

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - کروه مهندسی کنترل

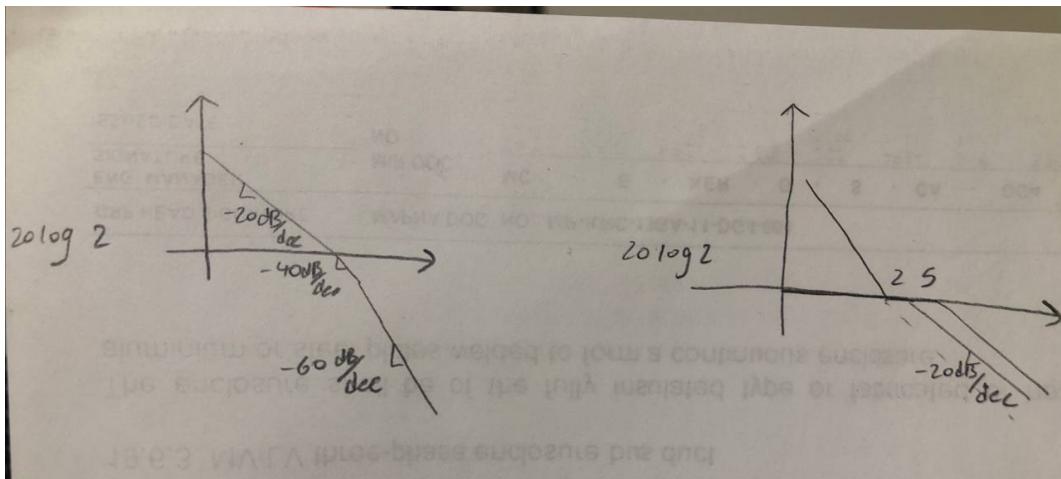
کنترل خطی

پاسخ تمرین ۵

نام و نام خانوادگی	مبینا جمالی
شماره دانشجویی	۴۰۲۱۶۳۶۳
تاریخ	۱۴۰۴ آذر



۱ سوال ۱



حد بهره:

$$-90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{5}\right) = -180^\circ$$

$$\Rightarrow \omega = 3.1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$GM = 10.8 \text{ dB}$$

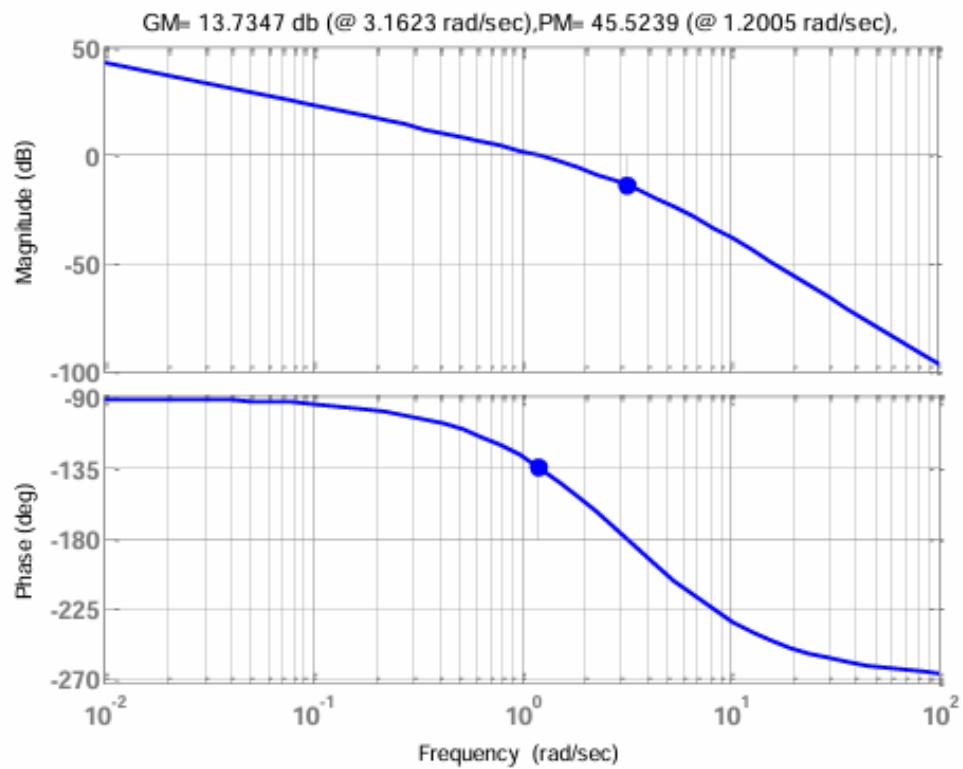
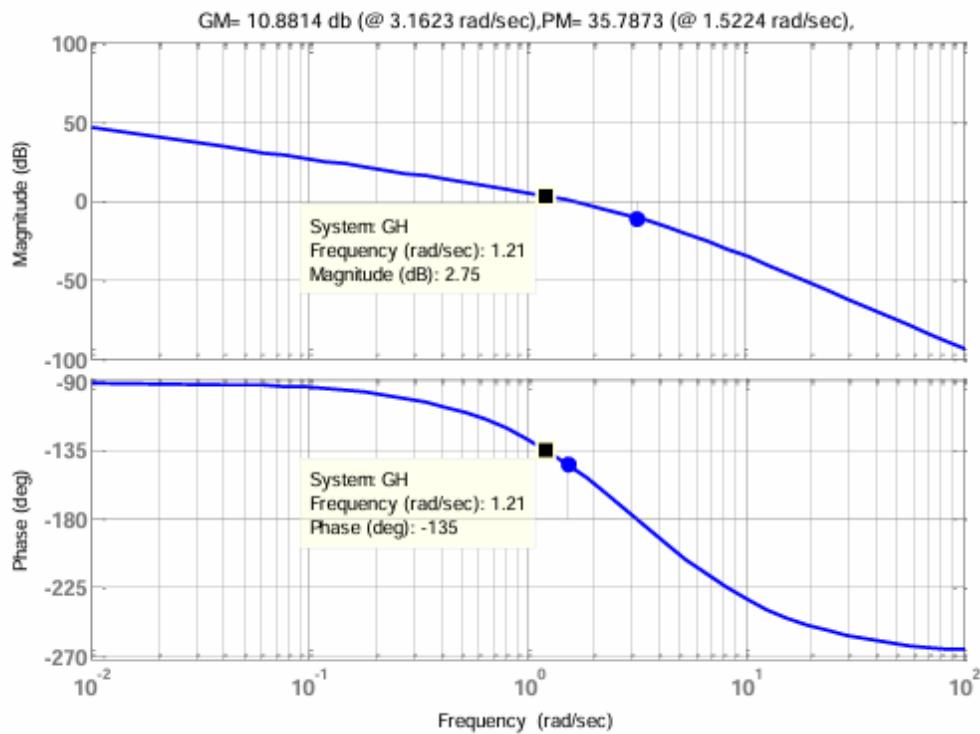
حد فاز:

