{D}(a, b)$. Чи задовідає

її $\mathcal{D}(a, b)$ носійовість

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{n} \varphi(nx), \quad x \in (a, b), \quad n \in \mathbb{N}?$$

№ 13

1. Требуется изо характеристической функции $\tilde{S}'(R)$

2. Превратить изо функции $\varphi(x) = \begin{cases} e^{-\frac{h}{h-|x|^2}}, & |x| < \sqrt{h} \\ 0, & |x| > \sqrt{h} \end{cases}$
наличие ли уравнения $\mathcal{D}(R')$.

3. Доказать, что $\frac{e^{ixt}}{x-i0} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 2\pi i \delta(x)$

№ 14

1. Доказать уравнение $\mathcal{D}'(0)$.

2. На 3-й линии $b \in (R)$ выполнено

что $\varphi(x) : n \geq 1 ; z \in R^2, \varphi = e^{-x^2}$?

3. Доказать формулы $\frac{1}{2\pi i} = -i \delta'(0), 1, 5\%$.

№ 15.

1. Побудова простору $\mathcal{E}'(0)$

2. Довести, що має $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(x-k)$ зображення в \mathcal{D}'
як a_k .

3. Довести, що $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{ixt} - 1}{x - i0} = 0$.

№ 16

1. Побудова простору $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$.

2. Показати, що функція $u = C_1 + C_2 \Theta(x) + C_3 |x|$
є загальним розв'язком рівняння $x u' = 1$.

3. Знайти в $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ функцію при $\varepsilon \rightarrow 0$

$$\text{Функція } \frac{1}{(x-i\varepsilon)^3}.$$



№ 19

1. Додавання, множення на скляр і на
функцію узагальнених функцій.

2. Знайти порядок функції $P_{\frac{1}{x}}$.

3. Довести в $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ відношення

$$\frac{x^4}{x-i0} = x^3.$$

№ 20

1. Задание залежності δ узагальнених функцій.
2. Перевірте, чи функція $u = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \delta(x-k)$ є залежністю Рімана
 $(\delta u)u = 0$.
3. Доведіть, що функція $\frac{1}{\pi x^2} \sin \frac{x}{\varepsilon}$ є "демократичною"
при $\varepsilon \rightarrow 0$.

№ 21

1. Диференціювання узагальнених функцій.
2. Нехай $\varphi(x) = e^{-x^2}$, чи збігається в $S(\mathbb{R})$
послідовність $\left\{ \frac{1}{n} \varphi(nx) : n \geq 1 \right\}$, $x \in \mathbb{R}$?
3. Доведіть рівності
 $(af)(x+h) = a(x+h)f(x+h)$, $a \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$,
 $f \in S'(\mathbb{R}^n)$, $h \in \mathbb{R}^n$.

№ 22

1. Нервиста ураласынан жүзегүй.

2. Знайт әрсүйнін білдір $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^{-cx_t}}{x - i_0} = ?$

3. Нешан $a \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$, $\int_{\mathbb{R}^n} a(x) dx = 1$.

Дөбесим, шо $\epsilon^{-n} a\left(\frac{x}{\epsilon}\right) \rightarrow \delta(x)$ білдіріп $\epsilon \rightarrow 0+$

№ 23

1. Локальна структурасы үзағ. функціяның $\mathcal{D}'(0)$.

2. Дөбесим білдіріп сабакшынан

$$\frac{x}{x+i_0} = \frac{1}{x+i_0};$$

3. Дөбесим, шо $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$, же $(f, \varphi) = \int_{\mathbb{R}} e^{x^2} \varphi(x) dx$.

№ 24

1. Структура узагальнених функцій з $S'(\mathbb{R}^n)$

2. перевірте, чи функції

$$\varphi(x) = \begin{cases} \prod_{i=1}^m \sin^{m+1} \frac{x_i - a_i}{b_i - a_i} \pi, & x_i \in (a_i, b_i) \\ 0, & \text{бінних випадків}, \quad m=2 \end{cases}$$

належать до простору $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$?

3. Який порядок мері $\delta(x)$? Чи є
бінне обертання?

№ 25

1. Узагальнені функції з точковим поєднанням.

