

# part1

## 1.差分 (Erik\_Tse\_p9)

### 前缀和的应用：求区间长度

对于需要多次求区间长度来说：先求前缀和预处理一下

数列  $\rightarrow$  前n项和.

$a_1, [a_2, a_3, a_4, a_5], a_6$

for ( 2 ~ 5 )  
sum +=  $a_i$

$prefix[5] - prefix[1]$   $O(1)$

前缀和:  $prefix[i] = a_1$

预处理  
 $O(n)$

$[2] = a_1 + a_2$   
 $[3] = a_1 + a_2 + a_3$   
 $[4] = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$   
 $[5] = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$   
 $[6] = \dots$

### 差分及其三者关系

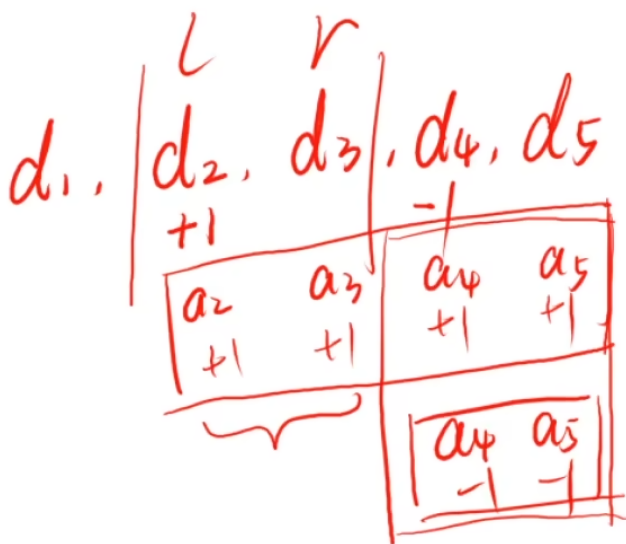
# 差分



$$\begin{aligned} \text{diff}[1] &= a_1 - a_0 \\ [2] &= a_2 - a_1 \\ [3] &= a_3 - a_2 \\ [4] &= a_4 - a_3 \\ [5] &= a_5 - a_4 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} a_1 \\ + a_2 - a_1 \\ + a_3 - a_2 \end{array} \right\} = a_3$$

区间修改(离线)

差分操作过程:



$$\begin{aligned} [l, r], +x. \\ d[l] += x, d[r+1] -= x. \\ a[l \sim n] += x \quad a[r+1, n] -= x \\ \downarrow \\ a[l \sim r] += x. \end{aligned}$$

如图所示:

$d_2+1$ 会导致求差分数组的前缀和 (a数组) 的时候  $a_2$ 到 $a_5$ 都+1 (相当于状态继承一样) (原理: 详见差分数组转原数组)

如何只想让 $d_2$ 和 $d_3$ 两个+1 就需要把后面状态转移给抵消掉所以 $d_3$ 后面的 $d_4$ 就-1将后面的抵消掉

示例代码:

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int MAXN = 1e5 + 5;
int a[MAXN] = {0}, b[MAXN] = {0};

int main() {
    int n, m;
    cin >> n >> m;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cin >> a[i];
        b[i] = a[i] - a[i - 1]; // 构建差分数组
    }
    while (m--) {
        int l, r, d;
        cin >> l >> r >> d;
        b[l] += d; // 区间左端点加d
        b[r + 1] -= d; // 区间右端点的下一个位置减d
    }

    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        b[i] += b[i - 1]; // 求前缀和得到原数组
        cout << b[i] << " ";
    }
    // 最后得到操作之后的原数组
    return 0;
}

```

## 2.贪心 (test1\_2)

### 题意

$n$  个砝码，只能放天平的一边，问最小的无法称重的重量。

### 思路

如果你现在能称  $[l, r]$ ，新加入的砝码重量为  $a$ ，显然，必须使用这颗砝码能称的重量区间为  $[l+a, r+a]$ 。

这时，如果  $r \geq l+a-1$ ，那么称重连续区间就可以扩展成  $[l, r+a]$ 。显然，初始区间为  $[0, 0]$ ；然后按砝码升序（题目已经给了，不需要排序）计算即可。时间复杂度为  $O(n)$ 。

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main() {
    int n;
    cin >> n;
    vector<int> weights(n);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> weights[i];
    }
    sort(weights.begin(), weights.end());
}

```

```

int sum = 0;
for (int i = 0; i < n; i++) {
    if (weights[i] > sum + 1) {
        break;
    }
    sum += weights[i];
}
cout << sum + 1 << endl;
return 0;
}

```

解释如下：

这里的 $r$ 、 $l$ 和 $a$ 分别代表当前可以称出的重量的连续区间的右端点、左端点和新加入的砝码的重量。当 $r \geq l + a - 1$ 时，表示新加入的砝码的重量 $a$ 可以通过已有的砝码组合称出，因此可以将连续区间扩展到 $r + a$ 。

为什么是 $r \geq l + a - 1$ 呢？这是因为在连续区间 $[l, r]$ 中，我们可以称出的重量包括 $l, l+1, \dots, r$ 。如果新加入的砝码的重量 $a$ 满足 $a \leq r - l + 1$ ，那么我们就可以通过已有的砝码组合称出重量 $a$ ，因此连续区间可以扩展到 $r + a$ 。

例如，假设当前可以称出的重量的连续区间是 $[1, 5]$ ，也就是我们可以称出重量 $1, 2, 3, 4, 5$ ，那么如果新加入的砝码的重量 $a$ 是 $3$ ，因为 $5 \geq 1 + 3 - 1$ ，我们可以通过已有的砝码组合称出重量 $3$ ，因此连续区间可以扩展到 $5 + 3 = 8$ ，也就是 $[1, 8]$ 。

例如， $[1, 7]$   $a=7$ ，前面的 $1$ 到 $7$ 看作是 $7$ 个独立的小块，后加入的 $7$ 作为一个单独的大块，本身就可以实现 $1$ 到 $7$ ，再以大块 $7$ 为跳板后面接上 $1$ 到 $7$  结果就是  $[1, 14]$