$$|GH| = 1 \Rightarrow \omega = 1.5 \Rightarrow \angle GH = -145^\circ$$

$$PM = -180^\circ + 145^\circ = 35^\circ$$

منحنی و حد بهره و حد فاز نیز به شکل زیر می شود که در متلب به دست آمده:

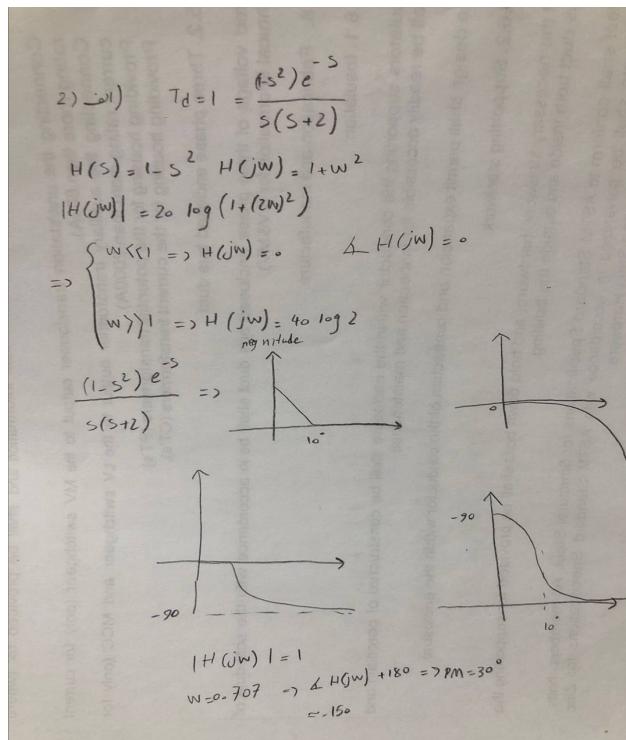
همان طور که در شکل زیر مشاهده می کنیم برای داشتن حد فاز 45° , باید تقاطع منحنی بهره با 0 dB در فرکانس 1.21 rad/sec اتفاق بیفتد. پس فقط نیاز است که بهره‌ی سیستم رسم شده در شکل بالا به مقدار 2.8 dB کاهش پیدا کند. در این صورت بهره‌ی سیستم انتخاب می‌شود. که نمودار بودی آن را در شکل زیر مشاهده می کنیم:





سوال ۲

با توجه به مقادیر خواسته شده داریم

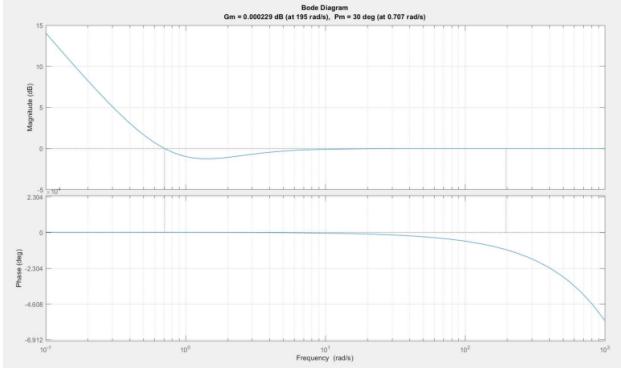


$$\Rightarrow 0^\circ < PM < 30^\circ \Rightarrow \angle H(jw) = \left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{w}{2} + wT_d\right)$$

