컴퓨터응용통계
7장 일표본 t-test

최경미

표본분포

표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n \sim iid\ N(\mu, \sigma^2)$

σ^2이 알려져 있다고 가정함.

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

신뢰구간

$P\left(|Z| < z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$

$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$

$P\left(-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}-\mu < z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$

$P\left(\mu \in \left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right) = 1-\alpha$

μ의 100$(1-\alpha)$% 신뢰구간(CI)

$$= \left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

가설검정

$H_0 : \mu = \mu_0$ vs. $H_1 : \mu \neq \mu_0$

기각역 R을 이용한 검정

검정통계량 $Z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

기각역 $R : |Z| \geq z_{\alpha/2}$

Z가 기각역 R에 속하면, H_0 기각.
Z가 기각역 R에 속하지 않으면, H_0 기각안함

의사결정	H_0 참	H_0 거짓
H_0 기각함 **H_1채택**	제1종의 오류	
H_0 기각안함 H_0채택		제2종의 오류

유의수준(significance level)

$\alpha = P$(제1종 오류)

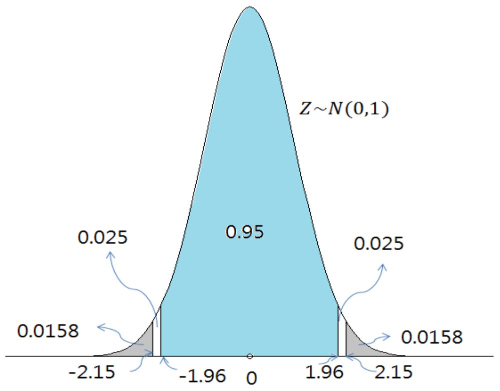
$= P(H_0$ 기각$|\ H_0$ 참$)$

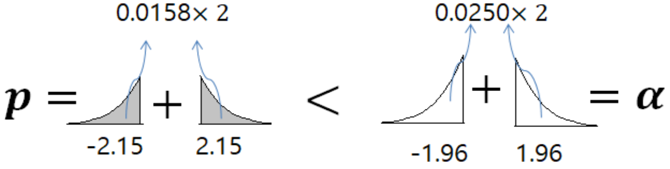
$= H_0$ 기각하는 결정이 틀릴 수

있도록 사회적으로 허용해주는 확률

양측검정에 대한 p − 값 $= P(|Z| \geq |z_0|)$

p − 값 $\leq \alpha$이면 H_0 을 기각한다.





의사결정

$\mu_0 \notin CI, H_0$ 기각

$Z \in R$, H_0 기각

p − 값 $\leq \alpha$, H_0 기각

일표본 t-test

사과냐?

H_0: 

사과가 아니냐?

H_1: 

예제 7.1 mtcars에서 6기통 차들의 연비가 21이라고 말할 수 있을까?

mtcars에서 6기통 차들의 연비에 대한 신뢰구간을 살펴보자. 이때 자료가 $N(\mu, \sigma^2)$ 를 따른다고 가정하자. 연비의 단위는 마일/갤런이다 1 마일= 1.60934 km. (1 갤론 = 3.78541 리터) **표준편차를 모름.**

21.0, 21.0, 21.4, 18.1, 19.2, 17.8, 19.7

μ의 95% CI 은 무엇인가?

21이 95% CI에 속하는가?

가설은 무엇인가?

검정통계량이 기각역에 속하는가?

유의확률이 유의수준보다 작은가?

결론은 무엇인가?

- 실제 데이터가 주어지고, 표준편차를 모름

실전 보고서

R의 mtcars에서 6기통 차들의 연비가 **21**이라고 말할 수 있을지에 알아보기 위하여, 유의수준 0.05에서 일표본 T-검정을 실시해보자. 그림1은 자료의 상자도표이다.