反例： $[1, 7]$   $a=100$ ，不太记得题目了，以 $100$ 为跳板就  $[101, 107]$   
规则简单来说就是不必须用到之前的区间

为什么没有写出来？

想到了维护一个区间，但是没有仔细想，觉得自己会超时

## 3.二进制枚举（test1\_4）

对于正反两种情况用 $0$ 和 $1$ 表示恰到好处

### 题意

$T$ 个样例，输入一个数列（输入长度为 $n$ ），问是否能添加一个等号和若干加减号，让其成为一个等式。

### 题解

1.等号相当于把数列分成两部分，前半部和后半部

2.如果等号是固定的，那么算前半部和后半部所有的取值，然后看这两个集合是否存在交集。所以，枚举等号的位置，对于左右半部，使用二进制枚举加减号的所有组合，判断其是否存在交集。这时的时间复杂度为  $O(n \cdot 2^n)$ 。

有四个数字1, 2, 3, 4 保持1, 2, 3, 4的顺序不变, 每两个数字之间可以插入+号或者-号, 如何快速求得所有的结果

```
000` -> `1 + 2 + 3 + 4
001` -> `1 + 2 + 3 - 4
010` -> `1 + 2 - 3 + 4
011` -> `1 + 2 - 3 - 4
100` -> `1 - 2 + 3 + 4
101` -> `1 - 2 + 3 - 4
110` -> `1 - 2 - 3 + 4
111` -> `1 - 2 - 3 - 4
```

用二进制表示+ - 这样对于符号的位置的判断就比较清晰, 就可以更方便的枚举出来

总共  $2^n$  总情况数

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <string>
using namespace std;

// Function to evaluate an expression given the numbers and a binary mask
int evaluateExpression(const vector<int>& numbers, int mask) { // 这的mask就是上次使用的mask
    int result = numbers[0];
    for (int i = 0; i < 3; ++i) { // We have 3 positions for operators between 4 numbers
        if (mask & (1 << i)) { // 位运算: 使得mask的值从000到111
            // 每次都要与运算 三次: 最终结果就是000到111
            result -= numbers[i + 1];
        } else {
            result += numbers[i + 1];
        }
    }
    return result;
}

// Function to generate the expression string based on the binary mask
string generateExpressionString(const vector<int>& numbers, int mask) {
    string expression = to_string(numbers[0]);
    for (int i = 0; i < 3; ++i) {
        if (mask & (1 << i)) { // 精华 1 << i 表示1移动i位
            expression += " - ";
        } else {
            expression += " + ";
        }
        expression += to_string(numbers[i + 1]);
    }
    return expression;
}

int main() {
    vector<int> numbers = {1, 2, 3, 4};
```

```

// There are 2^3 = 8 possible combinations of + and -
for (int mask = 0; mask < 8; ++mask) {
    string expression = generateExpressionString(numbers, mask);
    int result = evaluateExpression(numbers, mask);
    cout << expression << " = " << result << endl;
}
// 注意这里是循环 0到7 感觉效果还是bitset<3>(i)更好点

return 0;
}

```

下面的这种方式更容易理解些

关于如何快速生产需要的二进制数位：比如已知3位 -> 对应2的3次方即0到7

```

#include <iostream>
#include <bitset>
using namespace std;

int main() {
    for(int i = 0; i < 8; i++) {
        // 使用bitset来快速生成二进制表示
        cout << bitset<3>(i) << endl;
    }
    return 0;
}

```

输出结果是：

```

000
001
010
011
100
101
110
111

```

如果需要将结果表示为string：

```

#include <iostream>
#include <bitset>
using namespace std;

int main() {
    for(int i = 0; i < 8; i++) {
        // 使用bitset来快速生成二进制表示
        string binary = bitset<3>(i).to_string();
        cout << binary << endl;
    }
    return 0;
}
// 也就是使用to_string即可：：简简单单

```

显然使用 `bitset<3>(i)` 稍微没那么容易忘记，使用性稍微高点

## 4.基于比较的排序和桶排序

### 基于比较

```

sort(arr.begin(),arr.end());

//sort(arr,arr+n);

```

### 基于桶

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N = 2e6 + 9;
int a[N]; //a[i]表示数字i出现的次数

signed main()
{
    ios::sync_with_stdio(0), cin.tie(0), cout.tie(0);
    int n, m; cin >> n >> m;
    for(int i = 1; i <= m; ++ i)
    {
        int x; cin >> x;
        a[x] ++;
    }
    for(int i = 0; i <= n; ++ i)
    {
        for(int j = 1; j <= a[i]; ++ j)
        {
            cout << i << ' ';
        }
    }
    return 0;
}

```

## 5.动态规划（重叠子问题）（Erik\_Tse\_p10）

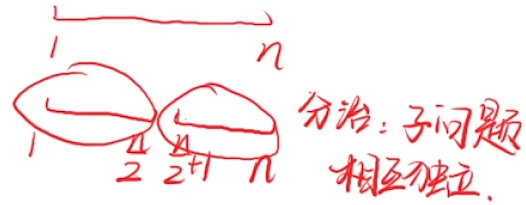
DP: 重叠子问题

$$\begin{array}{c} \overbrace{1 \quad \dots \quad n-1 \quad n} \\ \text{sum}[n-1] \xrightarrow{+a[n]} \text{sum}[n] \\ \text{sum}(1, n) = \text{sum}(1, n-1) + a[n] \\ \text{重叠} \quad \text{多余的} \end{array}$$

状态转移方程

sum[i]: 表示  $a_1 \sim a_n$  的和 (前缀和)

$$\text{sum}[1] \xrightarrow{+a[2]} \text{sum}[2] \xrightarrow{+a[3]} \text{sum}[3] \xrightarrow{+a[4]} \dots \xrightarrow{+a[n]} \text{sum}[n]$$



## 6.map

```
insert(key,value);  
// insert({1,"hello"})  
// insert(make_pair(1,"world"))  
erase(key);  
find(key);  
count(key);  
// 然后都是键的操作  
size();  
clear();  
empty();  
begin();  
end();  
// 然后是整体性操作
```

常用举例:

```
// 输出  
if(mp.find(key)!=mp.end()) cout<<mp[key]<<endl;  
  
if(mp.count(key))cout<<mp[key]<<endl;  
  
// 遍历  
for(auto &it:map)cout<<it.first<<" "<<it.second<<endl;
```



```

for(map<int,int>::iterator it=mp.begin(),it!=it.end();it++)cout<<it->first<<" "<<it->second<<endl; // 类似于解引用

// 重载运算符使用map
struct Node{
    int x,int y;
    bool operator < (const Node& u)const{
        return x==u.x?y<u.y:x<u.x;
    }
    // 第一依据和第二依据：依旧是<符号
}