2. Чи здійснюється в $S(\mathbb{R})$ поєднання

$$\left\{ \frac{1}{n} \varphi\left(\frac{x}{n}\right); n \geq 1 \right\}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad \varphi(x) = e^{-x^2}.$$

3. Задача про $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ симетрических

$$\frac{x^2}{x+i0} = x.$$

№ 26

1. Приведіть добуток уявлення функцій:
Означене і висвітліть.

2. Знайдіть $\delta'(\mathbb{R})$ функцію $\frac{1}{\pi x} \sin \frac{x}{\varepsilon}$
при $\varepsilon \rightarrow 0$.

3. Знайдіть троє незигну функцій:

$$f(x) = \begin{cases} 1 \sin x, & |x| < \pi; \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

№ 27

1. Означене уявлену, висвітліть.

2. Знайдіть $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi x^2 \varepsilon^2}$?

3. Покажіть, що $u = a + b \sin x \rightarrow \frac{p_1}{x}$
 \Leftarrow залежність непрервітніх
 $x u' = \frac{p_1}{x}$;

№ 28

1. Перефармуйте Φ 'єві функції з \mathcal{L} .

2. Перефармуйте функцію $\psi_{\omega} = \chi_{\omega} e^{-\omega x} \in S(\mathbb{R})$.

3. Довести, що $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$

$$(f, \psi) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi(x) dx$$

№ 30

1. Узагальнений позивний відповідь
уявного розв'язку. Розглянутий позивний.

2. Довести, що функція $\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} e^{-\frac{x^2}{4\varepsilon}} \xrightarrow[\varepsilon \rightarrow 0]{} \delta(x)$.

3. Довести, що $S \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$, де

$$(S, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sgn} x \varphi''(x) dx.$$

№ 31

1. Теорема Машреуна-Ернштейна.

2. Довести, що $\frac{e^{-ixt}}{x-i0} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$.

3. Перевірити, що $u = C_1 + C_2 \Theta(x) + C_3 \delta(x) - P_x^1$
є загальним позивним розв'язком
 $x^2 u' = 1$.

№ 32

1. Нема Хермандер.

2. Дөбесін, шо $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$, же

$$(f, \varphi) = \int_{\mathbb{R}} e^{x^2} \varphi(x) dx.$$

3. Нема $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$. Үнде жүзеге атқарылғанда $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$

посыжындар $\left\{ \frac{1}{n} \varphi(x+n) : n \geq 1 \right\}, x \in \mathbb{R}^3$.

№ 33

1. Теорема Хермандер - Ласбурса

2. Дөбесін формулау $\frac{1}{\alpha - i\omega} = i\pi \delta(\alpha) + P \frac{1}{\alpha}$.

3. Знайди третю мониту формулы:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \leq 1; \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

№ 34

1. Типесіншілдік операторы. Озгереш, үржада.

2. Довесін кібінісі $\delta \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$

$$a(x) \delta'(x) = -a'(0) \delta(x) + a(0) \delta'(0), a \in C^1(\mathbb{R})$$

3. Теребіруу, нын $f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

$$(f, \varphi) = (P_{\frac{1}{x}}, \varphi).$$

№ 35

1. Есептікік операторы. Озгереш, үржада.

2. Довесін кібінісі

$$(af)(x+h) = a(x+h)f(x+h), a \in C^\infty(\mathbb{R}^n), f \in \mathcal{D},$$

$$h \in \mathbb{R}^n.$$

3. Знайди третій мөхиткүй фуркегі?

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x < 0; \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

№ 36

1. Критерий есептікік оператор.

2. Довесін фуркегүй $\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ikx} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - 2k\pi)$

3. Некий $\varphi \in \mathcal{D}(a, b)$. Үн зерткәйтсіз

8 $\mathcal{D}(a, b)$ посыртқыш

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{n} \varphi(nx), x \in (a, b), n \in \mathbb{N}?$$

№ 37

1. Узагальнене постаповство захід Коши
змін рівноважне темпорування.
2. Чи здійсниться в $S(\mathbb{R})$ власність
 $\left\{ \frac{1}{n} \varphi(x), n \geq 1 \right\}, x \in \mathbb{R}, \varphi(x) = e^{-x^2}$?
3. Знайдіть похідну функції $f(x) = \ln|x|$.

