x_1とx_2を通る直線

$\{\theta x_1+(1-\theta)x_2 : \theta\in\mathbb{R}\}$。$\theta x_1+(1-\theta)x_2=\theta(x_1-x_2)+x_2$から、$x_2$を起点として、$x_1-x_2$を$\theta$倍したものを足せば、その直線上の任意の点を表すことができる

x_1とx_2を結ぶ線分

$\{\theta x_1+(1-\theta)x_2 : \theta\in[0,1]\}$。直線において、$\theta$の動く範囲を$[0,1]$に制限すれば、$x_1$と$x_2$を結ぶ線分上の点を表すことができる

基点 $\theta(x_1-x_2)+x_2$におけるx_2

方向 $\theta(x_1-x_2)+x_2$におけるx_1-x_2

アフィン空間

集合内の任意の異なる2点を通る直線を全て含む集合

点$x_1,\ldots,x_k$のアフィン結合

任意の$\theta_1+\cdots+\theta_k=1$となる$\theta_1,\ldots,\theta_k$を用いて、$\theta_1x_1+\cdots+\theta_kx_k$と表される点。$x_1$と$x_2$の直線上の点$\theta x_1+(1-\theta)x_2$という式を一般に$k>2$に対しても拡張した形

アフィン空間の次元

アフィン空間内の任意の点から、同じアフィン空間内のある点x_0を引いた集合は、$x_0-x_0=0$とアフィン空間が任意の空間内の異なる2点間の直線を含んでいることから線形空間となる。この線形空間の次元のことをいう

集合Cのアフィン包$\operatorname{aff}C$

$\{\theta_1x_1+\cdots+\theta_kx_k : \theta_1+\cdots+\theta_k=1, x_1,\ldots,x_k\in C\}$。集合$C$内の任意の点同士のアフィン結合を集めた集合。$C$を包む最小のアフィン集合でもある

中心がx、半径rの球$B(x,r)$

$\{y : \|y-x\|\le r\}$。距離がr以下となる点を集めた集合。たとえば、3次元空間内では球、2次元空間内では円

集合Cの相対的内部$\operatorname{relint}C$

$\{x\in C : \exists r>0; B(x,r)\cap\operatorname{aff}C\subseteq C\}$。$C$の内部を表現したもの。アフィン包$\operatorname{aff}C$との共通部分をとっているのは、アフィン空間の次元が、全体の空間よりも低い場合があるためである。例えば、3次元空間内の平面上の円の内部を表すには、球が存在するかだけではいえない。なぜならば、3次元空間内の球はその定義から、平面から必ず飛び出す点をもってしまう。そこで、アフィン包との共通部分をとることで、平面内の点だけで議論することができるようになる

集合Cの相対的内点

Cの相対的内部$\operatorname{relint}C$内の点

閉集合F

集合F内の任意の点列$\{x_n\}\subseteq F$は収束して、その収束先はまたFに属するような集合のこと。球は閉集合となる

集合Cの閉包$\operatorname{cl}C$

Cを包む最小の閉集合

集合Cの相対的境界

$\operatorname{cl}C-\operatorname{relint}C$。集合$C$の境界をさす