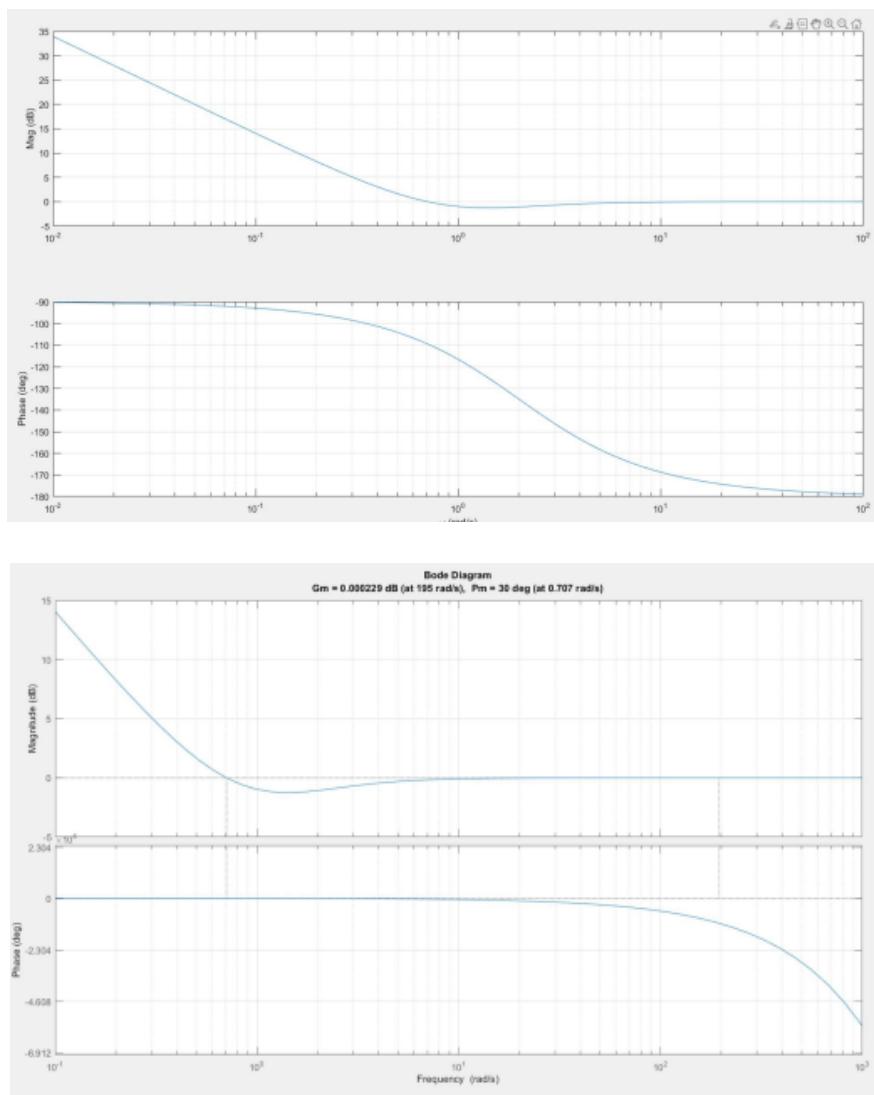
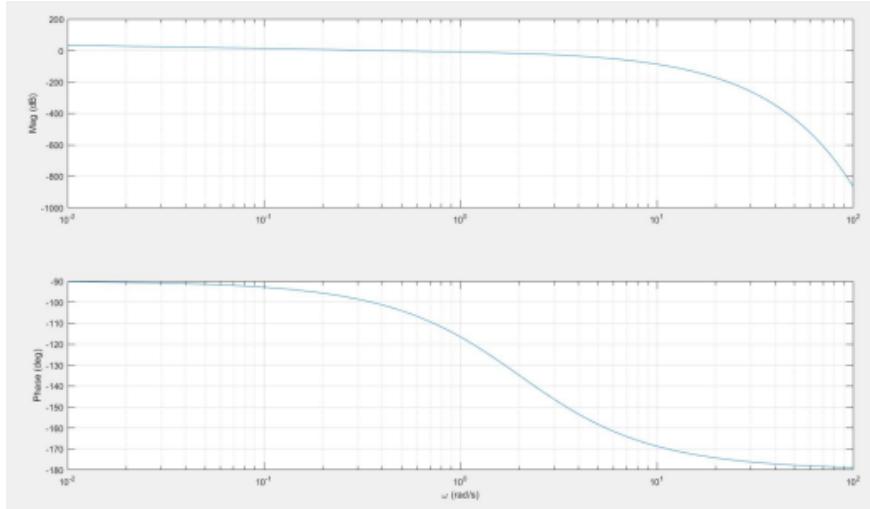
$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{w}{2} + wT_d = \eta \Rightarrow T_d = \eta - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{w}{2}$$

جذب از پایه نشانه افتکار با مسافت و میزان لغزش برای حافظه را در نظر گیرید و مقدار T_d را محاسبه کنید.

در حالتی که w تغییر نماید، $\angle H(jw)$ باید $PM = 30^\circ$ باشد.



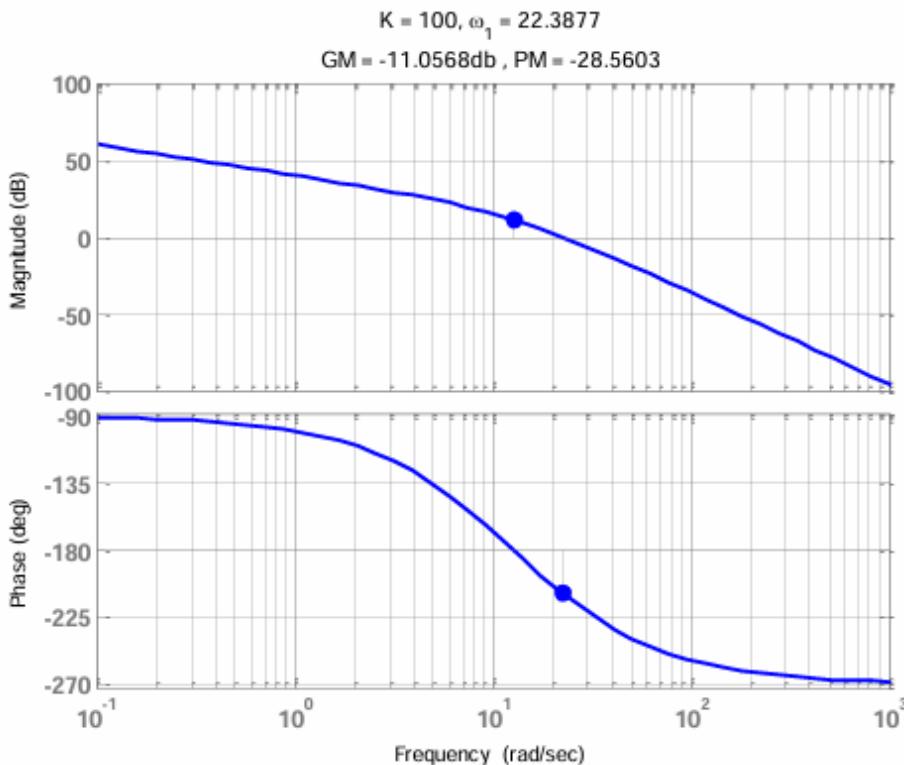
سیستم بدون تاخیر

شکل ۱: سیستم با تاخیر e^{Tds} شکل ۲: سیستم با تاخیر e^{jTds}



سوال ۳

با توجه به خواسته های سوال و رسیدن به حالت های مطلوب نیاز است که بهره سیستم برابر با 10^0 باشد پس در مرحله اول نمودار بودی را با بهره 10^0 رسم میکنیم و فرکانس های قطع را بررسی می کنیم



