

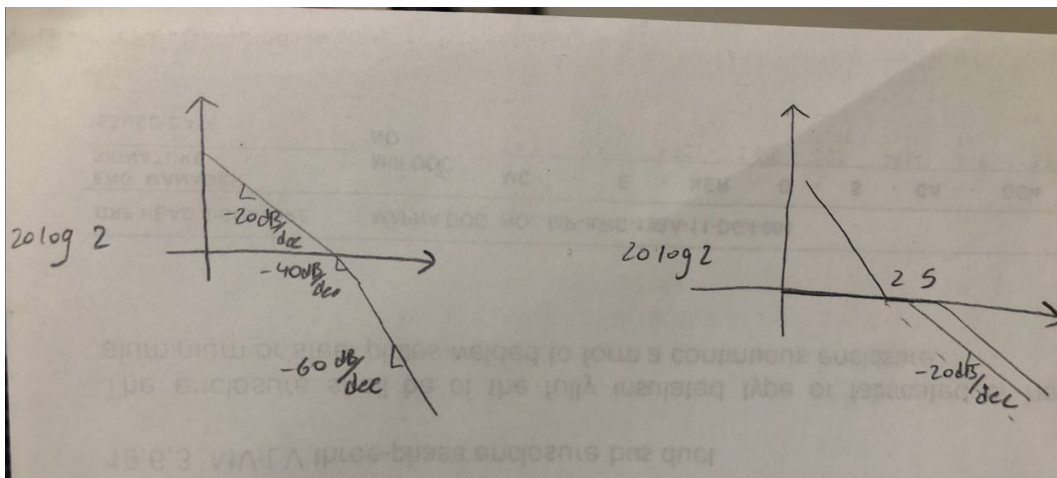
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

کنترل خطی پاسخ تمرین ۵

نام و نام خانوادگی	مبینا جمالی
شماره دانشجویی	۴۰۲۱۶۳۶۳
تاریخ	آذر ۱۴۰۴



سوال ۱



حد بهره:

$$-90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{5}\right) = -180^\circ$$

$$\Rightarrow \omega = 3.1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$GM = 10.8 \text{ dB}$$