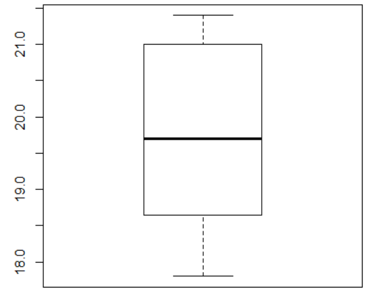


그림1. 6기통 차의 연비 상자도표

평균이 21인지 알아보기 위하여, 다음과 같이 가설을 세우자.

$$H_0 : \mu = 21 \text{ vs. } \cancel{H_1 : \mu \neq 21}$$

표본크기는 7이고, 표본평균은 $\bar{x} = 19.7428$이고, 표본표준편차는 $s = 1.4536$ 이다. 평균에 대한 95% 신뢰구간은 $(18.3985, 21.0872)$이고, 검정통계량은 $T = -2.2882$이며, 유의확률은 $p = 0.0621$이다. 따라서 유의수준 0.05 에서 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 유의수준 0.05에서 6기통 차들의 연비가 21이라고 말할 수 있다.

자료가 정규분포를 따르는지 확인하기 위하여, 샤피로의 검정을 실시하였다. 유의확률 p=0.3252가 유의수준 0.05보다 크므로, 자료의 분포가 정규분포라고 볼 수 있다. 그림2의 QQ-plot에서 자료들이 거의 일직선에 놓임을 확인할 수 있다.

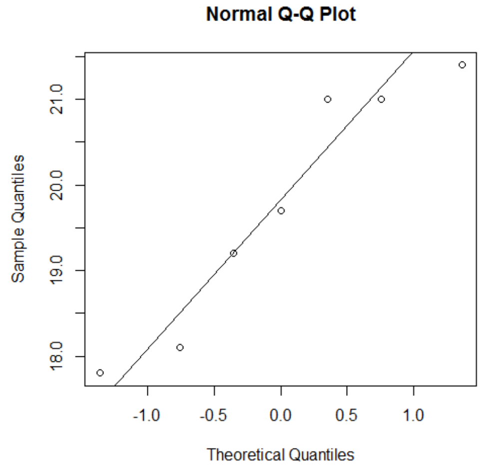


그림 2. 6기통차의 QQ-plot

첨부자료.

R code + 결과

표본분포

표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$가 독립이고 동일한 분포 $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$를 따른다고 가정하자.

표본평균과 표본분산

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

정리

① $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

② $\bar{X}$와 S^2는 독립이다.

③ $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$이다.

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\bar{X}}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(n-1)$$

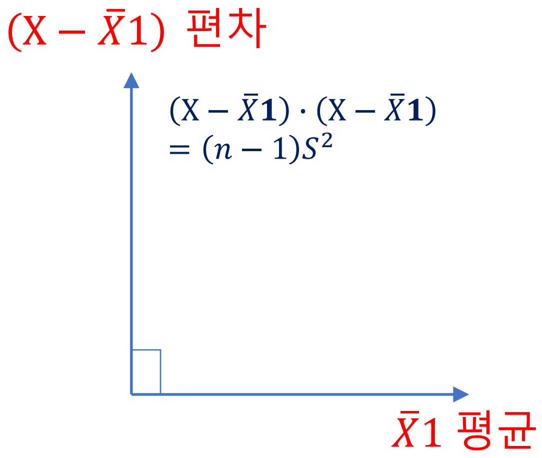
①

$X_1, X_2, \cdots, X_n$가 독립이고 동일한 분포 $N(\mu, \sigma^2)$를 따른다.

