$x_1$と$x_2$を通る直線

$\{\theta x_1 + (1-\theta)x_2 : \theta \in \mathbb{R}\}$。$\theta x_1 + (1-\theta)x_2 = \theta(x_1 - x_2) + x_2$から、$x_2$を起点として、$x_1 - x_2$を$\theta$倍したものを足せば、その直線上の任意の点を表すことができる

$x_1$と$x_2$を結ぶ線分

$\{\theta x_1 + (1-\theta)x_2 : \theta \in [0,1]\}$。直線において、$\theta$の動く範囲を$[0,1]$に制限すれば、$x_1$と$x_2$を結ぶ線分上の点を表すことができる

基点　$\theta(x_1 - x_2) + x_2$における$x_2$

方向　$\theta(x_1 - x_2) + x_2$における$x_1 - x_2$

アフィン空間

集合内の任意の異なる2点を通る直線を全て含む集合

点$x_1, \ldots, x_k$のアフィン結合

任意の$\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$となる$\theta_1, \ldots, \theta_k$を用いて、$\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k$と表される点。$x_1$と$x_2$の直線上の点$\theta x_1 + (1-\theta)x_2$という式を一般に$k > 2$に対しても拡張した形

アフィン空間の次元

アフィン空間内の任意の点から、同じアフィン空間内のある点$x_0$を引いた集合は、$x_0 - x_0 = 0$とアフィン空間が任意の空間内の異なる2点間の直線を含んでいることから線形空間となる。この線形空間の次元のことをいう

集合$C$のアフィン包$\operatorname{aff} C$

$\{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k : \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1, x_1, \ldots, x_k \in C\}$。集合$C$内の任意の点同士のアフィン結合を集めた集合

中心が$x$、半径$r$の球$B(x,r)$

$\{y : \|y - x\| \leq r\}$。距離が$r$以下となる点を集めた集合

集合$C$の相対的内部$\operatorname{relint} C$

$\{x \in C : \exists r > 0; B(x,r) \cap \operatorname{aff} C \subseteq C\}$。$C$の内部を表現したもの。アフィン包$\operatorname{aff} C$との共通部分をとっているのは、アフィン空間の次元が、全体の空間よりも低い場合があるためである。例えば、3次元空間内の平面上の円の内部を表すには、球が存在するかだけではいえない。なぜならば、3次元空間内の球はその定義から、平面から必ず飛び出す点をもってしまう。そこで、アフィン包との共通部分をとることで、平面内の点だけで議論することができるようになる

集合$C$の相対的内点

$C$の相対的内部$\operatorname{relint} C$内の点

閉集合$F$

集合$F$内の任意の点列$\{x_n\} \subseteq F$は収束して、その収束先はまた$F$に属するような集合のこと。球は閉集合となる

集合$C$の閉包$\operatorname{cl} C$

$C$を包む最小の閉集合

集合$C$の相対的境界

$\operatorname{cl} C - \operatorname{relint} C$。集合$C$の境界をさす