Analyse spectrale d'un signal modulé FM
(suite chapitre sur la modulation FM)

Cours Techniques de transmission

RT2-INSAT

Responsable du module : R. Amara

(1/11) Instructions pour la démarche du cours

Détailler les calculs **DC**

Application Nécessaire pour le Cours **ANC**

Recherche pour Compléter le Cours **RCC**

(2/11) Analyse spectrale d'un signal FM, cas d'un modulant sinusoidal

- Modulant sinusoidal $m(t) = A_0 cos(2\pi f_0 t)$
- Alors le signal FM correspondant s'écrit DC

$$\boxed{s_{FM}(t) = A_0 cos(2\pi f_0 t + \beta sin(2\pi f_m t))}$$

Avec $\beta = \frac{k_{FM} A_m}{f_m}$: est appelé indice de modulation, car il affecte l'intensité de la modulation ($\beta \nearrow \implies \varphi(t) \nearrow$)

- La déviation maximale de fréquence est $\Delta F = k_{FM} A_m$

(3/11) Analyse spectrale d'un signal FM, cas d'un modulant sinusoidal

- Remarque

$$\boxed{s_{FM}(t) = A_0 Re\{e^{j2\pi f_0 t}\underbrace{e^{j\beta sin(2\pi f_m t)}}_{g(t)}\}}$$

avec g(t) clairement Tm-périodique (donc développable en série de Fourier) comme suit

$$\boxed{g(t) = e^{j\beta sin(2\pi f_m t)} = \sum_n G_n e^{j2\pi n f_m t}}$$

Où $G_n = \frac{1}{T_m}\int_0^{T_m} e^{j\beta sin(2\pi f_m t)} e^{-j2\pi n f_m t} dt$ nième coeff. de Fourier égal aussi à

$$G_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{j\beta sin(v)} e^{-jnv} dv$$

en posant $v = 2\pi f_m t$

(4/11) Analyse spectrale d'un signal FM, cas d'un modulant sinusoidal

- On appelle $$\boxed{G_n = J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{j(\beta sin(v) - nv)}\, dv}$$
- $J_n(.)$ est appelée la fct. de Bessel de 1ère d'ordre *n,* ainsi
- Propriétés de $J_n(.)$

$$\boxed{\begin{gathered} J_n^*(x) = J_n(x) \quad \forall x \\ J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \\ \lim_{|n| \longrightarrow +\infty} J_n(x) = 0 \end{gathered}}$$

(fct. Réelle)

(5/11) Spectre d'un signal FM, cas d'un modulant sinusoidal

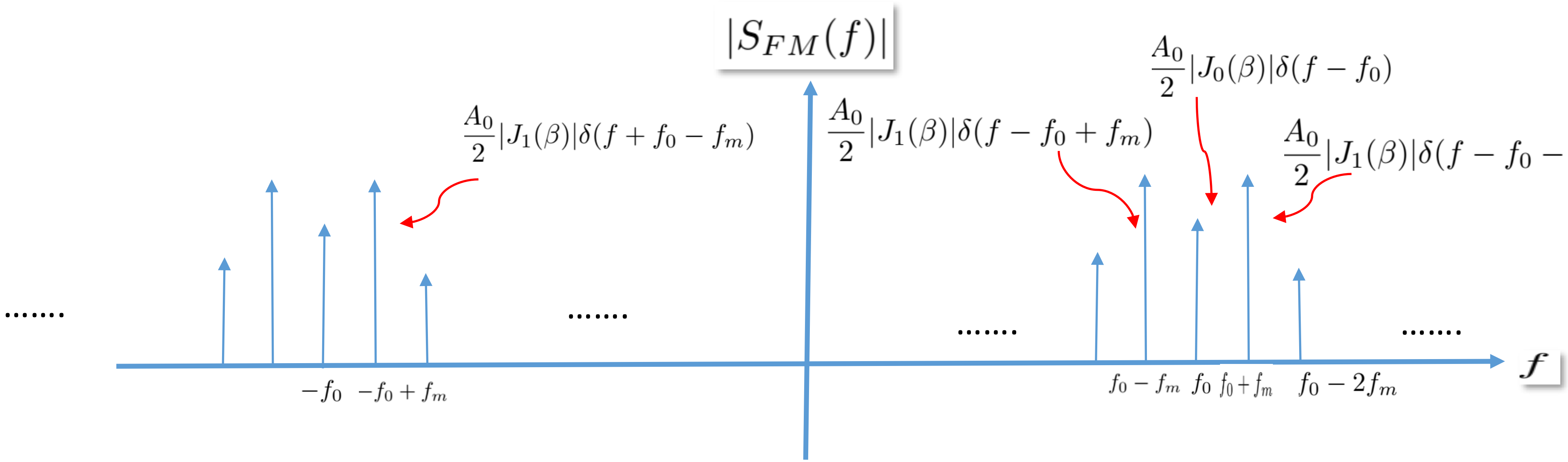
Ainsi

$$s_{FM}(t) = A_0 Re\{e^{j2\pi f_0 t} \sum_n J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t}\}$$
$$= A_0 Re\{\sum_n J_n(\beta) e^{j2\pi(f_0 + n f_m)t}\}$$
$$= A_0 \sum_n J_n(\beta) \cos(2\pi(f_0 + n f_m)t)$$