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2 \sim \chi^2(1)$$

② $\bar{X}$와 S^2는 독립이다. (∵직교)



$$\mathrm{X}=\begin{pmatrix}X_1\\ \vdots \\ X_n\end{pmatrix},\ \mathbf{1}=\begin{pmatrix}1\\ \vdots \\ 1\end{pmatrix},\ \bar{X}\mathbf{1}=\bar{X}\begin{pmatrix}1\\ \vdots \\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar{X}\\ \vdots \\ \bar{X}\end{pmatrix}$$

$$\mathrm{X}-\bar{X}\mathbf{1}=\begin{pmatrix}X_1-\bar{X}\\ \vdots \\ X_n-\bar{X}\end{pmatrix}$$

- 평균과 편차는 직교한다

$\bar{X}\mathbf{1}\cdot(\mathrm{X}-\bar{X}\mathbf{1})$

$=\ \bar{X}\,(1,\cdots,1)\cdot(X_1-\bar{X},\cdots,X_n-\bar{X})$

$=\bar{X}\ \sum(X_j-\bar{X})$ (편차의 합)

$=\bar{X}\ (0)$

$=0$

$\therefore \bar{X}1\ \perp (\mathrm{X}-\bar{X}1)$

- 편차의 제곱합으로 S^2 만들기

$(\mathrm{X}-\bar{X}\mathbf{1})\cdot(\mathrm{X}-\bar{X}\mathbf{1})$

$=(X_1-\bar{X},\cdots,X_n-\bar{X})\ \cdot\ (X_1-\bar{X},\cdots,X_n-\bar{X})$

$=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

$=(n-1)S^2$

- 통계에서 직교하는 두 벡터는 독립이라는 것이 알려져 있다.
- 따라서 $\bar{X}$와 S^2은 독립이다.

- 참고: 내적의 정의

$(x_1,x_2,\dots,x_n)\cdot(y_1,y_2,\dots,y_n)=x_1y_1+\cdots+x_ny_n$

$\vec{x}\cdot\vec{y}=0\ \Leftrightarrow\ \vec{x}\ \perp\ \vec{y}$

③ $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

$X_1, X_2, \cdots, X_n \sim iid\ \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$

$\frac{X_j-\mu}{\sigma} \sim iid\ \ \mathrm{N}(0,1)$ (표준화)

$\left(\frac{X_j-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim iid\ \chi^2(1)$ (카이제곱의 정의)

$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(n)$ (카이제곱의 가법성)

$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\mu}{\sigma}\right)^2$ (분해)

$= \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\bar{X}+\bar{X}-\mu}{\sigma}\right)^2$

0

$= \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\bar{X}}{\sigma}\right)^2 + \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma}\right)^2 + 2\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\bar{X}}{\sigma}\right)\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma}\right)$

$= \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\bar{X}}{\sigma}\right)^2 + \mathrm{n}\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma}\right)^2$

$= \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} + \left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2 \sim \chi^2(n)$

④ 따라서

$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{X_j-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(n)$

$\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)^2 \sim \chi^2(1)$

S^2과 $\bar{X}$가 독립이다.

카이제곱의 가법성: $\mathrm{V}_1 \sim \chi^2(\mathrm{r}_1)$, $\mathrm{V}_2 \sim \chi^2(\mathrm{r}_2)$, 그리고 V_1과 V_2가 독립이면, 이들의 합에 대하여 $\mathrm{V}_1 + \mathrm{V}_2 \sim \chi^2(\mathrm{r}_1 + \mathrm{r}_2)$가 성립한다.

그러므로 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$이다.

NOTE: $E[\chi^2(\mathrm{r})] = \mathrm{r}$.

$E\left[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right] = E[\chi^2(n-1)] = n-1, \quad E[S^2] = \sigma^2$

정의 $\boldsymbol{T \sim t(n-1)}$

표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$가 독립이고 동일분포 $N(\mu, \sigma^2)$를 따른다고 가정하자.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$V = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

Z와 V 독립

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/(n-1)}} = \frac{\dfrac{\bar{X} - \mu}{\cancel{\sigma}/\sqrt{n}}}{\sqrt{\dfrac{\cancel{(n-1)}S^2}{\cancel{\sigma^2}}/\cancel{(n-1)}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

여기서 n이 아주 크면, $S \to \sigma$, $\mathrm{t}(\mathrm{n}-1) \to N(0,1)$.

