Chapitre 5 : Codage en ligne et modulations numériques (partie 1)

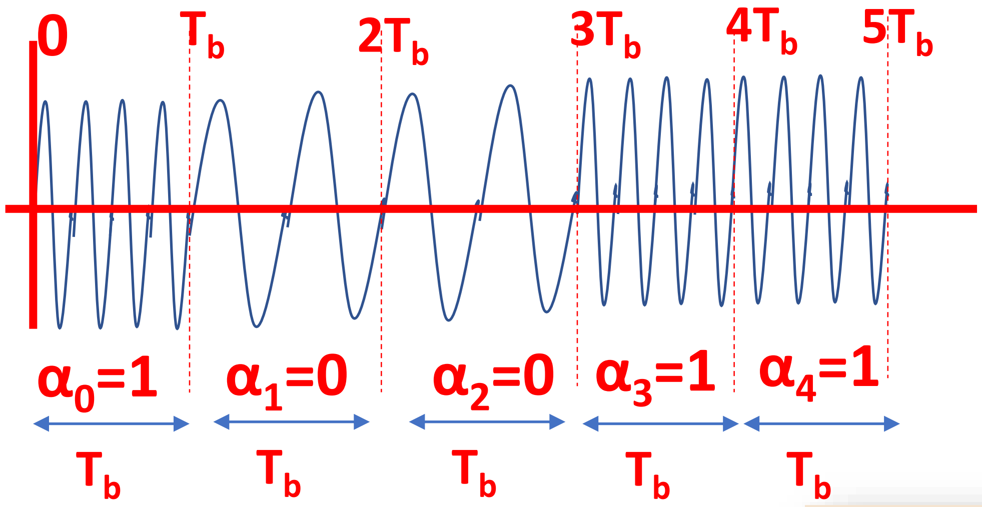
Cours Techniques de transmission

GL2-INSAT

Responsable du module : Rim Amara Boujemâa

(1/10) Qu'est-ce que le codage en ligne ?

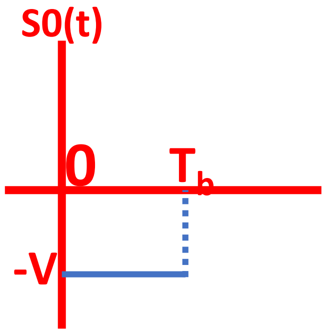
- On désigne par α_k : l'élément binaire à transmettre pendant $[kT_b, (k+1)T_b[$

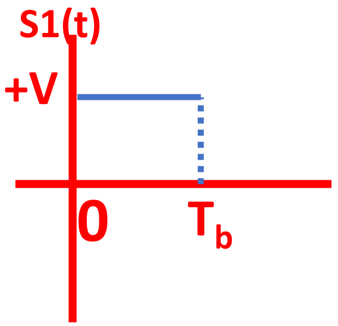


Les α_k sont supposés indépendants et identiquement distribués (i.i.d)

Le codage en ligne consiste à associer, à chaque élément binaire α_k un signal $S_i(t)$ de durée T_b choisi parmi un ensemble de 2 signaux

La mise en forme $S_i(t)$ est de support $[0, T_b[$ (donc nulle en dehors)





Souvent les $S_i(t)$ sont associées à la même forme d'onde rectangulaire $h(t)$

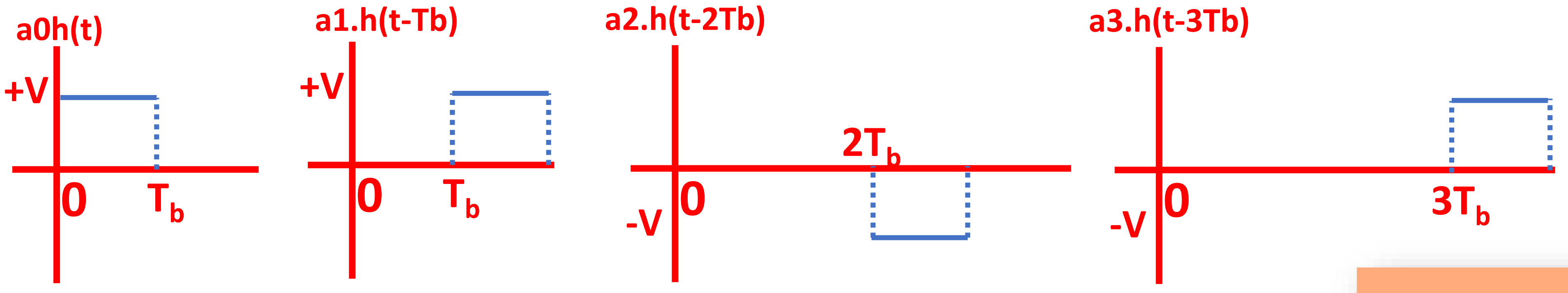
$$\boxed{S_i(t) = A_i h(t) \text{ pour } i = 0 \text{ ou } 1}$$

dans ce cas, la signal de sortie du codeur en ligne s'écrit $\boxed{e(t) = \sum_k a_k h(t - kT_b)}$ avec