```

## 7.set

### 基本操作

```

// 重载操作运算符
struct Node{
    int x,y;
    bool operator < (const Node& u)const{
        return x==u.x?y<u.y:x<u.x;
    }
} // 重载 < 运算符

struct cmp{
    bool operator () (const int &u,const int &v)const{
        return u>v;
    }
} // 重载 () 运算符

insert(x);
erase(x);
find(x);
count(x);
// 单个数据的操作
clear();
size();
empty();
begin();
end();
// 然后后面都是整体操作

```

常见用法与map基本一致：

```
for(auto &it :set)cout<<it<<endl;

for(set<int>::iterator it=ms.begin();it!=ms.end();it++){
    cout<<*it<<endl;
} // 类似于解引用
```

迭代器方式也是和map基本一致

## 8.大小堆/优先队列

默认是大根堆

```
priority_queue<int>maxMp;
priority_queue<int,vector<int>,greater<int>>minMp; // 最小堆: 正确
```

常用方法

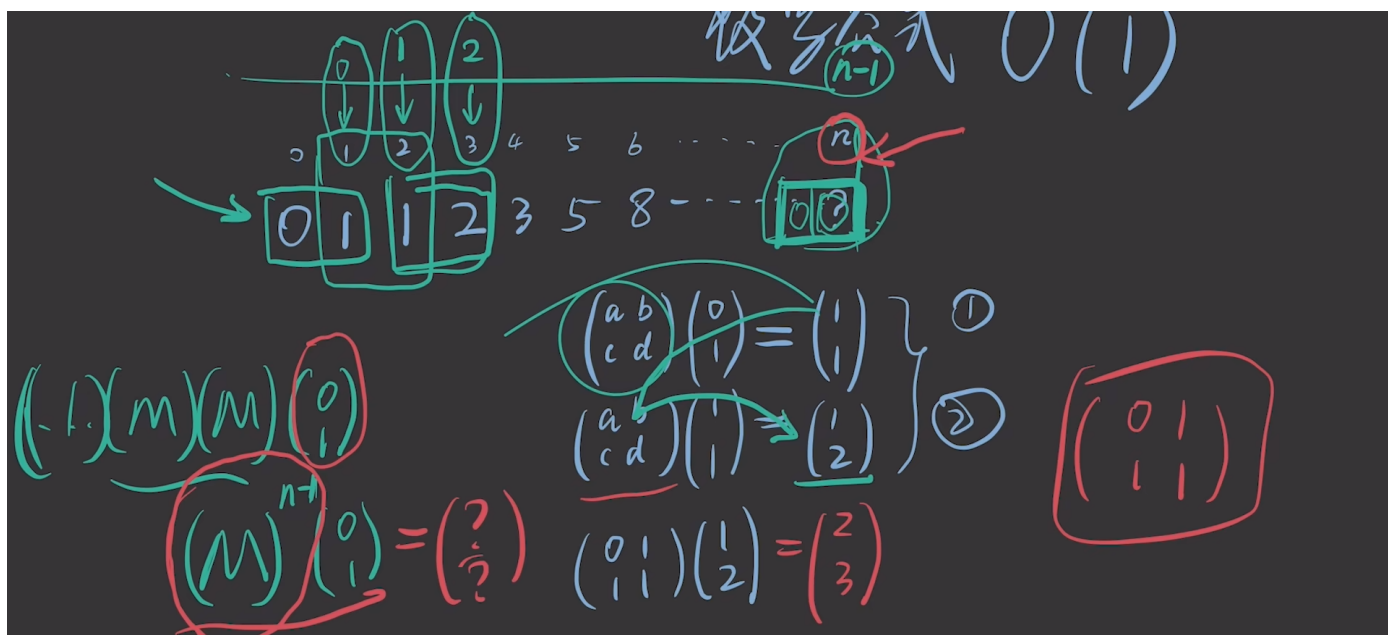
```
push();
pop();
top();
size();
empty();
```