모분산을 모를 때, 모평균 μ에 대한 추론

- **표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$이 독립이고 동일분포 $N(\mu, \sigma^2)$을 따르며, 분산 σ^2이 알려져 있지 않다고 가정하자.**

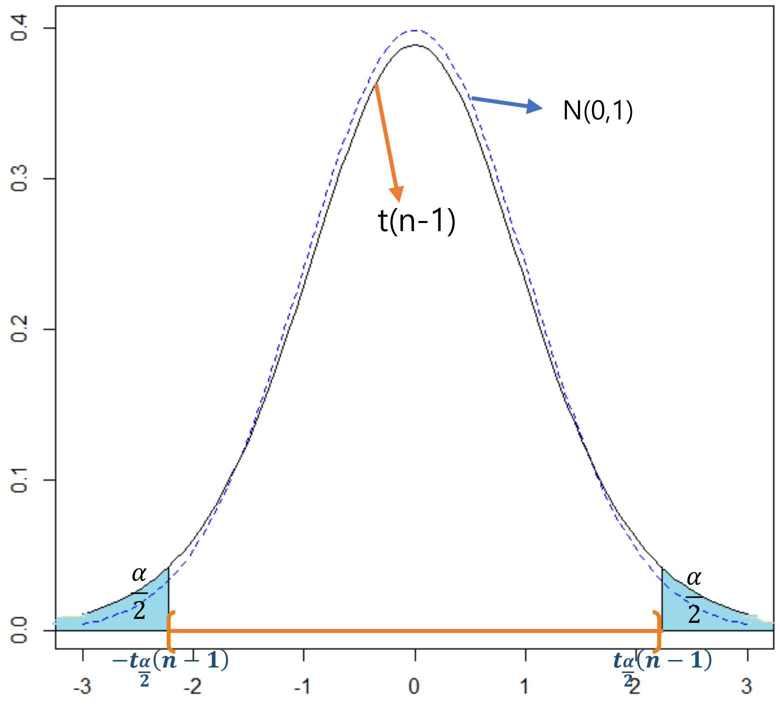
$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < t_{\alpha/2}(n-1)\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\mu \in \left(\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}, \quad \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)\right) = 1 - \alpha$$

μ의 100$(1-\alpha)$% 신뢰구간(CI)

$$CI = \left(\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}, \quad \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$



일표본 T-검정

가정

표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$이 독립

동일분포 $N(\mu, \sigma^2)$을 따름

분산 σ^2이 알려져 있지 않음.

신뢰구간

μ의 95% $CI = \bar{x} \pm t_{0.025}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$

$\boldsymbol{t_{0.025}(n-1) = qt(0.975, n-1)}$

가설검정

$H_0: \mu = \mu_0$ vs. $H_1: \mu \neq \mu_0$

검정통계량 $T = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$ (H_0이 참일 때)

기각역 R: $|T| \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

$T \in R$ ($\mu_0 \notin CI$)이면, 귀무가설 H_0을 기각한다.

$T \notin R$ ($\mu_0 \in CI$)이면, 귀무가설 H_0을 기각하지 않는다.

검정통계량이 $T = t_0$이면, 유의확률 $p-$값 $= P(|T| \geq |t_0|)$이다.

$p-$값 $< \alpha$이면 H_0 을 기각한다.

예제 7.1

mtcars에서 6기통 차들의 연비가 $N(\mu, \sigma^2)$ 를 따른다고 가정하자. 연비의 단위는 마일/갤런이다 1 마일= 1.60934 km. (1 갤론 = 3.78541 리터) 유의수준 0.05에서 95%신뢰구간을 구하고, 평균이 21인지 검정하자.