$a_k = A_0$ si $\alpha_k = 0$

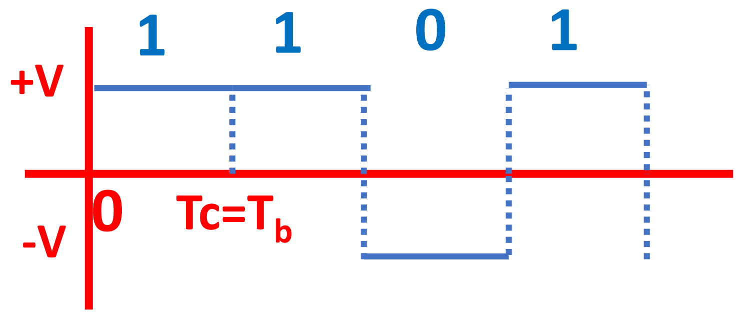
$a_k = A_1$ si $\alpha_k = 1$

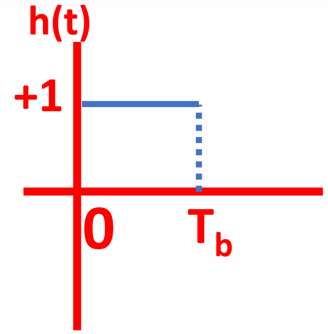
(2/10) Exemple



$$a_k = -V \text{ si } \alpha_k = 0$$
$$a_k = +V \text{ si } \alpha_k = 1$$

e(t)=a0h(t)+a1h(t-Tb)+a2h(t-2Tb)+a3h(t-3Tb)





(3/10) Transmission M-aire

Souvent les $S_i(t)$ sont associées à la même forme d'onde rectangulaire $h(t)$

$$S_i(t) = A_i h(t) \text{ pour } i = 0 \text{ ou } 1$$

dans ce cas, la signal de sortie du codeur en ligne s'écrit $e(t) = \sum_k a_k h(t - kT_b)$

$$a_k = A_0 \text{ si } \alpha_k = 0$$
$$a_k = A_1 \text{ si } \alpha_k = 1$$

on peut procéder par une transmission $M-$aire en associant une forme d'onde $S_i(t) = A_i h(t)$ à un n-uplet de bits de durée donc $T_s = nT_b$. Le $n-$uplet de bits est appelé mot ou encore symbole de durée T_s, il peut prendre $M = 2^n$ valeurs possibles identifiables par M possibilités de formes d'onde $S_i(t)$. Dans ce cas, si on examine le débit des symboles qui correspond au nombre de symboles transmis pendant 1 sec

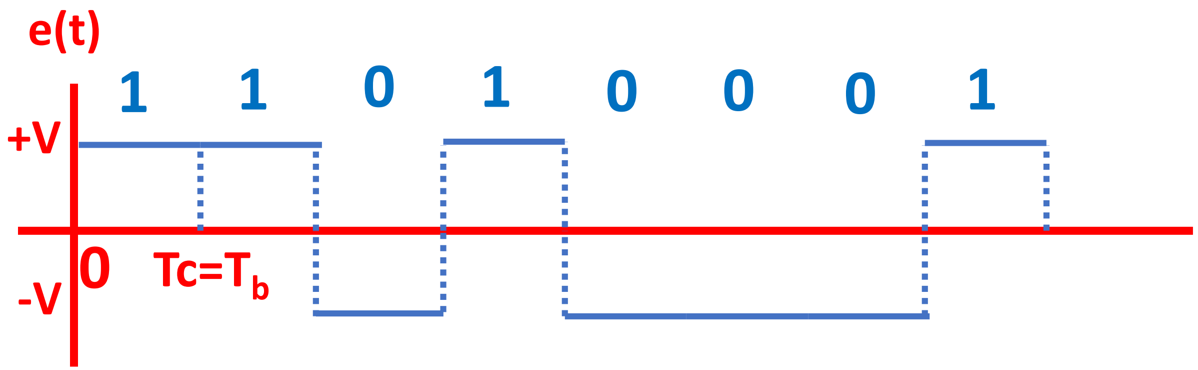
$$D_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{nT_b} = \frac{D_b}{log_2(M)} \Rightarrow D_b = D_s log_2(M)$$