## 9.矩阵快速幂 (long long)

参考别人的答案那里也是写的一坨shit

何时使用mod？ 在任何运算会大于mod这个值的时候就使用一次mod就行

原理：（核心：幂的拆解：：数学推导） 仔细看这个图就知道最后是返回 0 1 还是 1 0：： 显然是1 0



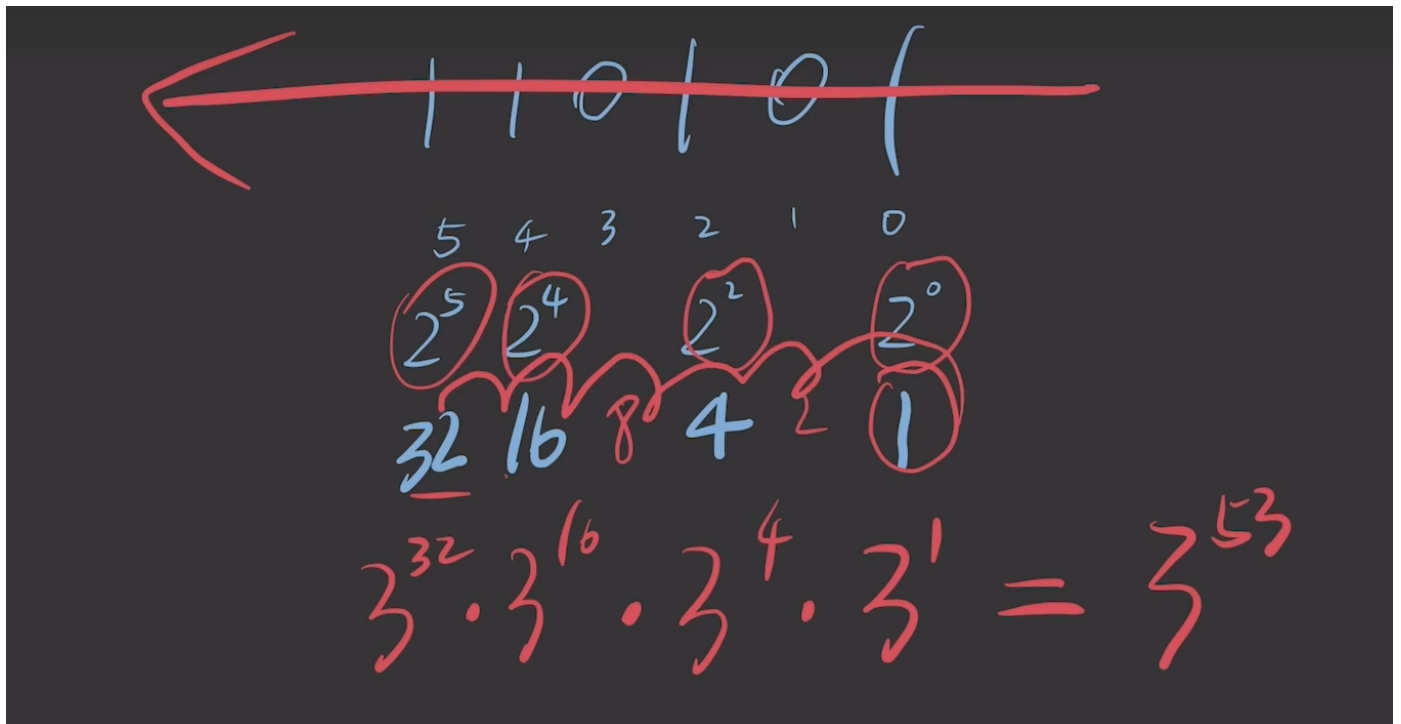
一个神秘的 2X2 的矩阵 与两两作为一项的矩阵

所以结果例如斐波那契第n行

$[M]^{n-1}$  次方 乘以  $[0 \ 1]$  那个矩阵

当然是先求得  $[M]^{n-1}$  次方

下面是传统快速幂的计算：



以上面 $3^{53}$ 次方为例：不难看出快速幂的运算技巧

将53拆解为2进制数，可见每个大项都可以由前一项推导而出（有一种保留结果的感觉）

$[M]^{n-1}$  的拆解同理

示例代码:(python)

```
def matmul(m1, m2):
    res = [[0]*len(m2[0]) for _ in range(len(m1))]
    for y in range(len(m1)):
        for x in range(len(m2[0])):
            n = 0
            for a, b in zip(m1[y], (line[x] for line in m2)):
                n += a * b
            res[y][x] = n
    return res

def fab(n):
    if n < 0:
        return 0
    m = [
        [0, 1],
        [1, 1],
    ]
```

```

resM = [[1, 0], [0, 1]]
while n != 0:
    if n & 1 == 1:
        resM = matmul(m, resM)
    m = matmul(m, m)
    n >>= 1
c, d = resM[0]
return c

def main():
    for i in range(1000):
        print(fab(i))

```

(c++) 版:

```

#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

vector<vector<int>> matmul(vector<vector<int>> m1, vector<vector<int>> m2) {
    vector<vector<int>> res(m1.size(), vector<int>(m2[0].size(), 0));
    for (int y = 0; y < m1.size(); ++y) {
        for (int x = 0; x < m2[0].size(); ++x) {
            int n = 0;
            for (int i = 0; i < m1[y].size(); ++i) {
                n += m1[y][i] * m2[i][x];
            }
            res[y][x] = n;
        }
    }
    return res; // 依旧是一个2x2的矩阵
}

// 模拟矩阵乘法罢了：那么关于如何运算矩阵乘法？这点需要充分明确（这里倒是还好只好2x2的矩阵）

int fab(int n) {
    if (n < 0) {
        return 0;
    }
    vector<vector<int>> m = {{0, 1}, {1, 1}}; // 魔法矩阵
    vector<vector<int>> resM = {{1, 0}, {0, 1}}; // 单位矩阵（用于储存中间变量）到最后就是结果
    while (n != 0) {
        if (n & 1 == 1) {
            resM = matmul(resM, m);
        }
        m = matmul(m, m);
        n >>= 1;
    }
    return resM[1][0]; // 这里我更认可为 1 0：可以自己画图参考
}

```

```
int main() {
    for (int i = 0; i < 1000; ++i) {
        cout << fab(i) << endl;
    }
    return 0;
}
```

已知是2x2的矩阵相乘（不要理解错误为2x2的矩阵乘 1x2的矩阵了，那么矩阵乘法那里可以优化一下：

```
#include <iostream>
#include <vector>

using namespace std;

vector<vector<int>> matmul(const vector<vector<int>>& m1, const vector<vector<int>>& m2) {
    vector<vector<int>> res(2, vector<int>(2, 0));
    res[0][0] = m1[0][0] * m2[0][0] + m1[0][1] * m2[1][0];
    res[0][1] = m1[0][0] * m2[0][1] + m1[0][1] * m2[1][1];
    res[1][0] = m1[1][0] * m2[0][0] + m1[1][1] * m2[1][0];
    res[1][1] = m1[1][0] * m2[0][1] + m1[1][1] * m2[1][1];
    return res;
}

int fab(int n) {
    if (n < 0) {
        return 0;
    }
    vector<vector<int>> m = {{0, 1}, {1, 1}}; // 魔法矩阵
    vector<vector<int>> resM = {{1, 0}, {0, 1}}; // 单位矩阵（用于储存中间变量）到最后就是结果
    while (n != 0) {
        if ((n & 1) == 1) { // 这里注意优先级
            resM = matmul(resM, m); // 注意乘法顺序
        }
        m = matmul(m, m);
        n >>= 1;
    }
    return resM[1][0]; // 返回斐波那契数列的结果
}

int main() {
    for (int i = 0; i < 1000; ++i) {
        cout << fab(i) << endl;
    }
    return 0;
}
```

因为矩阵乘法不满足交换律：所以  $resM = matmul(resM, m)$ ;这里的顺序需要额外注意一下：以及最后的返回值的  
情况

通过实测：是

return resM 0 1

或者 resM 1 0 都是可以的，但是0 0 是错误的

## 10.二分查找

适用于“在从小到大的排序中寻值：核心提示就是顺序”

find()函数（针对于迭代器）

### vector

基于暴力查找  $O(n)$

### map&set

其两者底层都是红黑树：也就是其两者的find函数基于红黑树：时间复杂的是 $O(\log n)$ ：但是代码实现并不是二分查找

### 标准

```
binary(int key,vector<int> mv){
    int l=0,r=mv.size()-1;
    while(l<=r){
        int mid=(l+r)/2;
        if(mv[mid]==key) return mid;
        else if(mv[mid]<key) l=mid+1;
        else r=mid-1;
    }
    return 0;
}
// 使用纯实心的端点值
```