با توجه به شکل مشاهده می شود که فرکانس قطع حدوداً $23 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ که حد فاز سیستم 30° – و حد بهره برابر با -12 dB – می باشد. برای افزایش حد فاز، لازم است که بهره‌ی سیستم در فرکانس مربوطه افزایش پیدا کند. برای این که فرکانس ω_1 زیاد تغییر نکند، از یک جبرانگر پیش‌فاز استفاده می‌کنیم تا حد فاز سیستم را افزایش دهیم. هرچند باید توجه داشت که جبرانگر پیش‌فاز، خود بهره‌ی سیستم و در نتیجه فرکانس قطع را افزایش می‌دهد. برای دست‌یابی به حد فاز 45° لازم است فاز سیستم حدود 75° افزایش پیدا کند. با توجه به اینکه این مقدار بیشتر از 70° است از دو جبرانگر پیش‌فاز استفاده می‌کنیم، و این افزایش باید در حدود $\omega_1 = 23 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ باشد. با در نظر گرفتن مقدار فاز 75° داریم:

$$\phi_{Tm} = 75^\circ > 70^\circ \rightarrow$$

$$\phi_m = \frac{\phi_{Tm}}{2} = 37.5^\circ$$

$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \rightarrow \alpha = 4.1$$

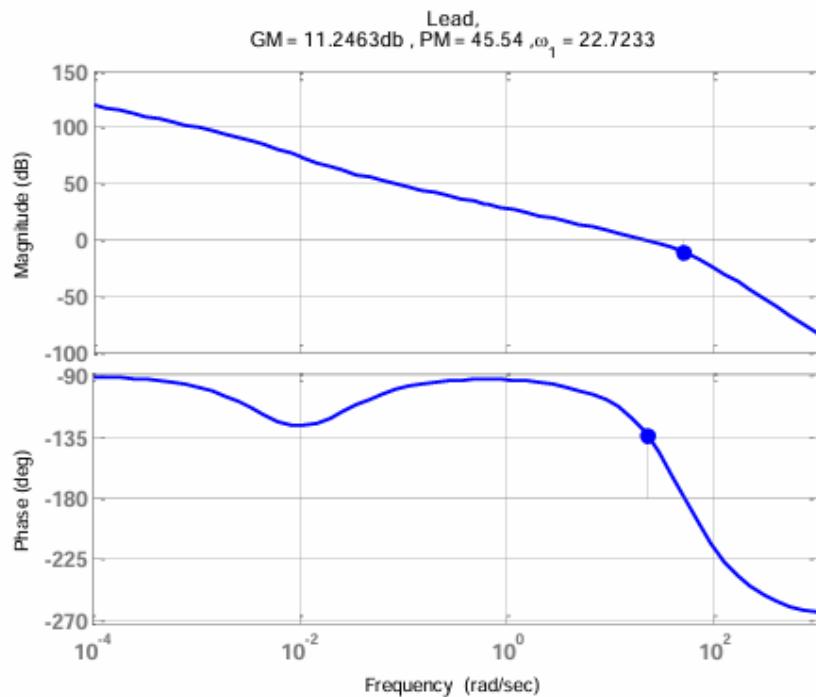


$$\begin{cases} \frac{P_{\text{lead}}}{Z_{\text{lead}}} = 4.1 \\ \sqrt{P_{\text{lead}} Z_{\text{lead}}} = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_{\text{lead}} = 11.35 \\ P_{\text{lead}} = 46.5 \end{cases}$$

$$G_{\text{lead}}(s) = k \left(\frac{s + 11.35}{s + 46.5} \right)^2$$

$$\left| k \frac{100}{j\omega \left(1 + \frac{j\omega}{8} \right) \left(1 + \frac{j\omega}{20} \right)} \left(\frac{s + 11.35}{s + 46.5} \right)^2 \right|_{\omega=23} = 1 \rightarrow k = 4.3$$

نمودار بودی سیستم برای حد بهره و حد فاز در شکل زیر نشان داده شده است و همان‌طور که می‌بینیم مطابق نتایج است ولی این کار باعث کاهش مقدار ثابت خطای سرعت از مقدار محاسبه شده می‌شود.



حال برای آن که مقدار حد بهره و حد فاز و فرکانس قطع را ثابت نگه داشته و تنها ثابت خطای سرعت را اصلاح کنیم از جبرانگر پس‌فاز در کانس‌های پایین استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s G G_{\text{lead}}(s) = 26 \rightarrow \frac{100}{26} \approx 4$$

این مقدار بهره‌ایست که باید سیستم در فرکانس‌های پایین داشته باشد:

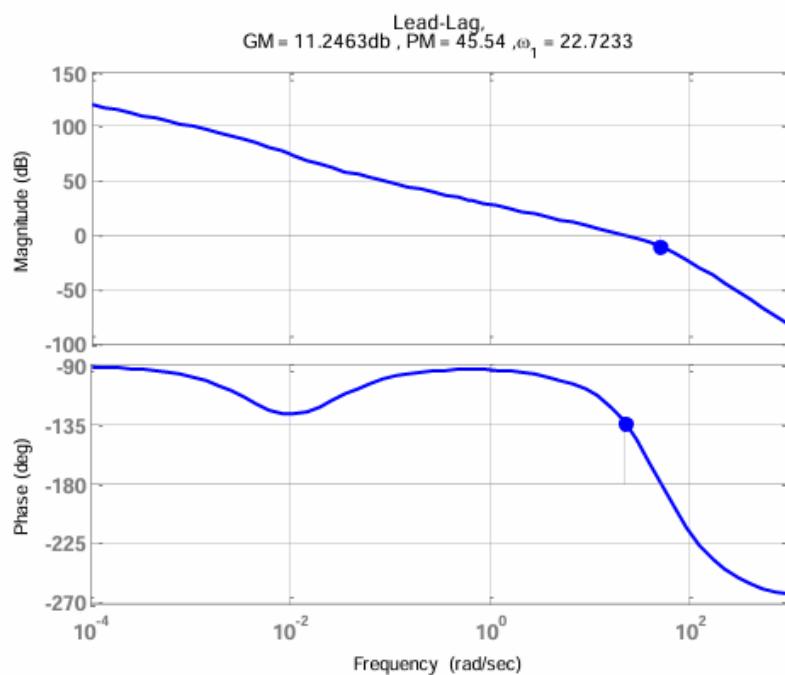
$$\frac{Z_{\text{lag}}}{P_{\text{lag}}} = 4$$



if $\omega = 0.01 \rightarrow$

$$G_{\text{lag}} = \frac{s + 0.02}{s + 0.005}$$

در این صورت مقدار $K_v = 102$ بدست آمده و با توجه به شکل زیر نیز دیده می‌شود موارد خواسته شده براورد شده است.