en baud ou sym/s

$$e(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$

(4/10) Exemple de transmission M-aire

TX binaire

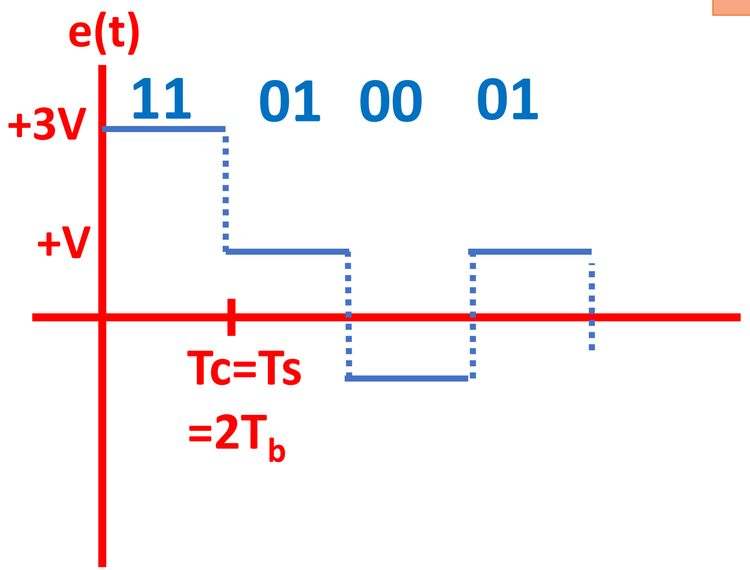


On veut transmettre la suite binaire 11010001, on dispose d'un codeur en ligne qui peut commander des changements d'état de l'amplitude du signal chaque Tc secondes (Tc fournie par le constructeur)

TX 4-aire

Loi de codage

$\alpha_k \alpha_{k+1}$	a_k
11	+3V
01	+V
00	-V
10	-3V

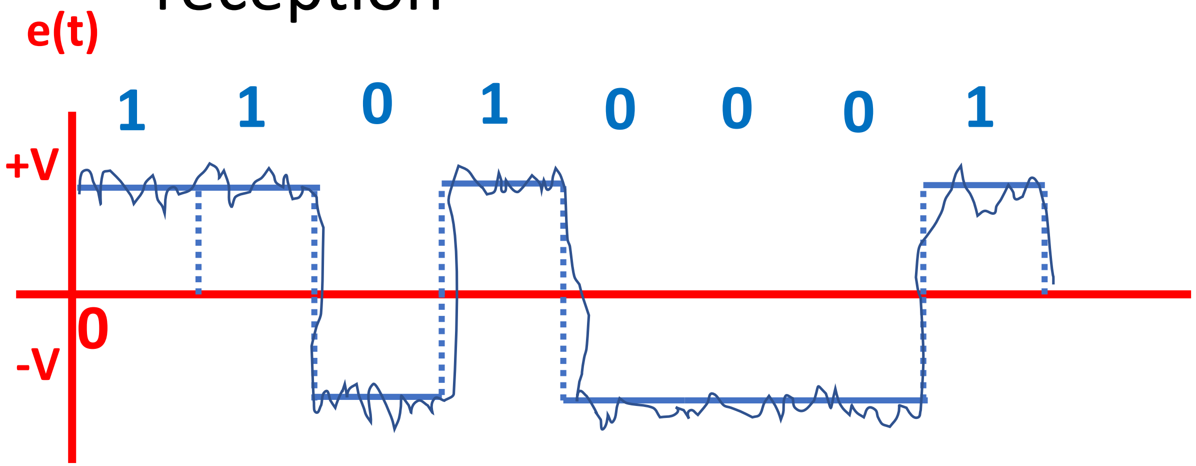


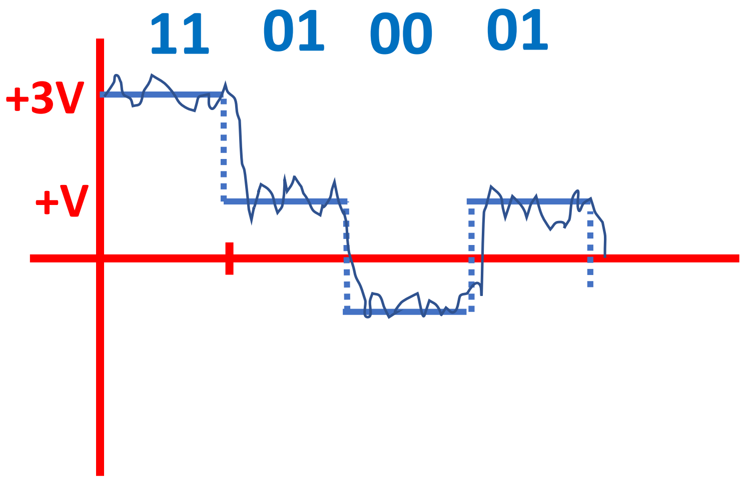
Débit binaire + grand pour la transmission 4-aire