## 11.DFS

```
vector<int> a; // 记录每次排列
vector<int> book; //标记是否被访问

void dfs(int cur, int k, vector<int>& nums){
    if(cur == k){ //k个数已经选完，可以进行输出等相关操作：： 终点判断
        for(int i = 0; i < cur; i++){
            printf("%d ", a[i]);
        }
        return;
    }

    for(int i = 0; i < k; i++){ //遍历 n个数，并从中选择k个数
        if(book[nums[i]] == 0){ //若没有被访问

            a.push_back(nums[i]); //选定本输， 并加入数组          ：： 前->加入
            book[nums[i]] = 1; //标记已被访问
        }
    }
}
```

```

        dfs(cur + 1, k, nums); //递归, cur+1           : : 中->递归

        book[nums[i]] = 0; //释放, 标记为没被访问, 方便下次引用 : : 后->归还
        a.pop_back(); //弹出刚刚标记为未访问的数
    }
}
}

```

总结上来说就是我总结的三个小点：（牢记这三个步骤就行）

前 -> 中 -> 后 <-> （加入 -> 递归 -> 归还）

## 12.BFS（数字bfs）

补充一点：

对于用途为bool数组 最方便最省空间的方式是定义bitset数组：0则为false 1则为true

在范围内直接bfs即可：

```

#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

const int maxn = 1e5 + 5;
int vis[maxn << 1];

class Solution {
public:
    void solve() {
        int o;
        cin >> o;
        while (o--) {
            int x, y;
            cin >> x >> y;
            cout << bfs(x, y) << endl;
        }
    }
    int bfs(int s, int t) {
        memset(vis, -1, sizeof(vis)); // 定义和初始化判断数组
        queue<int> q;
        q.push(s); // 定义和初始化判断队列
        vis[s] = 0; // 初始化
        while (!q.empty()) {
            int u = q.front();
            q.pop(); // 队列基操
            if (u == t) return vis[u];
            if (u - 1 >= 0 && vis[u - 1] == -1) { // -1大于0且非检索
                vis[u - 1] = vis[u] + 1;
                q.push(u - 1);
            }
            if (u + 1 <= 2 * t && vis[u + 1] == -1) { // +1小于t且非检索

```

```

        vis[u + 1] = vis[u] + 1;
        q.push(u + 1);
    }
    if (u * 2 <= 2 * t && vis[u * 2] == -1) { // *2小于2t且非检索
        vis[u * 2] = vis[u] + 1;
        q.push(u * 2);
    }
    if (u / 2 >= 0 && vis[u / 2] == -1) { // /2大于0且非检索
        vis[u / 2] = vis[u] + 1;
        q.push(u / 2);
    }
}
return -1;
}
};

int main() {
    Solution s;
    s.solve();
    return 0;
}

```

注意那几种基操即可：难点是如何判断这里使用 BFS

范围 -> 几种一致操作 -> 能否查找判断

## 13.前后指针（左右指针）

马里奥跳砖块，马里奥最多跳的距离是  $d$ ，要坐标 1 的砖块跳到坐标  $w$  的砖块上，中间有  $n$  个砖块，问最少去掉几块中间的砖块，使得马里奥无法完成任务。

```

#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>

using namespace std;

int main() {
    int n, w, d;
    cin >> n >> w >> d;

    vector<int> a(n + 2);
    a[0] = 1;
    a[n + 1] = w;

    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cin >> a[i];
    }

    // 排序以确保砖块位置按顺序排列
    sort(a.begin(), a.end());
}

```



```

if (a[n + 1] - a[0] <= d) {
    // 如果一开始马里奥就可以直接跳过去
    cout << "-1" << endl;
    return 0;
}

int left = 0, right = 0, minRemove = n;
while (right <= n + 1) {
    while (right <= n + 1 && a[right] - a[left] <= d) {
        right++;
    }
    // 更新最少移除的砖块数量
    minRemove = min(minRemove, n - (right - left - 1));
    // 移动左指针
    left++;
    if (minRemove == 0) {
        // 如果已经没有砖块需要移除，直接结束
        break;
    }
}

cout << minRemove << endl;
return 0;
}

```

虽然我觉得找到所有砖块中已经存在的最长距离 然后用这个距离和d去比较就行，如果这个距离大大于d就说明无法跳过，否则针对最长的距离进行处理就行：：假设模拟

这个双指针反而我有点不懂

典型题目：：三数之和

## 14.奇怪的进制

### 斐波那契进制

核心：逆向思维（看了不知道抄的谁的代码：7-80行只能说找对方向和重要：不然复杂度翻倍）

以考试1为例：第一题找对发现非常简单：代码也非常短

第二题：一样：：就一个更新策略

第三题：模拟：虽然我写的不好太冗余了

第四题：二进制加减模拟

回到正题：该题解答：

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
int t;

```

```

ll f[50], s[50];

int main() {
    f[0] = 0, f[1] = 1, f[2] = 1, s[0] = 0, s[1] = 1, s[2] = 2;
    for (int i = 3; i <= 42; i++) {
        f[i] = f[i - 1] + f[i - 2];
        s[i] = s[i - 1] + f[i]; // 前缀和
    }
    cin >> t;
    while (t--) {
        ll ans = 0, x;
        cin >> x;
        for (int i = 42; i >= 0; i--) { // 核心代码：对于前一项的加入：以及后面二进制的处理（使用）
            if (s[i - 1] < x) { // 当前 i-1 个 Fibonacci 数之和小于 x 时，则第 i 个数必须取
                x -= f[i];
                ans += (ll)1 << (i - 1); //使用 二进制的座椅运算就行处理 :: 最后就不哟昂将二进制数单独转为十进制数
            }
        }
        cout << ans << endl;
    }
    return 0;
}
// 关于为何座椅的是 i-1 而不是 i个 :: 其实这里就是配合上面的 i-1 因为确定的是 i-1 而不是 i:
// 这里是易错点：别忘记了

```

核心：见注释部分

## 15.素数筛

如果想使用 bitset 需要长度为定值：：如果没有开启O2优化的话不要使用

### 埃式筛法\*（推荐使用）

感觉很好理解：就是把素数向后的一轮筛掉就行，被筛掉的数就跳过，否则针对该数进行筛选循环

理解算法实现就不难写出该段代码了

板子：

```

#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

void qPrime(int n) {
    vector<bool> prime(n + 1, true); // vector的初始化：初始全为true
    prime[0] = prime[1] = false; // 初始化0和1
    for (int p = 2; p * p <= n; p++) { // 从2开始
        if (prime[p] == true) { // 如果没有被筛：如果已经被筛了那么p的倍数依旧被筛了就不要考虑了
            for (int i = p*2; i <= n; i += p) prime[i] = false; // 从2j开始，筛为非素数
        }
    }
}

```