Ce qui le spectre suivant pour $s_{FM}(t)$: corresp. à un modulant sinusoidal

$$\boxed{S_{FM}(f) = \frac{A_0}{2} \sum_n J_n(\beta)(\delta(f - f_0 - n f_m) + \delta(f + f_0 + n f_m))}$$ (spectre de raies)

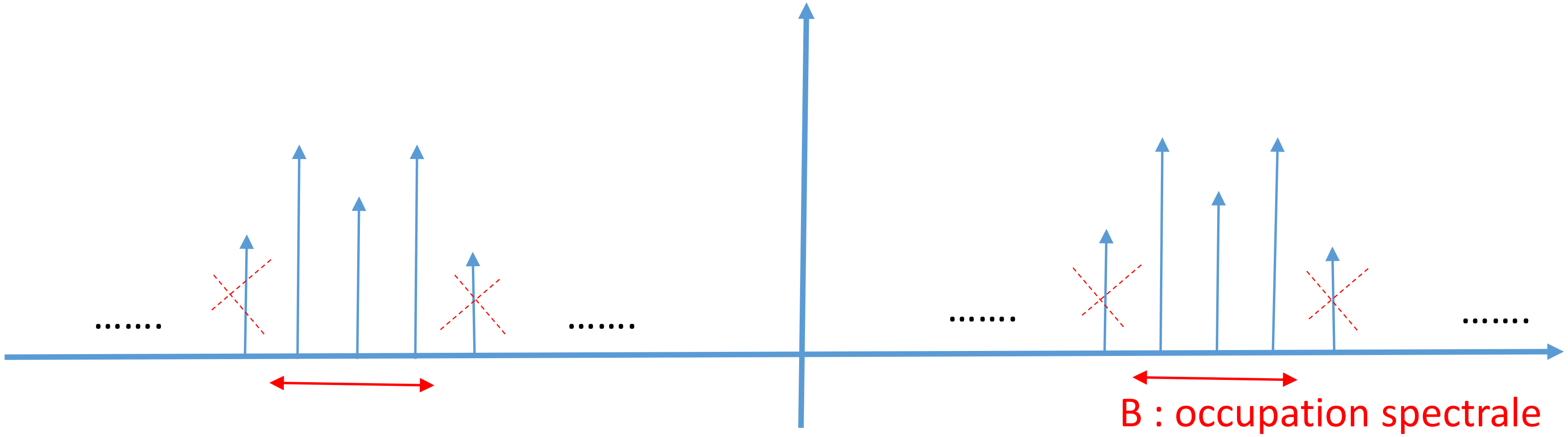
(6/11) Allure du spectre d'un signal FM, cas d'un modulant sinusoidal



Remarque $|J_{-n}(\beta)| = |J_n(\beta)|$ **, Occupation spectrale (théoriquement) infini,** $\lim\limits_{|n|\longrightarrow+\infty} J_n(x) = 0$

(7/11) Détermination de l’occupation spectrale d’un signal FM, cas d’un modulant sinusoidal

- à partir d’un certain rang N0, $J_n(\beta)$ devient négligeable
- à partir de N0, on pourra négliger des paires de raies dans le spectre FM



Selon quel critère, on va prendre en compte les paires de raies ?

(8/11) Bande de Carson d'un signal FM, cas d'un modulant sinusoidal

Si on garde $N(\beta)$ paires de raies (sym. par % à f0), B est égale à

$$B = 2N(\beta) f_m$$

Garder les paires de raies contenant 98% de la puissance contenu dans le signal FM, on montre alors que

$$\boxed{B = 2(\beta + 1) f_m}$$ **Bande de Carson**

l'occupation spectrale dépend de l'indice de modulation β et de f_m

Il existe d'autres critères, par exemple garder les paires de raies dont l'amplitude dépasse 1% celle de la raie porteuse (qu'on va pas étudier)

or $\Delta F = k_{FM} A_m = \beta f_m \Rightarrow \boxed{B = 2(\Delta F + f_m)}$

(9/11) Extension du calcul de l'occupation spectrale au cas d'un modulant quelconque

- Pour un modulant quelconque, on définit l'indice de modulation généralisé par

$$\boxed{\beta_{gen} = \frac{\Delta F}{f_{max}} = \frac{k_{FM}|m(t)|_{max}}{f_{max}}}$$

- Ainsi, l'occupation spectrale d'un signal FM est approché dans le cas général

$$\boxed{B = 2(\Delta F + f_{max}) = 2(\beta_{gen} + 1) f_{max}}$$

(10/11) Démodulation du signal FM

- Deux démarches possibles pour la démodulation FM

1ère méthode : par discrimination **ANC**

Déterminer la dérivée du signal FM ? À quel type de signal modulé correspond-elle ? En déduire un procédé de démodulation FM.

2ème méthode : bloc IQ + boucle PLL (voir exos TD, déjà fait)

Immunité de la modulation FM au bruit **RCC**

Ajouter un bruit au signal modulé et déterminer le rapport signal à bruit (RSB=puiss_signal_utile/puiss_signal_bruit) à la sortie du démod.