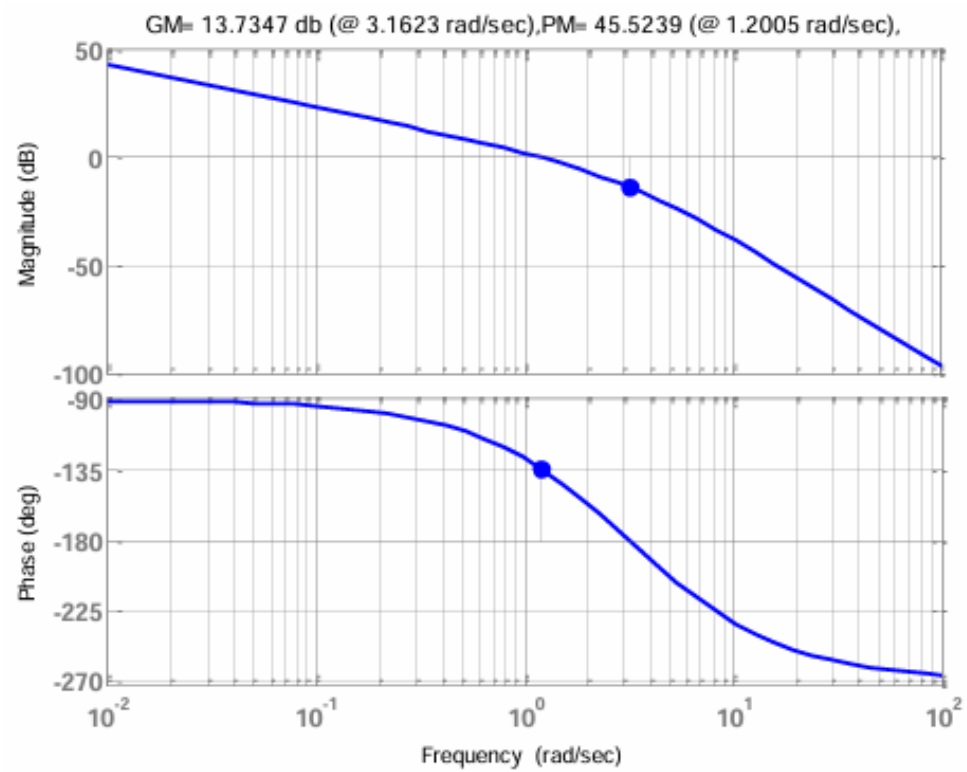
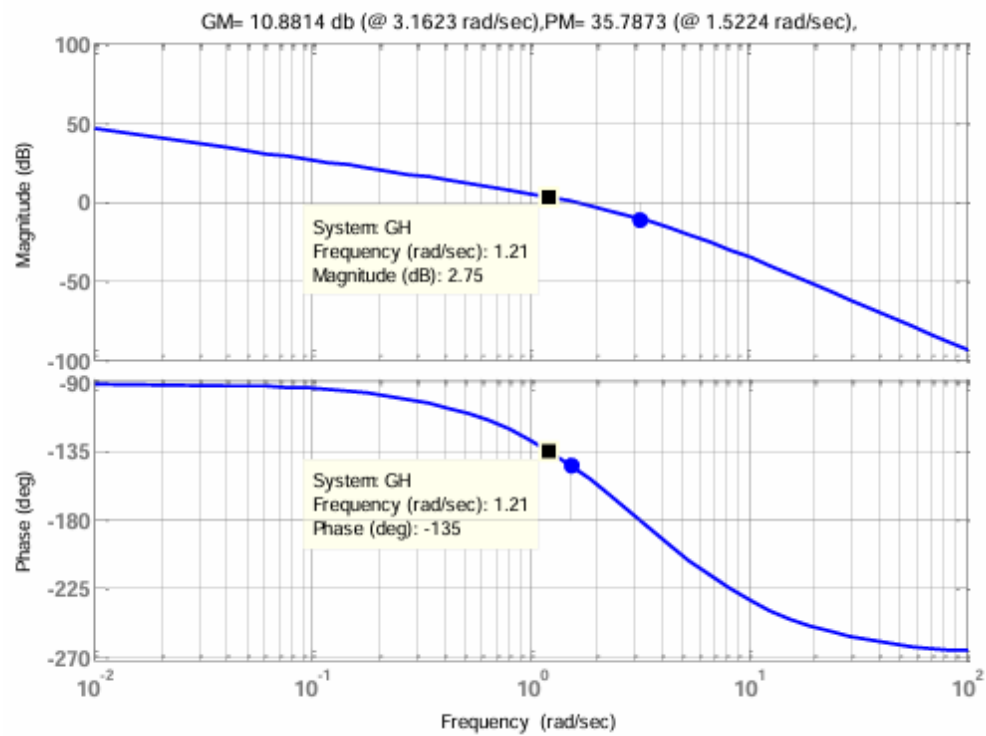
حد فاز:

$$|GH| = 1 \Rightarrow \omega = 1.5 \Rightarrow \angle GH = -145^\circ$$

$$PM = -180^\circ + 145^\circ = 35^\circ$$

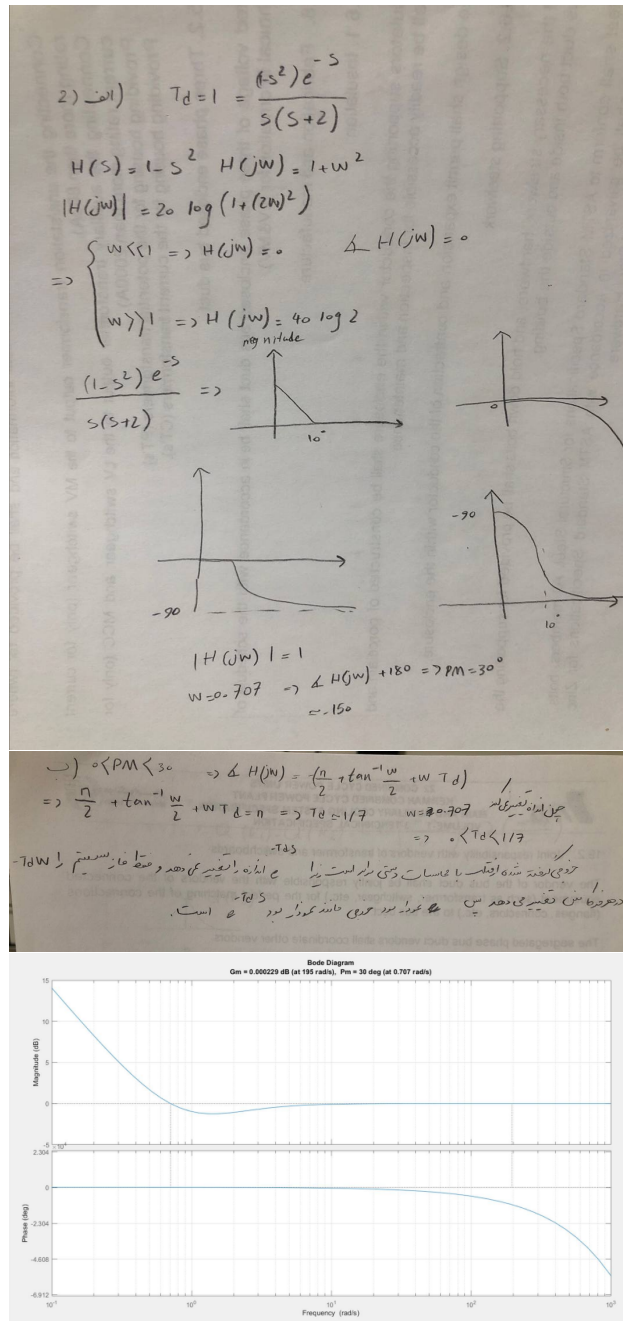
منحنی و حد بهره و حد فاز نیز به شکل زیر می شود که در مطلب به دست آمده:

همان طور که در شکل زیر مشاهده می کنیم برای داشتن حد فاز 45° ، باید تقاطع منحنی