```

// 信息打印:打印全部的素数
for (int p = 2; p <= n; p++) 范围见下面的范围值
    if (prime[p]) cout << p << endl;
}

int main() {
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);
    cout.tie(0);
    int n = 100000;
    cout << "以下是小于等于 " << n << " 的素数: ";
    qPrime(n);
    return 0;
}
// 代码核心见注释部分: for循环的位置

```

将埃式筛 截取出来如下:

```

void qPrime(int n) {
    vector<bool> prime(n + 1, true); // vector的初始化: 初始全为true
    prime[0] = prime[1] = false; // 初始化0和1
    for (int p = 2; p * p <= n; p++) { // 从2开始
        if (prime[p] == true) { // 如果没有被筛: 如果已经被筛了那么p的倍数依旧被筛了就不要考虑了
            for (int i = p*2; i <= n; i += p) prime[i] = false; // 从2j开始, 筛为非素数
        }
    }
}

```

小结: 注意初始化 (true) -> 注意范围值 -> 注意合时开始筛 (用true去筛) -> 注意筛的范围 (从2p开始, 然后每次递增一个p)

总结一下思路清晰多了

使用bitset的板子 --> 特别强调: 使用在o2优化的oj中: 一般别随便使用

```

bitset<N> vis;

void Prime(int n) {
    vis.set(); // 调用标准函数将其全部置为1
    vis[0] = vis[1] = 0;
    for (int i = 2; i * i <= n; i++) {
        if (vis[i]) {
            for (int j = i * 2; j <= n; j += i) vis[j] = 0;
        }
    }
}
// 实现素数打表
// 注意两个for玄幻的起点和红点

```

## 欧拉筛法 (线性筛)

每个被筛去的数都是被其最小因数给筛去的

合数=最小质因数\*其他数 -> 核心

考试的时候想起哪个用哪个：实际上很大区别没有的

```
vector<bool> isp(N,true);
vector<int> prime;
for (int i = 2;i < N;i++) { // 注意是从2开始
    if (isp[i]) {
        prime.push_back(i);
    }
    for (int j = 0;j < prime.size() && prime[j] * i < N;j++) { // 循环每个素数
        isp[prime[j] * i] = false; // 这里筛
        if (i % prime[j] == 0) break; // 算法精华
    }
}
```

## 16.双指针

左右指针属于 双指针 这点无疑

### 逆向双指针

例题：

两数求和（充分利用数组已经排好序的特性：两数之和的大小就是确定的）

### 同向双指针（滑动窗口）（快慢指针）

盛最多水的容器：： 创建一个变量保存最大的盛水量：： 然后左右指针高度比较：谁短就移动谁

注意：不多说了我觉得github desktop还是不如Gitkraken：： 可以直观看见分支的状况

## 17.树的几种基本遍历方式

不多说：核心就是输出的顺序的位置罢了

### pre

```
void pre(Node* node) {
    if (node == nullptr) return;
    cout << node->value << ' ';
    pre(node->left);
    pre(node->right);
}
```

### order

```
void inorder(Node* node) {
    if (node == nullptr) return;
    inorder(node->left);
    cout << node->value << ' ';
    inorder(node->right);
}
```

## post

```
void post(Node* node) {
    if (node == nullptr) return;
    post(node->left);
    post(node->right);
    cout << node->value << ' ';
}
```

只是稍微复习下不赘述咯

## 18.辗转相除法 (gcd)

用于快速求得 两数的最小的公因数

```
int gcd(int a,int b)
{
    int t;
    while(b!=0)
    {
        t=a%b;
        a=b;
        b=t;
    }
    return a;
}
```

口诀：：传入大小，循环小不等于0，大等于小，小等于余

## 19.四大常见贪心算法

以前还用的txt和源码做笔记：：非常不直观的方法：：笔记效率太低:复习不方便也基本上没怎么看过

我现在对markdown给予我最大的诚意说nb，极为方便

## 最短路径

### Dijkstra（迪杰斯特拉算法）

算法实现：

```
#include<stdio.h>
```

```

#include<string.h>
#include<stdbool.h>
#define max 0x3f3f3f3f

int shuzu[50][50]; //邻接矩阵
int d[50]; //起点到各个点的最短距离::最开始全部初始化为无穷大
bool judge[50]; //判断每个点是否已经在最短路径集合中

void initial(int y){
    memset(shuzu, max, sizeof(shuzu));
    memset(d, max, sizeof(d));
    memset(judge, 0, sizeof(judge));
    for(int i = 0; i < y; i++) {
        shuzu[i][i] = 0;
    }
}

// 数据初始化

void getshuzu(int q){
    while(q--){
        int a, b, len;
        scanf("%d %d %d", &a, &b, &len);
        shuzu[a][b] = len;
        shuzu[b][a] = len;
    }
}

// 获得初始数组

void dijkstra(int start, int y){
    d[start] = 0;
    for(int i = 1; i <= y; i++){
        int min = max, u = -1;
        for(int j = 1; j <= y; j++){
            if(!judge[j] && d[j] < min){
                u = j;
                min = d[j];
            }
        }
        // 每次先找到一个最近的点: 这几种算法这里的操作都是类似的
        if(u == -1) break;
        judge[u] = true;

        for(int v = 1; v <= y; v++){
            if(!judge[v] && shuzu[u][v] < max && d[u] + shuzu[u][v] < d[v]){
                d[v] = d[u] + shuzu[u][v];
            }
        }
    }
}

// dijkstra算法 主要看这个函数: 其他初始化和调试的地方 稍微看看就好

int main(){

```

```

int start, end, q, y; // 起点 终点 多少段数据 点个数
scanf("%d %d %d %d", &start, &end, &q, &y);
initial(y);
getshuzu(q);
dijkstra(start, y);
printf("The shortest distance from %d to %d is %d\n", start, end, d[end]);
return 0;
}

```

这个算法本身不是很难：需要自己掌握这种思维：而不是去死记硬背代码（算法）：算法细节多加注意

死记硬背是记不住代码的（理所当然）

## Floyd(弗洛伊德算法)

算法实现：