سوال ۴

۴) ا) $\beta > 1 \Rightarrow \beta = 1$ \Leftarrow شرط میمکنند

$$t \propto \beta s \xrightarrow{\text{با} \beta = 1} t \propto s \quad C(s) = k_p + k_D s = k_p \left(1 + \frac{k_D}{k_p} s \right)$$

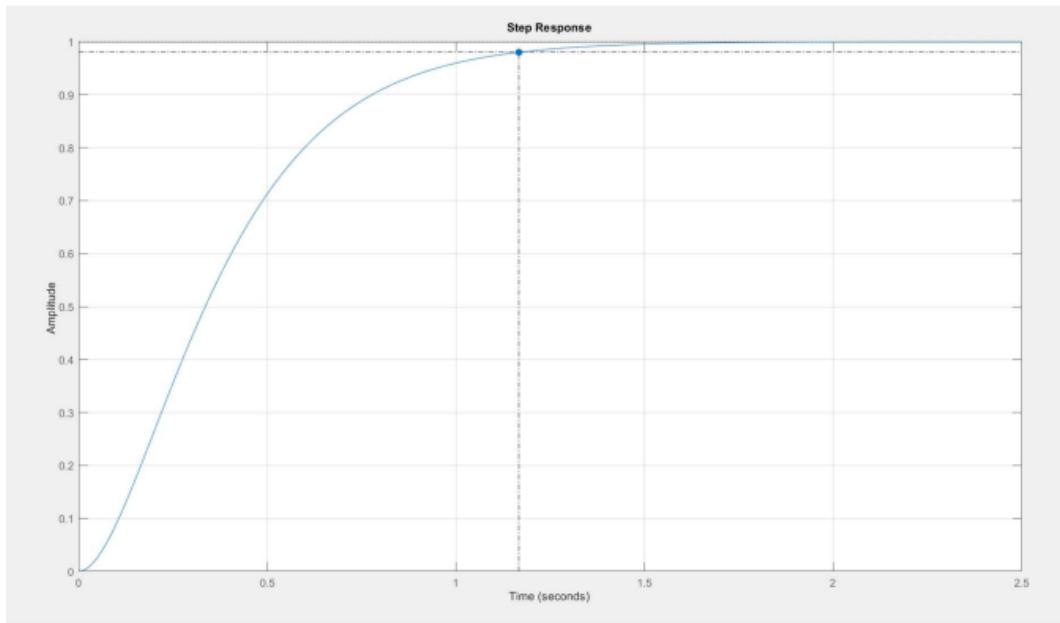
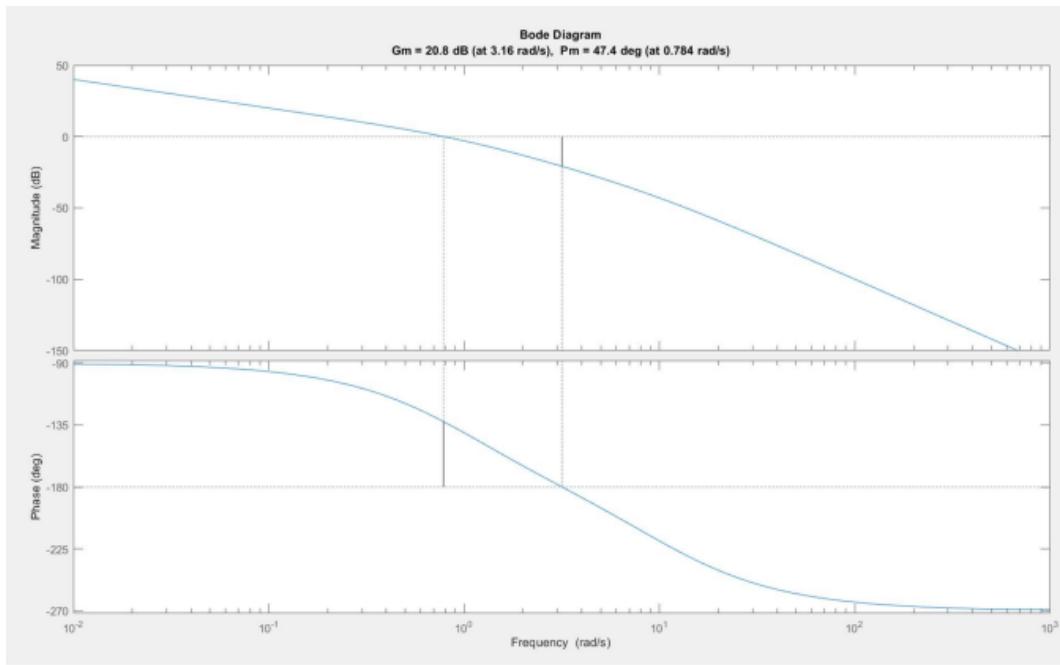
$$= \frac{k_p}{s+10} \quad \text{فون جن میم صفر} \Rightarrow C(s) = k_p(s+1) \quad G(s) C(s) = \frac{k_p(200)}{s(s+10)} = L(s)$$