بهره با 0 dB در فرکانس 1.21 rad/sec اتفاق بیفتد. پس فقط نیاز است که بهره سیستم رسم شده در شکل بالا به مقدار 2.8 dB کاهش پیدا کند. در این صورت بهره سیستم $k = 1.44$ انتخاب می شود. که نمودار بودی آن را در شکل زیر مشاهده می کنیم:

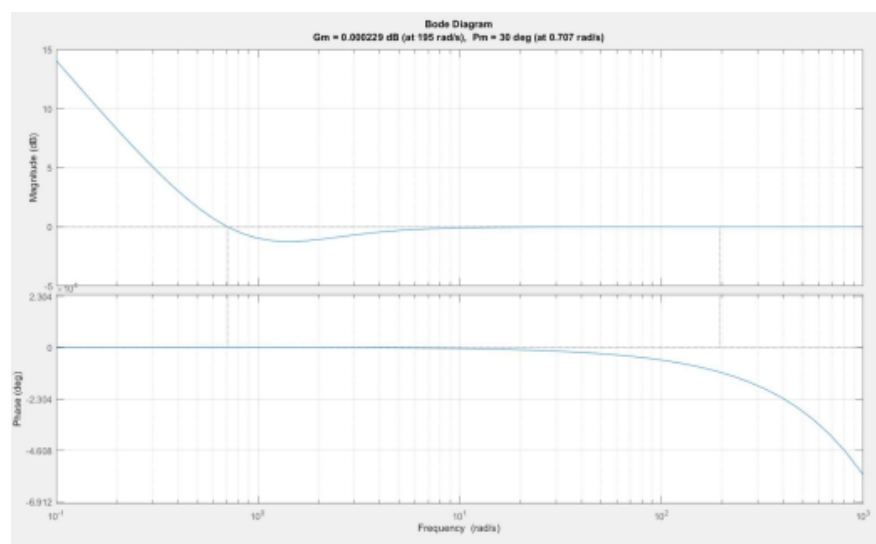
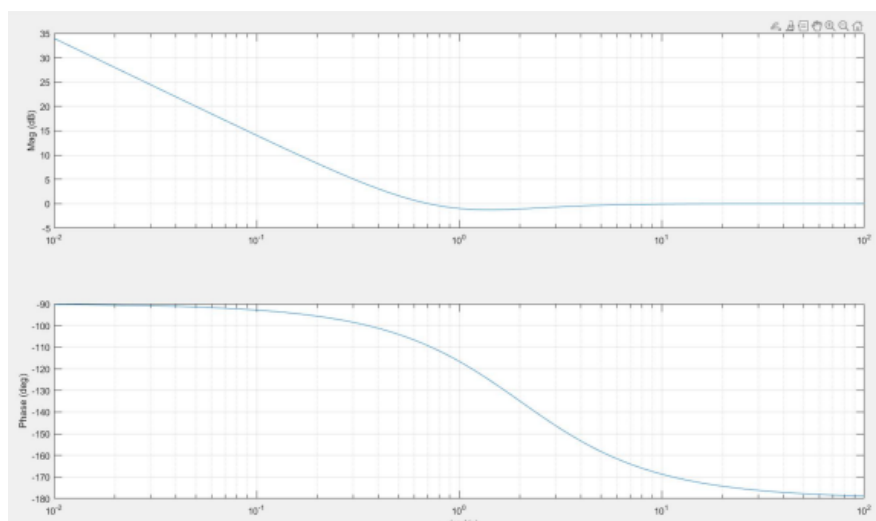