```

#include<stdio.h>
#include<string.h>
#define N 0x3f3f3f
int A[50][50];
int v,e;
void init(){
    for(int i = 0 ;i < 50;i++){
        for(int j = 0;j < 50;j++){
            if(i == j)    A[i][j] = 0;
            else          A[i][j] = N;
        }
    }
    printf("顶点个数:\n");
    scanf("%d",&v);
    printf("边的条数:\n");
    scanf("%d",&e);
}

void input(int n){
    printf("输入所有的邻接的两个点和他们的边:\n");
    while(n--){
        int a,b,l;
        scanf("%d %d %d",&a,&b,&l);
        A[a][b] = l;    //len-边的长度
        A[b][a] = l;
    }
}

void cal(int k){
    if(k>v) return;
    for(int i = 1;i <= v;i++){
        for(int j = 1; j <= v; j++){
            if(A[i][j] > A[i][k] + A[k][j]){
                A[i][j] = A[i][k] + A[k][j];
            }
        }
    }
}

```

```

    }
    cal(++k);

int main(){
    init();
    input(e);
    cal(1);
    for(int i=1;i<=6;i++){
        for(int j=1;j<=6;j++){
            printf("%5d\t",A[i][j]);
        }
        printf("\n");
    }
    return 0;
}

```

删去冗余的调试信息：剩下的就是比较简洁的算法了

虽然我绝地将

## 最小生成树

### Prim（普利姆算法）

算法实现：

```

#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>

using namespace std;

const int MAXN = 1000, INF = 0x3f3f3f3f;
vector<vector<int>>> g(MAXN, vector<int>(MAXN, INF)); // 比较复杂的初始化方式
vector<int> dist(MAXN);
vector<bool> book(MAXN);
int n, m, res;

void prim() {
    fill(dist.begin(), dist.end(), INF);
    fill(book.begin(), book.end(), false);
    dist[1] = 0;
    book[1] = true;
    for (int i = 2; i <= n; i++) dist[i] = g[1][i];

    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        int temp = INF, t = -1;
        for (int j = 2; j <= n; j++) {
            if (!book[j] && dist[j] < temp) {
                temp = dist[j];
                t = j;
            }
        }
        book[t] = true;
        res += dist[t];
        for (int j = 2; j <= n; j++) {
            if (!book[j]) {
                dist[j] = min(dist[j], g[t][j]);
            }
        }
    }
}

```



```

        }
    }
    if (t == -1) {
        res = INF;
        return;
    } // 和上面算法几乎一样的思想
    book[t] = true;
    res += dist[t];
    for (int j = 2; j <= n; j++) dist[j] = min(dist[j], g[t][j]);
}
}

int main() {
    cin >> n >> m;
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        int a, b, w;
        cin >> a >> b >> w;
        g[a][b] = g[b][a] = w;
    }
    // 初始化
    res = 0;
    prim();
    if (res == INF) cout << "orz";
    else cout << res;
    return 0;
}

```

还是注重强调算法思想

## Kruskal (克鲁斯卡尔算法)

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int MAXV = 110; // 最多多少个点
const int MAXE = 10010; // 最多多少个边

struct Edge {
    int u, v, cost;
};

vector<Edge> edges;
int father[MAXV];

bool cmp(const Edge& a, const Edge& b) {
    return a.cost < b.cost;
}
// 注意cmp的自定义都是< 从小到大排)

int findFather(int x) {

```

```

    return father[x] == x ? x : father[x] = findFather(father[x]); // 这里注意路径压缩：虽然都是对的
}

int kruskal(int n, int m) {
    int ans = 0, numEdge = 0;
    for(int i = 0; i < n; ++i) father[i] = i;
    sort(edges.begin(), edges.end(), cmp);
    for(int i = 0; i < m; ++i) {
        int faU = findFather(edges[i].u);
        int faV = findFather(edges[i].v);
        if(faU != faV) {
            father[faU] = faV;
            ans += edges[i].cost;
            if(++numEdge == n - 1) break;
        }
    }
    return numEdge == n - 1 ? ans : -1;
}

int main() {
    int n, m;
    scanf("%d%d", &n, &m);
    edges.resize(m);
    for(int i = 0; i < m; ++i) {
        scanf("%d%d%d", &edges[i].u, &edges[i].v, &edges[i].cost);
    }
    printf("%d\n", kruskal(n, m));
    return 0;
}

```

## part2

主要参考来源：

<https://www.desgard.com/algo/>

好话：

数据结构到底有多优雅？看一看**并查集**和**树状数组**你就知道什么才是真正的优雅。第一次看到 `lowbit` 居然能用一句简单的位运算来描述。每接触一个高效的数据结构，都会让我去挖掘其实现的方式，最后的赞叹永远是优美、神奇、精悍！

### 1.时间复杂度估算土法

1. 土法一：执行一行约是一次运算
2. 土法二：以经验计算时间

一般的计算机，在处理  $10^7$  计算的时候需要消耗一秒的时间。

### 3. 土法三：取极限估算复杂度

## 2.快速幂

算法中数学思维

### 快速幂运算

例如计算  $x^n$ ，当  $n$  为 10 的时候将  $n$  二进制拆分 1010

代码实现

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    int n = 10; // 幂指数，下面通过二进制拆分成 1010
    int x = 2; // 底数
    int res = 1; // 累乘的答案
    while (n) {
        // 去除二进制的最低位，也就是上面推导中的右式，如果 n & 1 == 1，说明是 *1
        if (n & 1) {
            // 如果是 *1，则根据我们观察出来的规律，对维护的结果做累乘
            res *= x;
        }
        // 转换到下一位
        x *= x;
        // 二进制右移一位，目的是取到下一个低位二进制
        n >>= 1;
    }
    cout << res << endl; // 1024
    return 0;
}
```

快速幂口诀：

二进制，一个存底，一个存积

稍微多看看源码就能理解我这个意思了

代码简化与应用示例：

```
#include <iostream>
using namespace std;

int qpow(int x, int n) {
    int res = 1;
    while (n) {
        if (n & 1) res *= x;
        x *= x;
        n >>= 1;
    }
}
```

```

    }
    return res;
}

int main() {
    cout << qpow(2, 10) << endl; // 1024
    cout << qpow(4, 2) << endl;  // 16
    cout << qpow(5, 3) << endl;  // 125
    cout << qpow(10, 6) << endl; // 1000000
    return 0;
}

```

如果需要取模运算：

```

int qpow(int x, int n, int m) {
    int res = 1;
    while (n) {
        if (n & 1) res = res * x % m;
        x = x * x % m;
        n >>= 1;
    }
    return res;
}

int main() {
    cout << qpow(10, 3, 997) << endl; // 3
    cout << qpow(10, 2, 997) << endl; // 100
    return 0;
}

```

## 矩阵快速幂

先看一段结构体的定义：也就是相当于一个类的处理方式