(5/10) Exemple de transmission M-aire

- Procéder par une transmission M-aire est un moyen d'augmenter le débit de transmission binaire (car $D_b = D_s log_2(M)$)

- Seulement, ↗ M a une limite car en augmentant la taille de l'alphabet de modulation, on risque d'↗ le taux d'erreurs à la réception





(6/10) Sortie du codeur en ligne

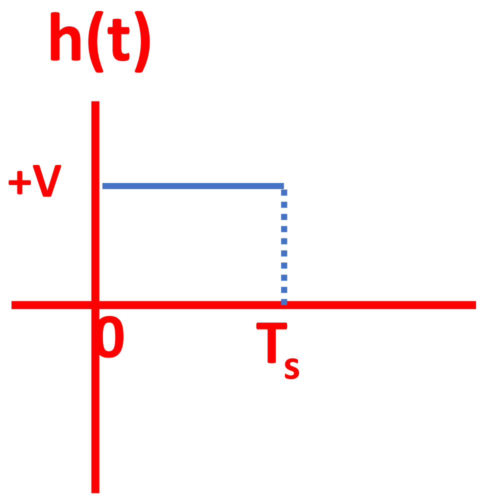
Dans la suite, la sortie d'un codeur en ligne pou une transmission M-aire s'écrit

$$e(t) = \sum_{k \in Z} a_k h(t - kT_s)$$

T_s : durée d'un symbole

$a_k \in \{A_0, A_1, \ldots, A_{M-1}\}$: alphabet de modulation

$h(t) = r_{T_s}(t - \frac{T_s}{2})$: mise en forme



Question : cette sortie du codeur en ligne représente le signal à émettre avec notre chaine de TX numérique, soit notre nouveau modulant.

Quel est son spectre de puissance ?

(7/10) Spectre de puissance ou dsp de e(t)

- e(t) dépend de la **distribution des symboles** et de le forme d'onde **h(t)**.
- e(t) peut être assimilé à la sortie d'un filtre de RI h(t)

$$e(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT_s) * h(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$

Expression du signal numérique

$$a(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT_s)$$

h(t)

$$e(t)$$

- donc la dsp (densité spectrale de puissance) de e(t)

$$S_e(f) = S_a(f).|H(f)|^2$$

(8/10) dsp du signal numérique a(t)

$$S_{aa}(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} + \frac{2\sigma_a^2}{T_s} \sum_{k=1}^{+\infty} \Gamma'_a(k) cos(2\pi f k T_s) + \frac{m_a^2}{T_s^2} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{k}{T_s})$$

$\boxed{m_a = E\{a_k\}}$: moyenne statistique des symboles

$\boxed{\sigma_a^2 = E\{|a_k|^2\} - |m_a|^2}$: variance des symoles

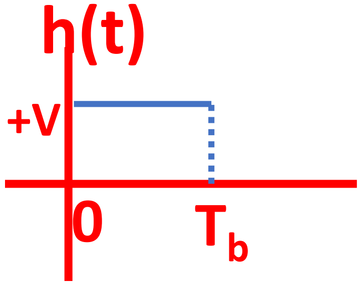
$\boxed{\Gamma'_a(k) = \frac{E\{(a_n - m_a)(a_{n-k} - m_a)^*\}}{\sigma_a}}$: coefficient de corrélation normalisée

les symboles a_k sont supposés i.i.d $\Rightarrow$ $\Gamma'_a(k) = 0 \ \forall \ k \neq 0$

(9/10) dsp du signal numérique de e(t), code NRZ binaire

- Symboles i.i.d avec

$$a_k = 1 \ \text{si} \ \alpha_k = 1$$
$$a_k = -1 \ \text{si} \ \alpha_k = 0$$



$$p(a_k = \pm 1) = \tfrac{1}{2} \Rightarrow \left.\begin{aligned} E\{a_k\} &= +1 \times \tfrac{1}{2} + (-1) \times \tfrac{1}{2} = 0 \\ \sigma_a^2 &= (1)^2 \times \frac{1}{2} + (-1)^2 \times \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{S_a(f) = \frac{1}{T_b}}$$

- or $H(f) = VT_b e^{-j\pi f T_b} sinc(fT_b)$

$$\boxed{S_e(f) = \frac{1}{T_b} \times V^2 T_b^2 sinc^2(fT_b) = V^2 T_b sinc^2(fT_b)}$$