۲ سوال ۲

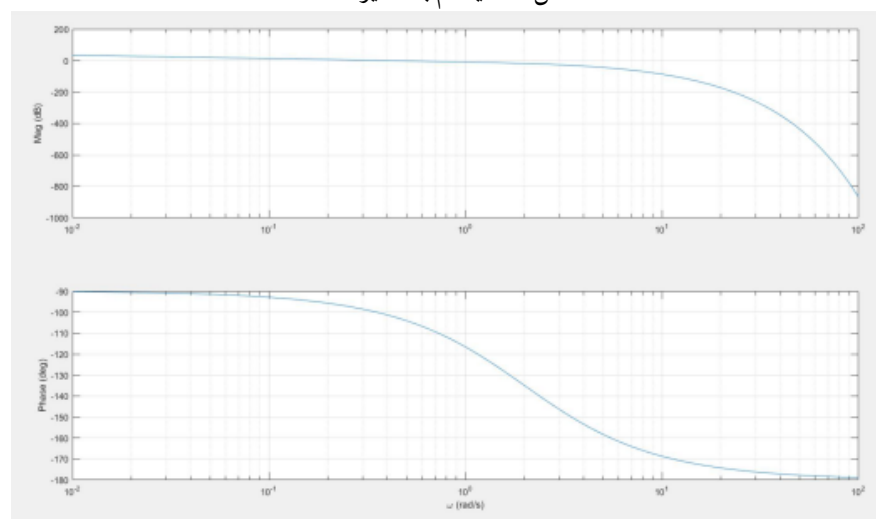
با توجه به مقادیر خواسته شده داریم



سیستم بدون تاخیر



شکل ۱: سیستم با تاخیر $e^{T_d s}$

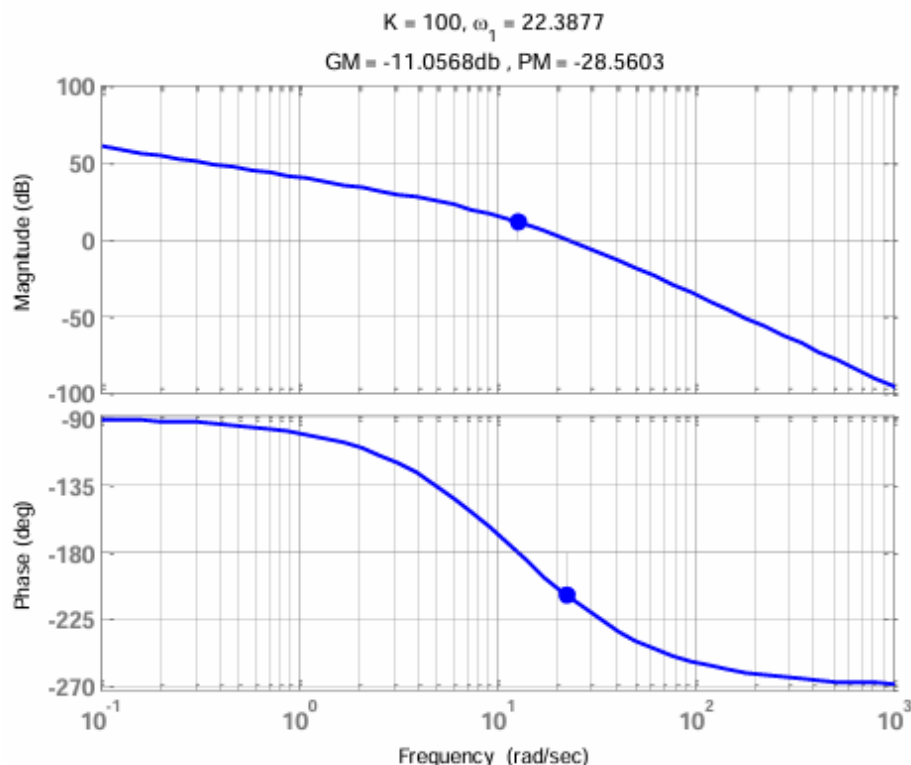


شکل ۲: سیستم با تاخیر $e^{jT_d s}$



۳ سوال ۳

با توجه به خواسته های سوال و رسیدن به حالت های مطلوب نیاز است که بهره سیستم برابر با ۱۰۰ باشد پس در مرحله اول نمودار بودی را با بهره ۱۰۰ رسم میکنیم و فرکانس های قطع را بررسی می کنیم



با توجه به شکل مشاهده می شود که فرکانس قطع حدوداً $23 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ که حدفاز سیستم -30° و حد بهره برابر با -12 dB می باشد. برای افزایش حدفاز، لازم است که بهره ی سیستم در فرکانس مربوطه افزایش پیدا کند. برای این که فرکانس ω_1 زیاد تغییر نکند، از یک جبرانگر پیش فاز استفاده می کنیم تا حد فاز سیستم را افزایش دهیم. هرچند باید توجه داشت که جبرانگر پیش فاز، خود بهره ی سیستم و در نتیجه فرکانس قطع را افزایش می دهد. برای دستیابی به حدفاز 45° لازم است فاز سیستم حدود 75° افزایش پیدا کند. با توجه به اینکه این مقدار بیشتر از 70° است از دو جبرانگر پیش فاز استفاده می کنیم، و این افزایش باید در حدود $\omega_1 = 23 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ باشد. با در نظر گرفتن مقدار فاز 75° داریم:

$$\phi_{Tm} = 75^\circ > 70^\circ \rightarrow$$

$$\phi_m = \frac{\phi_{Tm}}{2} = 37.5^\circ$$

$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \rightarrow \alpha = 4.1$$

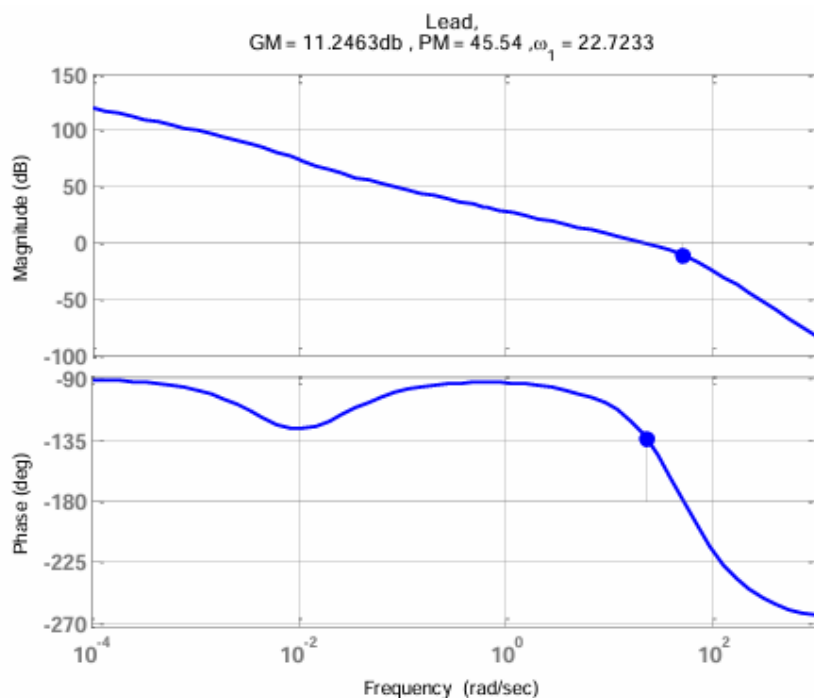


$$\begin{cases} \frac{P_{\text{lead}}}{Z_{\text{lead}}} = 4.1 \\ \sqrt{P_{\text{lead}} Z_{\text{lead}}} = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_{\text{lead}} = 11.35 \\ P_{\text{lead}} = 46.5 \end{cases}$$

$$G_{\text{lead}}(s) = k \left(\frac{s + 11.35}{s + 46.5} \right)^2$$

$$\left| k \frac{100}{j\omega \left(1 + \frac{j\omega}{8} \right) \left(1 + \frac{j\omega}{20} \right)} \left(\frac{s + 11.35}{s + 46.5} \right)^2 \right|_{\omega=23} = 1 \rightarrow k = 4.3$$

نمودار بودی سیستم برای حد بهره و حد فاز در شکل زیر نشان داده شده است و همان طور که می بینیم مطابق نتایج است ولی این کار باعث کاهش مقدار ثابت خطای سرعت از مقدار محاسبه شده می شود.



حال برای آن که مقدار حد بهره و حد فاز و فرکانس قطع را ثابت نگه داشته و تنها ثابت خطای سرعت را اصلاح کنیم از جبرانگر پس فاز در کانس های پایین استفاده می کنیم:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s G G_{\text{lead}}(s) = 26 \rightarrow \text{مقدار بهره مورد نیاز} = \frac{100}{26} \approx 4$$

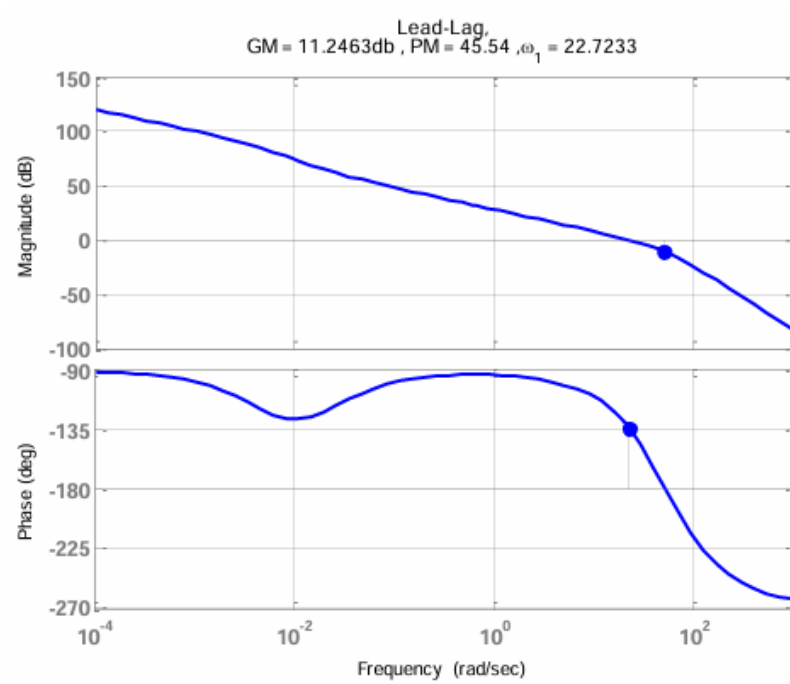
این مقدار بهره ایست که باید سیستم در فرکانس های پایین داشته باشد:

$$\frac{Z_{\text{lag}}}{P_{\text{lag}}} = 4$$

$$\text{if } \omega = 0.01 \rightarrow$$

$$G_{\text{lag}} = \frac{s + 0.02}{s + 0.005}$$

در این صورت مقدار $K_v = 102$ بدست آمده و با توجه به شکل زیر نیز دیده می شود موارد خواسته شده برآورده شده است.