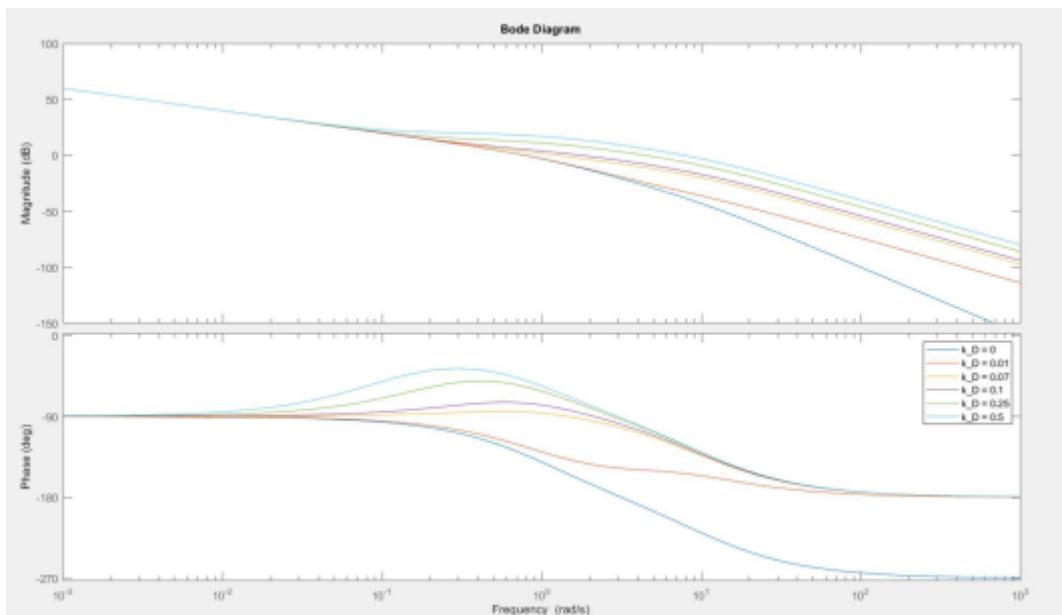
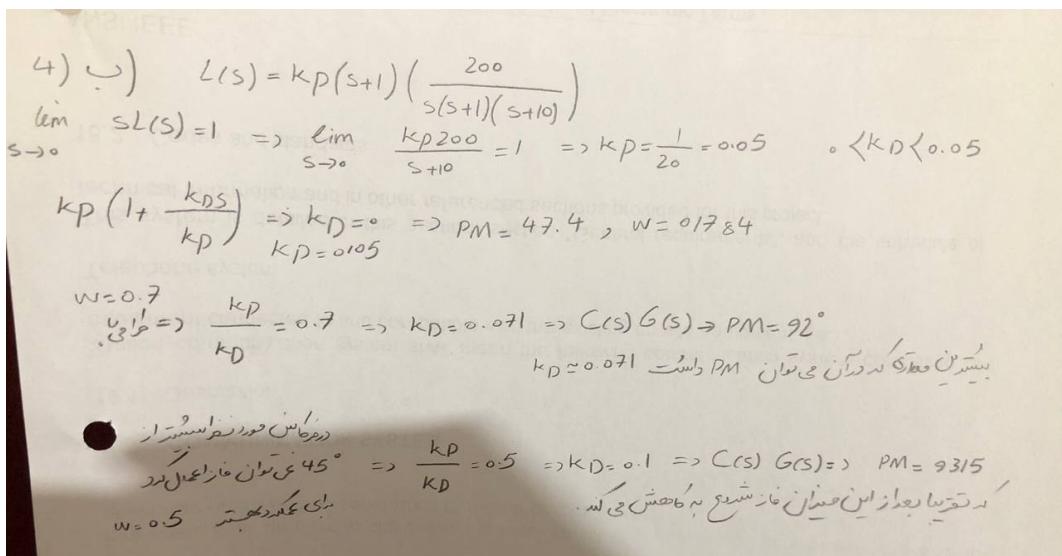
$$\frac{L(s)}{s} = \frac{-12(s+10) k_p 200}{s^2(s+10)^2} = 0 \Rightarrow s = -5$$

$$\left| \frac{1}{k_p} \right| = \left| \frac{200}{s(s+10)} \right| \Rightarrow k_p = 0.125$$

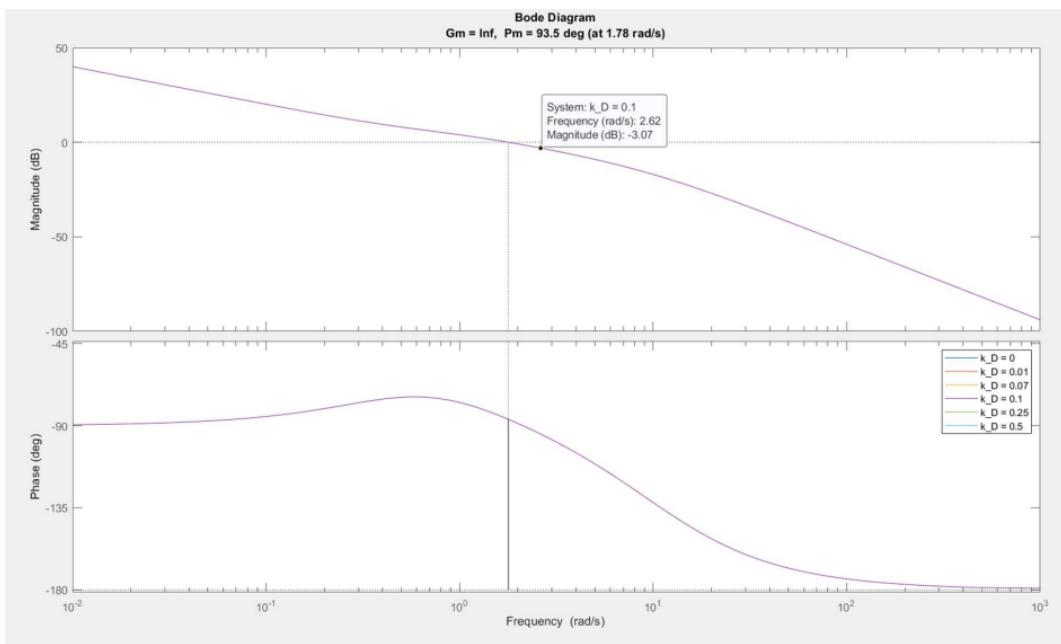
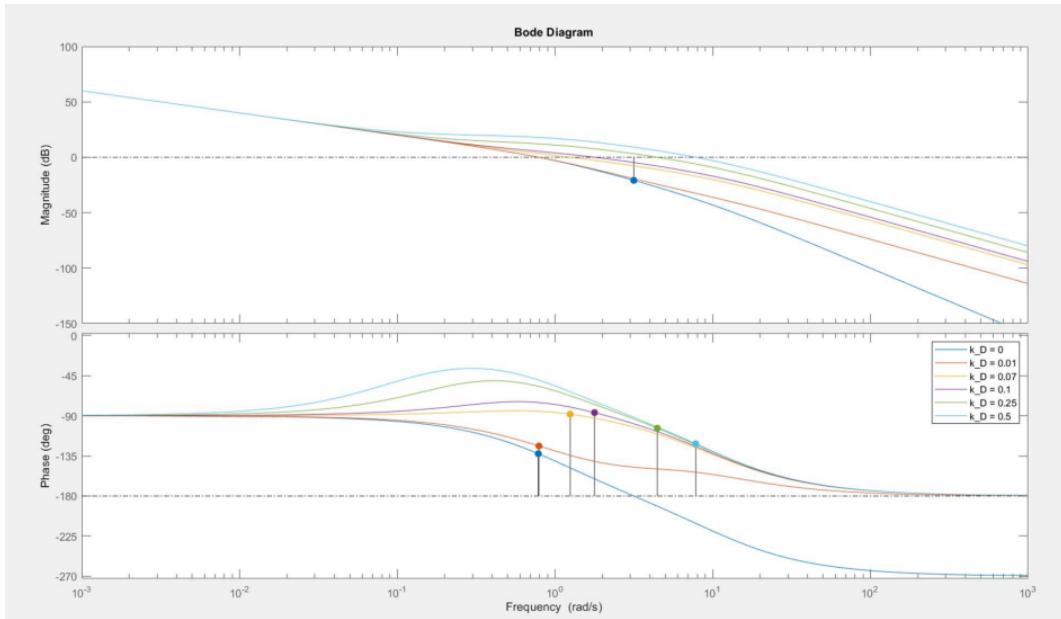
$$\Rightarrow C(s) = (0.125)(s+1)$$