21.0, 21.0, 21.4, 18.1, 19.2, 17.8, 19.7

$\bar{x} = 19.7428$

$s = 1.4536$

$t_{0.025}(6) = qt(0.975,6) = 2.4469$

μ의 95% CI

$= \bar{x} \pm t_{0.025}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$

$= \left(19.7428 - 2.4469\frac{1.4536}{\sqrt{7}}, 19.7428 + 2.4469\frac{1.4536}{\sqrt{7}}\right)$

$= (18.3985, 21.0872)$

연비가 21이라고 말해도 좋을까?

H_0: $\mu = 21$ vs. H_1: $\mu \neq 21$

검정통계량

$T = \frac{19.7428-21}{\frac{1.4536}{\sqrt{7}}} = -2.2882$

$t_{0.05/2}\,(7-1) = 2.4469$

기각역 R

$|T| = |-2.2882| < 2.4469$ (T가 기각역에 속하지 않음)

유의확률

$p-$값 $= P(|T| \geq |-2.2882|) = 2 * (1 - pt(2.2882,6)) =$
$2*pt(-2.2882,6) = 0.0621 > \alpha = 0.05$

의사결정

유의수준 0.05에서 귀무가설 $H_0: \mu = 21$를 기각하지 않는다.

R

```
> # 예제 7.1, 7.2 신뢰구간과 일표본 T-검정
> x<-c(21.0, 21.0, 21.4, 18.1, 19.2, 17.8, 19.7)
> t.test(x, mu=21)

        One Sample t-test

data:   x

t = -2.2882, df = 6, p-value = 0.0621

alternative hypothesis: true mean is not equal to 21

95 percent confidence interval:

18.39853 21.08718

sample estimates:

mean of x

19.74286
```

검정통계량, 자유도, 유의확률

$> \alpha = 0.05.$ H_0을 기각 안함

$H_1 : \mu \neq 21$ 양측검정

95% 신뢰구간

표본평균 $\bar{x}$

정규성 검정

H_0 : 자료가 정규분포를 따른다.

H_1 : 자료가 정규분포를 따르지 않는다.

샤피로 검정법 (Shapiro test)

$p < \alpha$이면 H_0 을 기각, 자료가 정규분포를 따르지 않음.

$p > \alpha$이면 H_0 을 기각하지 않음, 자료가 정규분포를 따름.

(예제) 6기통 차들의 연비는 정규분포를 따르는가?

```
# 예제 7.3
> x<-c(21.0, 21.0, 21.4, 18.1, 19.2, 17.8, 19.7)
> shapiro.test(x)
        Shapiro-Wilk normality test
유의확률
data:  car8$mpg W  =  0.89903, p-value  =  0.3252
```

유의확률

p=0.3252 > α=0.05

∴ 정규분포

QQ-plot

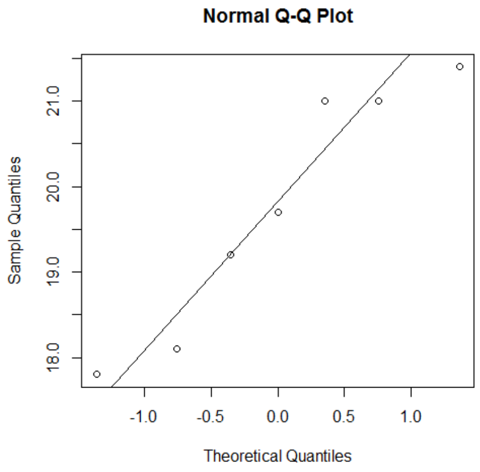
x축은 표준정규분포의 분위수,

y축은 표본의 분위수

이들이 일직선에 놓이면, 표본이 정규분포를 따른다고 볼 수 있다.