۴ سوال ۴

۴) الف) $\zeta = 1 \Rightarrow \zeta = 1$ (فرکانس ناایست)

$\zeta = 1 \Rightarrow \frac{\omega_n}{\zeta \omega_n} = 1 \Rightarrow \omega_n = 1$ $C(s) = k_p + k_{Ds} = k_p \left(1 + \frac{k_D}{k_p} s\right)$

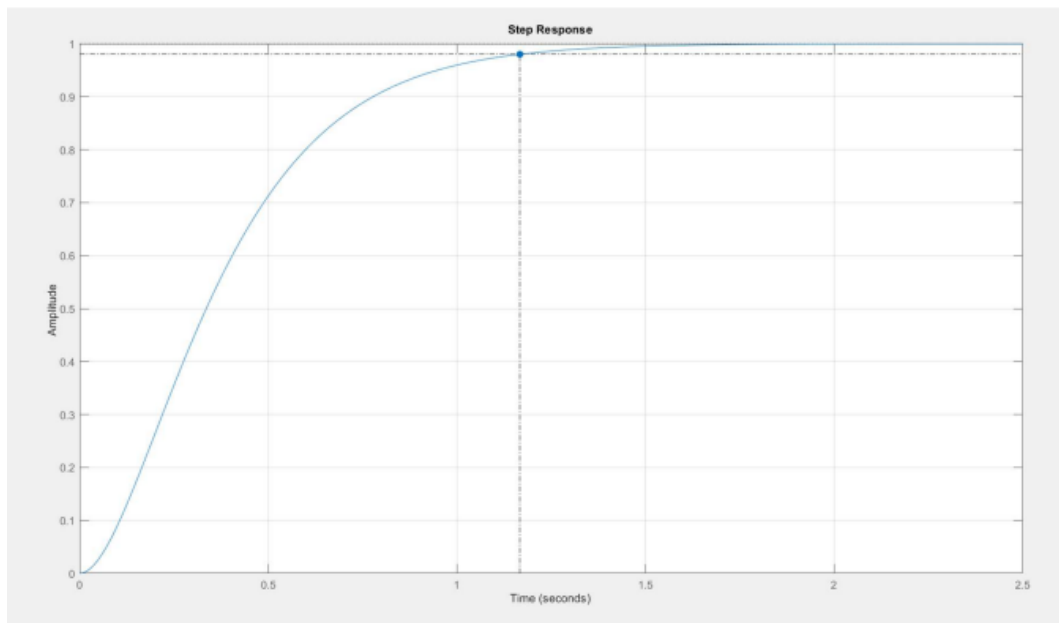
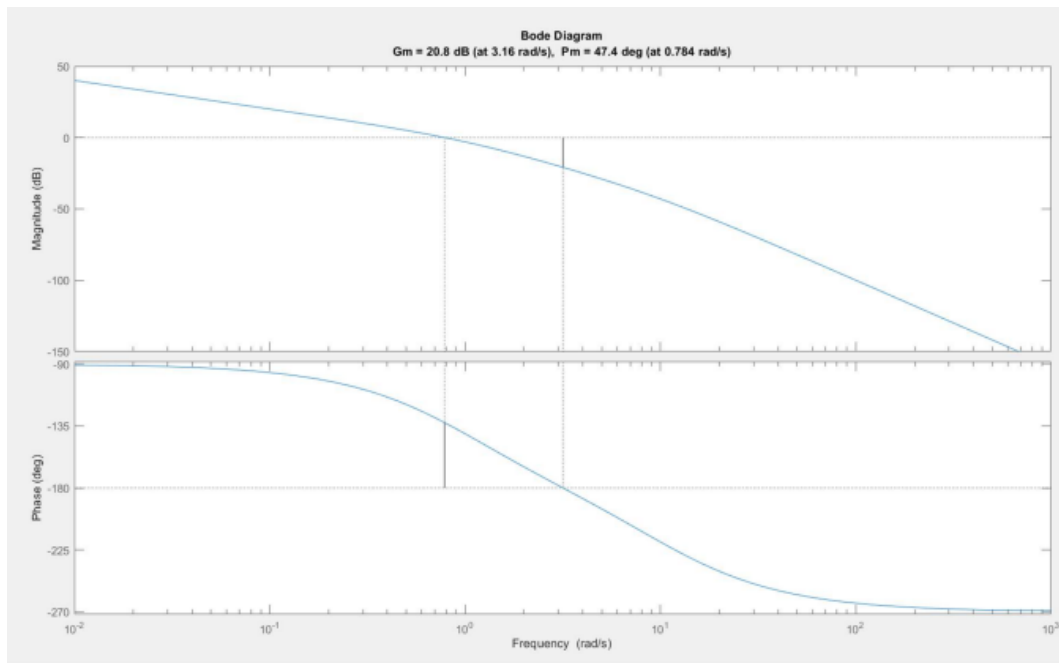
\Rightarrow فرض می‌کنیم یک صفر داریم $C(s) = k_p(s+1)$ $G(s)C(s) = \frac{k_p(200)}{s(s+10)} = L(s)$