رسم نمودار بودی در متلب:





رسم نمودار ودی به ازای K_d های مختلف:



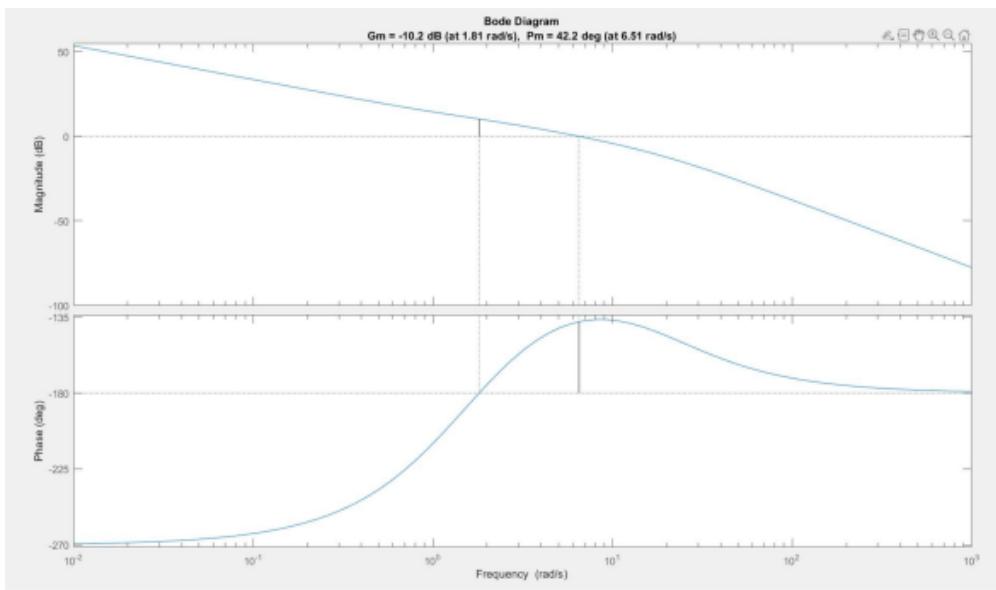
همان طور که بالاتر محاسبه کردیم، با تقریب خوبی به ازای K_d بین ۰.۰۷ تا ۰.۱ بیشترین مقدار حاشیه فاز را داریم. برای K_d مساوی با ۰.۱ را به دست می آوریم. حاشیه بهره و پهنای باند در نمودار های بالا مشخص شده است.

سوال ۵

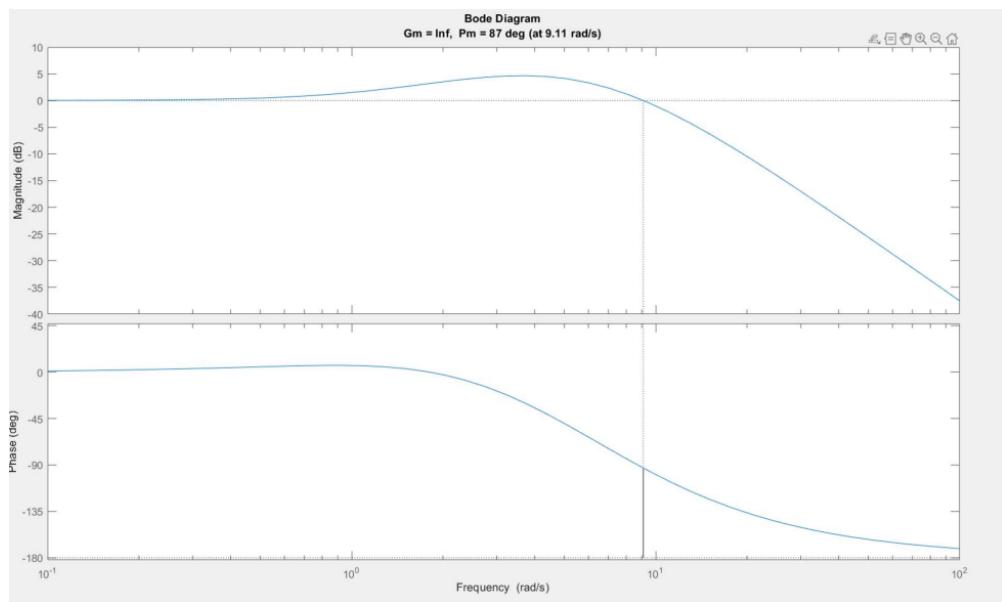
۵) (ا) $G(s) = \frac{10}{s(s-2)}$ $\omega_n = 4.37$
 $t_s = 1$
 $M_p = e^{\sqrt{4.37^2}} = 0.473 \Rightarrow T_d = 0.707$ $t_s = \frac{4}{3\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 5.65$

