$x(t) = A_0 \cos(w_0 t + \phi)$; $\phi \rightsquigarrow U([0, 2\pi])$

C1 - $E[A_0 \cos(w_0 t + \phi)] = 0$ (ne dépend pas de t)

C2 - $R_x(t, t-\tau) = E[x(t)\, x^*(t-\tau)]$: mesure de similarité dans un signal

$R_x(t, t-\tau) = A_0^2 E(\cos(w_0 t + \phi) \cos(w_0(t-\tau) + \phi))$

$= A_0^2 E\left[\frac{1}{2} \cos(w_0(2t-\tau) + 2\phi) + \frac{1}{2} \cos(w_0 \tau)\right]$

$$= \frac{A_0^2}{2} \underbrace{E[\cos(w_0(2t-\tau) + 2\phi)]}_{I} + \frac{A_0^2}{2} \underbrace{E[\cos(w_0 \tau)]}_{\cos w_0 \tau}$$

$$I = \int_{\mathbb{R}} \cos(w_0(2t-\tau) + 2u) \cdot f_\phi(u)\, du = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(w_0(2t-\tau) + 2u)\, du$$

$$= \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{2} \left[\sin(2u + w_0(2t-\tau)) \right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left(\sin(4\pi + w_0(2t-\tau)) - \sin(w_0(2t-\tau)) \right) = 0$$

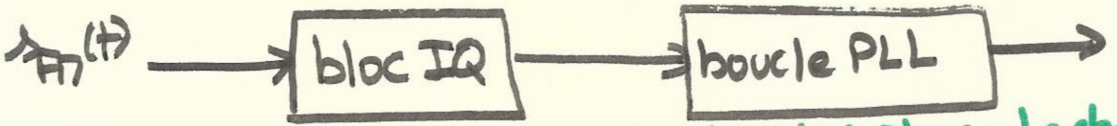
$\Rightarrow R_x(t, t-\tau) = \frac{A_0^2}{2} \cos(w_0 \tau) = R_x(\tau)$ (ne dépend que de τ)

$\Rightarrow$ la dsp de $x(t)$ est $S_x(f) = TF\{R_x(\tau)\}$

$$S_x(f) = \frac{A_0^2}{2} TF\left\{ \cos\left(2\pi \cdot \frac{w_0}{2\pi} \tau\right)\right\}$$

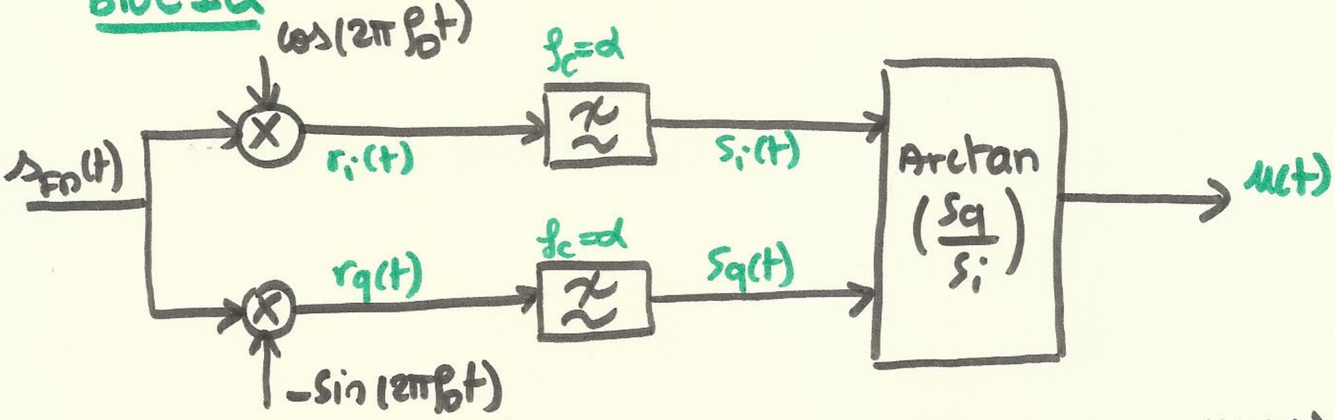
$$= \frac{A_0^2}{4} \left(\delta\left(f - \frac{w_0}{2\pi}\right) + \delta\left(f + \frac{w_0}{2\pi}\right)\right)$$

Schéma du démodulateur FM



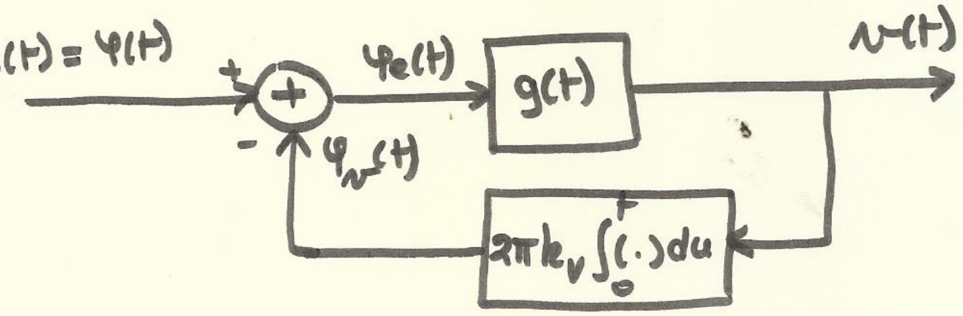
boucle "Phase Locked Loop"

bloc IQ



1/ En supposant que les signaux $\cos(\varphi(t))$ et $\sin(\varphi(t))$ sont en bande de base, de bande fréquentielle $[-\alpha, \alpha]$ Hz, identifier les signaux de sortie $s_i(t)$ et $s_q(t)$ et en déduire le signal $u(t)$.

2/ $u(t) = \varphi(t)$



→ identifier le signal $\varphi_e(t)$ en fct de $\varphi(t)$ et $v(t)$.

→ Déterminer le spectre de $v(t)$ en fct. de $G(f)$, $\Phi(f)$.

→ sous l'hyp $\left|\frac{k_v\, G(f)}{j f}\right| \gg 1$, déduire $V(f)$ puis $v(t)$.