(예제) 6기통 차들의 연비는 정규분포를 따르는가?

qqnorm(x); qqline(x)



난수 $\quad Z_1, Z_2, \dots, Z_7 \; iid \sim N(0,1)$

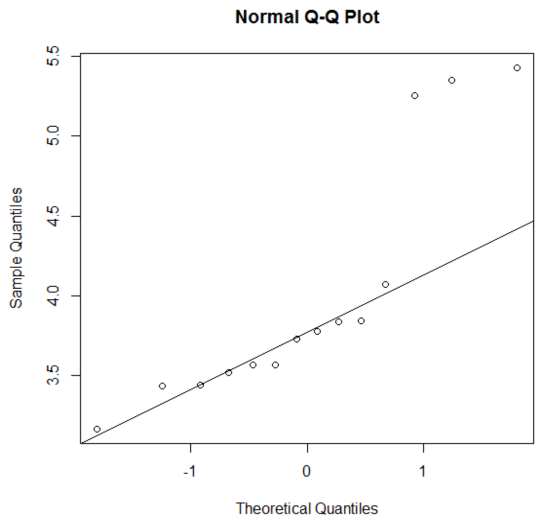
$\qquad\quad Z_{(1)} \le Z_{(2)} \le \; \dots \le Z_{(7)}$

자료 $\quad X_{(1)} \le X_{(2)} \le \; \dots \le X_{(7)}$

$(Z_{(1)}, X_{(1)}), (Z_{(2)}, X_{(2)}), \dots, (Z_{(7)}, X_{(7)})$

일표본 윌콕슨 비모수검정 (Wilcoxon nonparametric test)

- 샤피로의 정규성 검정
- $p-$값이 유의수준보다 작거나 같을 때, 정규분포를 가정하기 어려우므로, 윌콕슨 검정법을 사용
- **예제 7.4** mtcars에서 8기통 차들의 무게(wt)가 4라고 말할 수 있는지 가설검정해보자. 엔진무게의 단위는 1000 lbs이다. (1 파운드 1 lbs = 0.453592 Kg)



$$H_0: \mu = 4 \ \text{ vs. } H_1: \mu \neq 4$$

```
> # 예제 7.4
> x<-c(3.440, 3.570, 4.070, 3.730, 3.780, 5.250, 5.424, 5.345, 3.520, 3.435, 3.840, 3.845, 3.170, 3.570)
> shapiro.test(x)

        Shapiro-Wilk normality test
정규성검정에 대한 유의확률
data:  x W = 0.77869, p-value = 0.002753
> qqnorm(x)
> qqline(x)
> wilcox.test(x, mu=4)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction
평균검정에 대한 유의확률
data:  x V = 40, p-value = 0.4511
alternative hypothesis: true location is not equal to 4
```

일표본 평균검정

- 표본이 하나일 때 모평균 검정법
- 표본평균의 분포로 Z를 사용하면 일표본 $Z-$검정
- 표본평균의 분포로 T를 사용하면 일표본 $T-$검정

① T : 표본이 정규분포를 따르고 모분산 σ^2을 모를 때

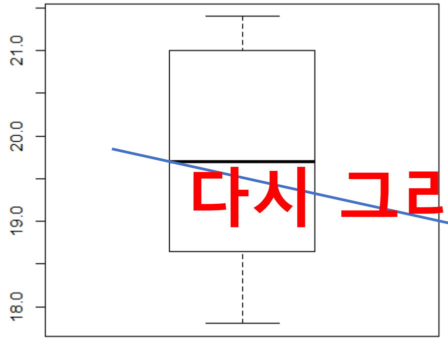
② 윌콕슨의 비모수적 검정법 : 표본이 작고, 정규분포를 가정할 수 없을 때

③ Z : 정규분포를 가정할 수 없더라도, 표본이 커서 중심극한정리 사용 가능할 때

④ $\lim_{n\to\infty} t_\alpha(n-1) = z_\alpha$이므로, 표본이 크면, 정규분포를 가정할 수 없더라도, 현실적으로 T 사용

실전 보고서 쓰기

R의 state.x77에서 기대수명 (Life.Exp)dl 71세라고 말할 수 있을지에 알아보기 위하여, 유의수준 0.05에서 일표본 T-검정을 실시해보자. 그림1은 자료의 상자도표이다.