(ب) $T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{31.98}{s^2 + 7.98s + 31.98}$
 $\frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{T(s)}{1 - T(s)} = \frac{31.98}{s^2 + 7.98s} \Rightarrow C(s) = \frac{31.98(s-2)}{10(s+7.98)}$

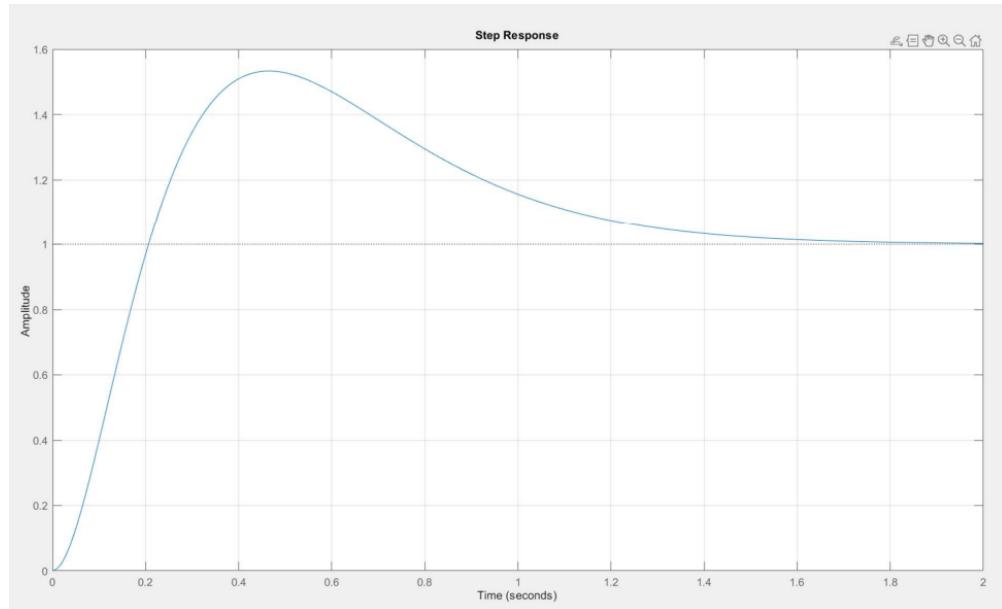
(ج) $\omega = 5.65 \quad T_d(P_r) = 1 \Rightarrow T_d(2) = 1$
 $T_d(s) = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{s}{2} + 1\right)}{(s + 5.65)^3} \Rightarrow T_d(2) = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{2}{2} + 1\right)}{(2 + 5.65)^3} = 1$
 $\Rightarrow Z = 1.349$
 $T_d(s) = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)}{(s + 5.65)^3} \Rightarrow 1 - T_d(s) = \frac{(5.65)^3 - (5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)}{(s + 5.65)^3}$
 $C(s) = \frac{T_d(s)}{s(s)\rho(s)} = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)}{\left[s + 5.65 + (5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)\right] \times \frac{1}{s(s-2)}}$



شکل ۳: بودی حلقه باز



شکل ۴: بودی حلقه بسته



شکل ۵: پاسخ حلقه بسته



سوال ۶

درجه نسبی سیستم ۲ است و دو شرط درونی یابی داریم. به همین دلیل درجه تابع تبدیل متمم حساسیت را ۴ در نظر می‌گیریم و در ادامه داریم:

$$T_d(s) = \frac{16 \left(\frac{s}{\tau} + 1\right) \left(\frac{-s + 4}{4}\right)}{(s + 2)^4} = \frac{4 \left(\frac{s}{\tau} + 1\right) (-s + 4)}{(s + 2)^4}$$

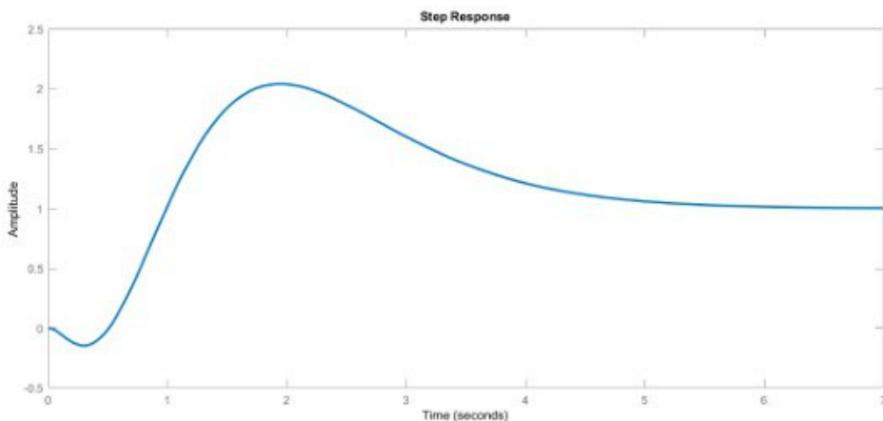
$$T_d(0.5) = \frac{4 \left(\frac{0.5}{\tau} + 1\right) (-0.5 + 4)}{(0.5 + 2)^4} = 1 \rightarrow \tau \approx 0.28$$

$$T_d(s) = \frac{4 \left(\frac{s}{0.28} + 1\right) (-s + 4)}{(s + 2)^4}$$

$$S_d(s) = 1 - T_d(s) = \frac{s(s - 0.4973)(s^2 + 8.497s + 42.51)}{(s + 2)^4}$$

$$C = \frac{T_d(s)}{S_d(s)P(s)}$$

$$C = \frac{-14.286 s (s + 6) (s + 2)^4 (s - 4) (s - 0.5) (s + 0.28) (s^2 + 2s + 6)}{s (s + 4.303) (s + 2)^4 (s + 0.6972) (s - 4) (s - 0.4973) (s^2 + 8.497s + 42.51)}$$



شکل ۶: رسم نمودار زمانی با کنترلر