

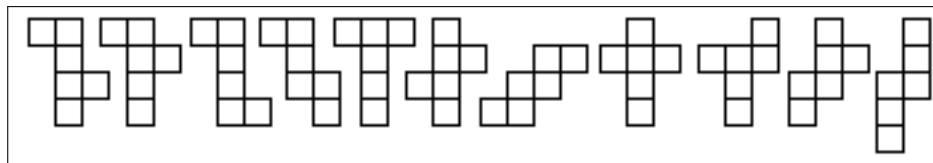
Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik*

Dr. Moritz Firsching

Sommersemester 2017

Blatt 7

Donnerstag, 23.III.2017



Sämtliche 11 möglichen Würfelnetze

Aufgabe 22 (Weltumspannende Fragen)

In dieser Aufgabe machen wir die vereinfachte Annahme, dass die Erde eine Kugel mit Radius $6 \cdot 10^6 m$ ist.

1. Um den Äquator sei ein Seil gespannt (ohne Abstand zum Äquator). Wir verlängern das Seil um $1m$ und verteilen die zusätzliche Länge so, dass das Seil einen gleichmäßigen Abstand vom Äquator bekommt. Wie groß wird dieser Abstand sein? Wie hängt die Antwort vom Radius der Erde ab?
2. Die Erdoberfläche sei vollständig mit Stoff bespannt. Wir fügen $1m^2$ Stoff hinzu und verteilen den Stoff so, dass der Stoff einen gleichmäßigen Abstand vom Äquator bekommt. Wie groß wird dieser Abstand sein? Wie hängt die Antwort vom Radius der Erde ab?
3. Wir vergolden die Erde gleichmäßig mit $1m^3$ Gold. Wie dick würde die Goldschicht sein? Wie hängt die Antwort vom Radius der Erde ab?

Aufgabe 23 (Würfel)

Wir definieren den n -dimensionalen Würfel

$$C^n := \{x \in \mathbb{R}^n \mid 0 \leq x_i \leq 1 \text{ für alle } i \text{ mit } i \in \{1, \dots, n\}\}$$

und den n -dimensionalen Ball mit Radius $\frac{1}{2}$

$$B^n := \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq \frac{1}{2}\right\}.$$

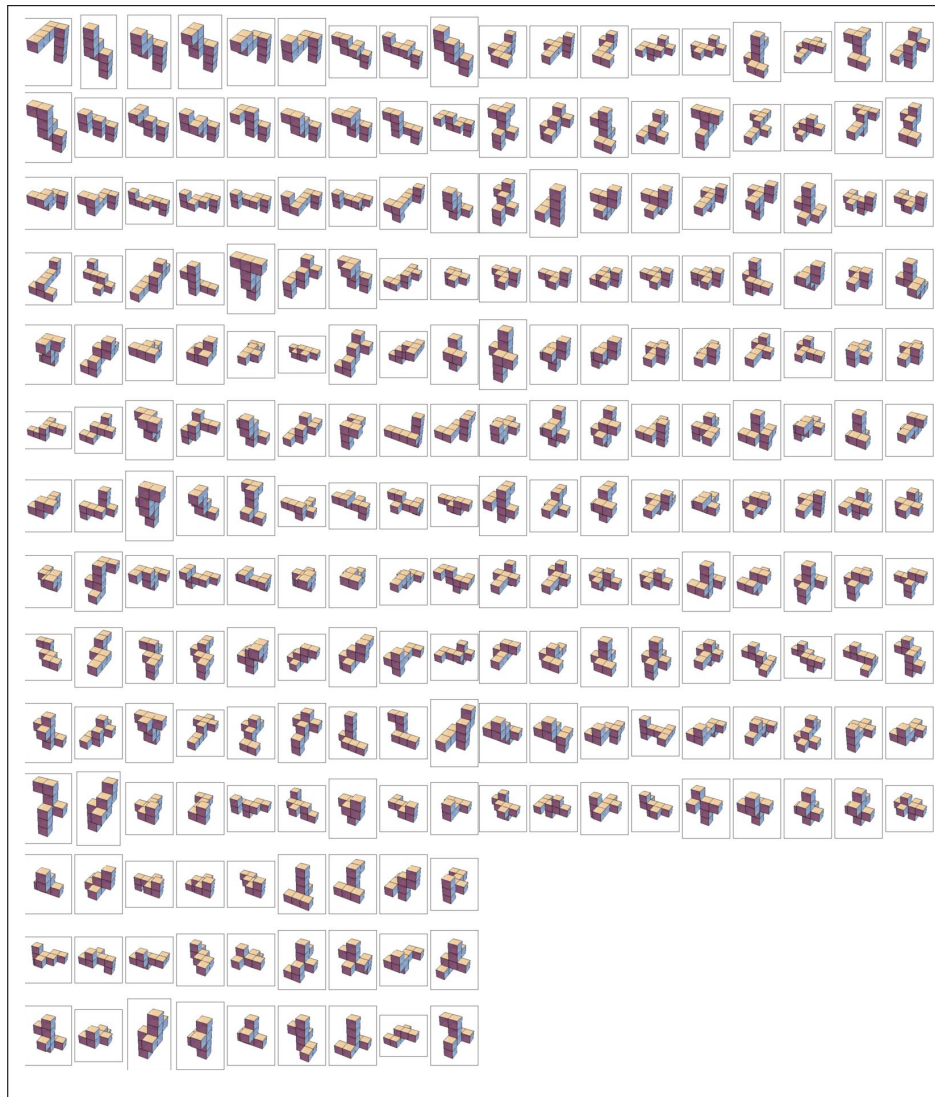
Welches Volumen hat $C^n \cap B^n$? Geben Sie Ihre Antwort als Bruchteil von $\text{vol}(B^n)$.

Aufgabe 24 (Dimension von Vektorräumen und Mannigfaltigkeiten)

Bestimmen Sie die Dimension (ohne Beweis) der folgenden Vektorräume:

- (i) \mathbb{C} als \mathbb{R} -Vektorraum.
- (ii) \mathbb{C}^2 als \mathbb{C} -Vektorraum.
- (iii) Die Menge der Polynome in $\mathbb{Q}[x]$ vom Grad ≤ 5 als \mathbb{Q} -Vektorraum.

- (iv) $\mathbb{Q}[x]$ als \mathbb{Q} -Vektorraum
- (v) Die Ecken von C^3 als \mathbb{F}_2 -Vektorraum
- (vi) \mathbb{R} als \mathbb{Q} -Vektorraum.
- (vii) $n \times m$ - Matrizen mit Einträgen aus \mathbb{R} als \mathbb{R} -Vektorraum
- (viii) $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$



Alle 261 Hyperwürfelnetze