다시 그리기

그림1. 6기통 차의 연비 상자도표

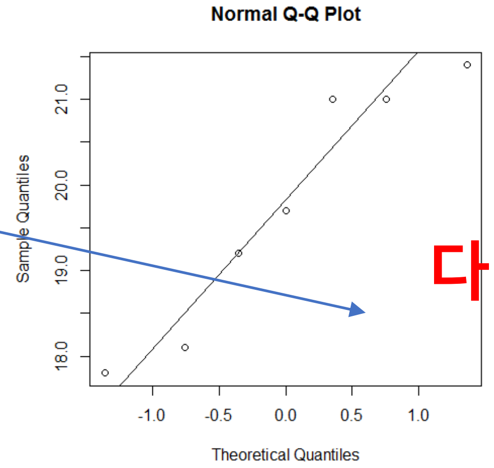
평균이 21인지 알아보기 위하여, 다음과 같이 가설을 세우자.

$$H_0 : \mu = 21 \text{ vs. } H_1 : \mu \neq 21$$

표본크기는 7이고, 표본평균은 $\bar{x} = 19.7428$이고, 표본표준편차는 $s = 1.4536$이다. 평균에 대한 95% 신뢰구간은 $(18.3985, 21.0872)$이고, 검정통계량은 $T = -2.2882$이며, 유의확률은 $p = 0.0621$이다. 따라서 유의수준 0.05 에서 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 유의수준 0.05에서 6기통 차들의 연비가 21이라고 말할 수 있다.

자료가 정규분포를 따르는지 확인하기 위하여, 샤피로의 검정을 실시하였다. 유의확률 p=0.3252가 유의수준 0.05보다 크므로, 자료의 분포가 정규분포라고 할 수 있다. 그림2의 QQ-plot에서 자료들이 거의 일직선에 놓임을 확인할 수 있다.

다시 쓰기



다시 그리기

그림 2. 6기통차의 QQ-plot

첨부자료.

R code + 결과

과제 (혼자 풀기)

- 보고서 형식.
  워드 2쪽 이내.
  폰트 10. 줄 간격 1.6

- 1977년 미국의 50개 주에 대한 인구 자료인 R의 state.x77 중 기대수명을 이용하여, 평균검정을 실시해보자. 유의수준 0.05에서 기대수명이 71세인지 검정하라. 정규분포를 가정하며, 분산을 모른다고 가정하자.
  (자세한 풀이와 코드는 책 참조)

(시험) **문제** 표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$이 독립이고 동일분포 $N(\mu, \sigma^2)$를 따른다고 가정할 때, 표본 평균 $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, 표본분산 $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ 에 대한 옳은 설명은 무엇인가?

a. $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

b. $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

c. $\bar{X}$와 S^2은 독립이다.

d. $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n)$

① a

② a b

③ a b c

④ a b c d

⑤ 위 보기 중 답 없음.

NOTE:

$$\boldsymbol{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)}$$

$E[\chi^2(r)] = r.$

$$E\left[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right] = E[\chi^2(n-1)] = n-1, \quad E[S^2] = \sigma^2$$

문제. 1977년 미국의 50개 주에 대한 인구 자료인 R의 state.x77 중 기대수명을 이용하여, 평균검정을 실시해보자. 유의수준 0.05에서 기대수명이 71세인지 검정하라. 정규분포를 가정하며, 분산을 모른다고 가정하자.

(여기서, Z는 표준정규분포, T는 t분포에 대한 검정통계량을 나타낸다.) (혼자 풀기; 시험)

(1) 다음 가설 중 옳은 것은 무엇인가? 여기서 H_0은 귀무가설, H_1은 대립가설을 나타낸다.

① $H_0\colon \mu = 70.8786$ ② $H_0\colon \ \mu \neq 70.8786$

③ $H_1\colon \mu = 71$ ④ $H_1\colon \mu \neq 71$

(2) 검정통계량은 무엇인가?