```

#define N 2

struct matrix {
    int m[N][N];
    matrix() {
        memset(m, 0, sizeof(m));
    }
    void prt(); // 定义一个函数：外部实现
};

// 重载该结构体的操作运算符
matrix operator * (const matrix a, const matrix b) {
    matrix ans;
    for (int i = 0; i < N; ++ i) {
        for (int j = 0; j < N; ++ j) {
            for (int k = 0; k < N; ++ k) {
                ans.m[i][j] += a.m[i][k] * b.m[k][j];
            }
        }
    }
}

```

```

    }
}
}
return ans;
}

// 打印测试代码 ::是作用域解析符
void matrix::prt() {
    for (int i = 0; i < N; ++ i) {
        for (int j = 0; j < N; ++ j) {
            cout << this -> m[i][j] << " ";
        }
        cout << endl;
    }
}
}

```

然后就是一样的了：

```

// 这是一个函数返回值为matrix
matrix qpow(matrix x, int n) {
    matrix res;
    for (int i = 0; i < N; ++ i) {
        res.m[i][i] = 1;
    }
    // 强调以及注意这里是单位矩阵的初始化
    while (n) {
        if (n & 1) res = res * x;
        x = x * x;
        n >>= 1;
    }
    return res;
}

```

fib封装

```

int fib(int n) {
    matrix a;
    a.m[0][0] = a.m[1][0] = a.m[0][1] = 1;

    matrix base;
    base.m[0][0] = 1;

    matrix ans = qpow(a, n - 1);
    ans = ans * base;

    return ans.m[0][0];
}

```

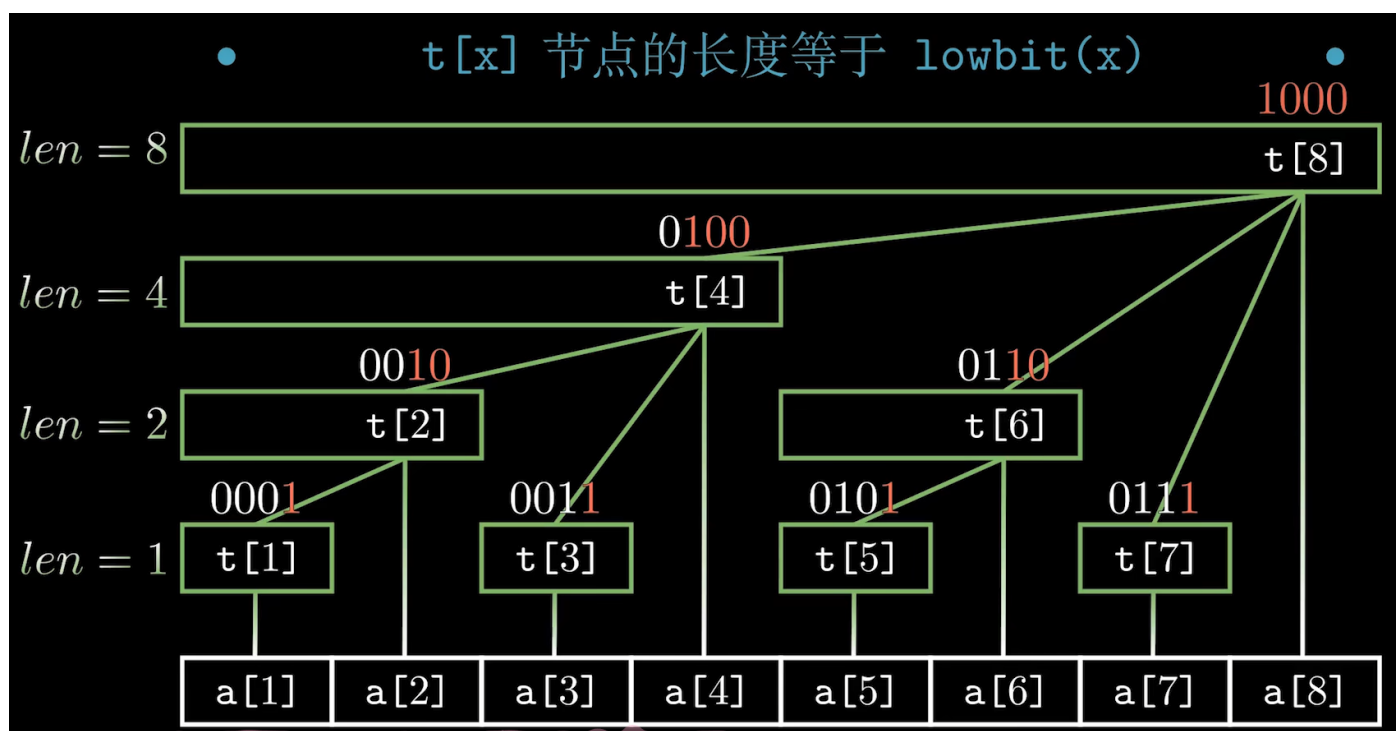
main封装

```
int main() {
    cout << fib(1) << endl; // 1
    cout << fib(2) << endl; // 1
    cout << fib(3) << endl; // 2
    cout << fib(4) << endl; // 3
    cout << fib(5) << endl; // 5
    cout << fib(6) << endl; // 8
    cout << fib(7) << endl; // 13
}
```

结合就算了：快速幂前面是学过的：但是这边总结的更精简：而且又有点忘记了

### 3.树状树 (->RMQ问题Range Minimum/Maximum Query)

核心图片：



核心代码部分：(单点)

单点修改 查询前缀和

```
void add(int x,int k){
    for(;x <= n;x += x & -x,) t[x]+=k;
}
int ask(int x){
    int ans=0;
    for(;x;x -= x & -x) ans+=t[x];
    return ans;
}
```

鉴于创建树状数组的难度过高：现在先不讨论该问题：：记录树状数组的常规操作即可

单点修改 单点查询

```
add(x,k);  
ask(x)-ask(x-1);
```

区间修改 单点查询

```
add(l,d); add(r+1,-d);  
a[x]+ask(x);
```

区间修改 区间查询：暂时先略过

## 4.线段树

线段树和树状数组之间的区别和联系：

## 5.算法思想

这里就简单将算法思想分类为下面两种

- 简单模拟
- 算法模拟

也就是都仅仅是按照某种结果或者要求模拟某个过程

关于算法 学习：提出一宗总结的思想：用 总结的 简记口诀 对算法的执行过程会非常清晰