№ 38

1. Фундаментальні постулати заснованої
диференціальної фізики n -го рівень.
боки
2. перевірте, що функція $\varphi(x) = \begin{cases} e^{-\frac{x^2}{a^2 - |x|^2}}, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$
є елементом простору $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$.
3. Доберіть, якщо $\frac{e^{ixt}}{x - i0} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 2\pi i \delta(\omega)$,

№ 39

1. Власнівості непримітивного Fourier-функції
з $S'(\mathbb{R}^n)$.
2. Чи здійсниться в $\mathcal{D}(\mathbb{R})$ власність
 $\left\{ \frac{1}{n} \varphi(x+n) : n \geq 1 \right\}, x \in \mathbb{R}, \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$?
3. Нехай $f \in C^1(x < x_0) \cap C^1(x > x_0)$. Доберіть, якщо
 $f'(x) = \{f'(x)\} + [f]_{x_0} \delta(x - x_0), [f]_{x_0} = f(x_0+0) - f(x_0-0)$

Питання на залік з УФ. (2019р.)

1. Простір $\mathcal{D}(O)$.
2. Теорема про функції з $\mathcal{D}(O)$.
3. Теорема про розвинене однозначні.
4. Доведи, що $\mathcal{D}(O)$ скрізь підана $L_p(O)$, $1 \leq p < +\infty$.
5. Простір $\mathcal{E}(O)$.
6. Простір $S = S(\mathbb{R}^n)$.
7. Доведи, що $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ скрізь піданий в $S(\mathbb{R}^n)$.
8. Доведи, що $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ скрізь піданий в S' .
9. Поняття лінійного оператора. Приклади.
10. Означення узагальненої функції. Приклади.
11. Узагальнені функції скінченного порядку. Характ. $\mathcal{D}'(O)$.
12. Приклади знаходження одн. $f(\delta, P_{\frac{1}{\delta}})$.
13. Теорема про характеризацію функцій з $S'(\mathbb{R}^n)$.
14. Поняття просторів $\mathcal{D}'(O)$, $\mathcal{E}'(O)$, $S''(\mathbb{R}^n)$.
15. Носії узагальнених функцій. УФ з компактним носієм.
16. Критерій фінітності узагальненої функції з $\mathcal{D}'(O)$.
17. Дії над узагальненими функціями. Додавання, множення на скаляр і на функцію.
18. Змінка змінних в узагальнених функціях.
19. Диференціювання УФ.
20. Первісна УФ.
21. Локальна структура УФ з $\mathcal{D}'(O)$.
22. Структура УФ з $S''(\mathbb{R}^n)$.
23. УФ з топовим носієм.
24. Прягнітий добуток УФ. Інтеграція
25. Власнівості прямого добутку.
26. Згорнка УФ. Означення.
27. Власнівості згорнки.
28. Інтеграція згорнки.
29. Перетворений Фур'є ф-ї з S . Означення.

30. Перетворення $\Phi_{\mu'}$ функцій з S' . Означення.
31. Власні власні перетворення $\Phi_{\mu'}$.
1. Перетворення $\Phi_{\mu'}$ δ -ф-ї;
 2. Диференціювання перетворення $\Phi_{\mu'}$;
 3. Перетворення $\Phi_{\mu'}$ індукції;
 4. Перетворення зсуву. Зсув перетворення $\Phi_{\mu'}$.
 5. Перетворення $\Phi_{\mu'}$ прямого добутку.
 6. Перетворення $\Phi_{\mu'}$ фіксації функції.
 7. Перетворення $\Phi_{\mu'}$ згорячки.
32. Узагальнений розв'язок л.г.р. $L(x, D) = f$.
33. Ф.р. л.г.р. Теорема Мальгранта-Ереклана.
34. Лема Херманнера.
35. Теорема Херманнера-Лесевида.
36. Тілоєстичні оператори. Означення, приступи. Теорема.
37. Еліптичні оператори. Означення, критерії. Критерій симетричності.
38. Узагальнена постановка задачі Коши для рівняння гіпербологідності
39. Рундаментальний розв'язок л.г.р. із звичайними похідними.
40. Ф.р. оператора гіпербологідності.
41. Ф.р. хвильового оператора.
42. Ф.р. оператора Лапласа.
43. Ф.р. оператора Коши-Рімана.