① $\mathrm{T} = -0.63948$ ② $\mathrm{Z} = 0$

③ $\mathrm{T} = 0.63948$ ④ $\mathrm{Z} = 2$

(3) 유의수준 0.05에서 기각역은 무엇인가?

① $|\mathrm{Z}| \geq 1.96$ ② $\mathrm{Z} \leq -1.96$

③ $|\mathrm{T}| \geq 2.009575$ ④ $\mathrm{T} \leq 2.009575$

(4) 유의수준 0.05에서 귀무가설을 기각하는가, 기각하지 않는가?

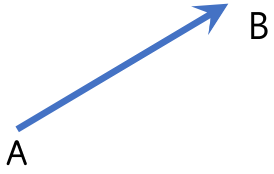
① 기각한다. ② 기각하지 않는다.

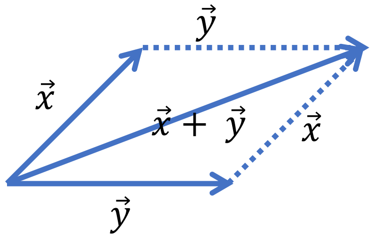
(5) And More……

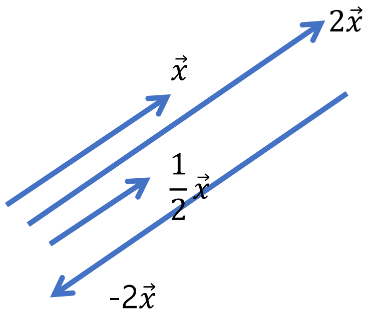
정의 벡터

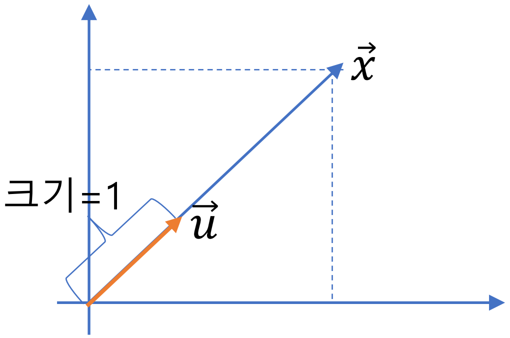
시작점 A와 끝점 B를 갖는 벡터$\vec{x}$를 $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$로 표현한다.

$\vec{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$









R^2 벡터 $\vec{x} = (x_1, x_2)$ 의 크기와 방향

$\| \vec{x} \| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ (피타고라스 정리)

$\vec{u} = \frac{\vec{x}}{\|\vec{x}\|} = \left(\frac{x_1}{\|\vec{x}\|}, \frac{x_2}{\|\vec{x}\|} \right)$

$\vec{x} \,//\, \vec{u}$, $\| \vec{u} \| = 1$

모든 벡터는 크모든 벡터는 크기와 방향의 곱으로 표현된다.

$\vec{x} = \| \vec{x} \| \frac{\vec{x}}{\|\vec{x}\|}$ = 크기× 방향벡터

- 내적 (inner product

$\vec{x} \cdot \vec{y} = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \cdot (y_1, y_2, \cdots, y_n)$

$= x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_n y_n$

$= \vec{x} \cdot \vec{y} = \| \vec{x} \| \| \vec{y} \| \cos\theta, \quad 0 \le \theta \le \pi$

$\vec{x} \cdot \vec{y} = 0 \iff \| \vec{x} \| \| \vec{y} \| \cos\theta = 0$

$\iff \cos\theta = 0$

$\iff \theta = 90$

$\iff \vec{x} \perp \vec{y}$

예제

$\vec{x} = (1,1),\ \vec{y} = (-1,1)$

$\vec{x} \cdot \vec{y} = (1)(-1) + (1)(1) = 0$

$\vec{x} \perp \vec{y}$