$\frac{\delta(s)}{\delta s} = \frac{-(2s+10)k_p 200}{s^2(s+10)^2} = 0 \Rightarrow s = -5$

شرایط پهن
هندسی $\left| \frac{1}{k_p} \right| = \left| \frac{200}{s(s+10)} \right| \Rightarrow k_p = 0.125$

$\Rightarrow C(s) = (0.125)(s+1)$

رسم نمودار بودی در متلب:





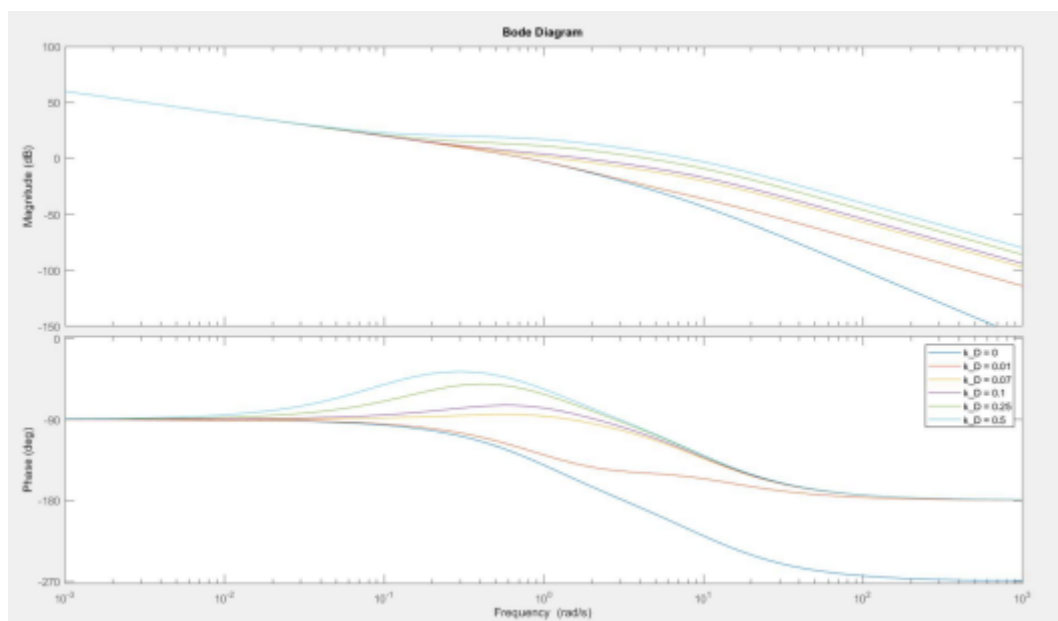
ب) 4) $L(s) = k_p(s+1) \left(\frac{200}{s(s+1)(s+10)} \right)$

$\lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = 1 \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k_p 200}{s+10} = 1 \Rightarrow k_p = \frac{1}{20} = 0.05$ • $0 < k_D < 0.05$

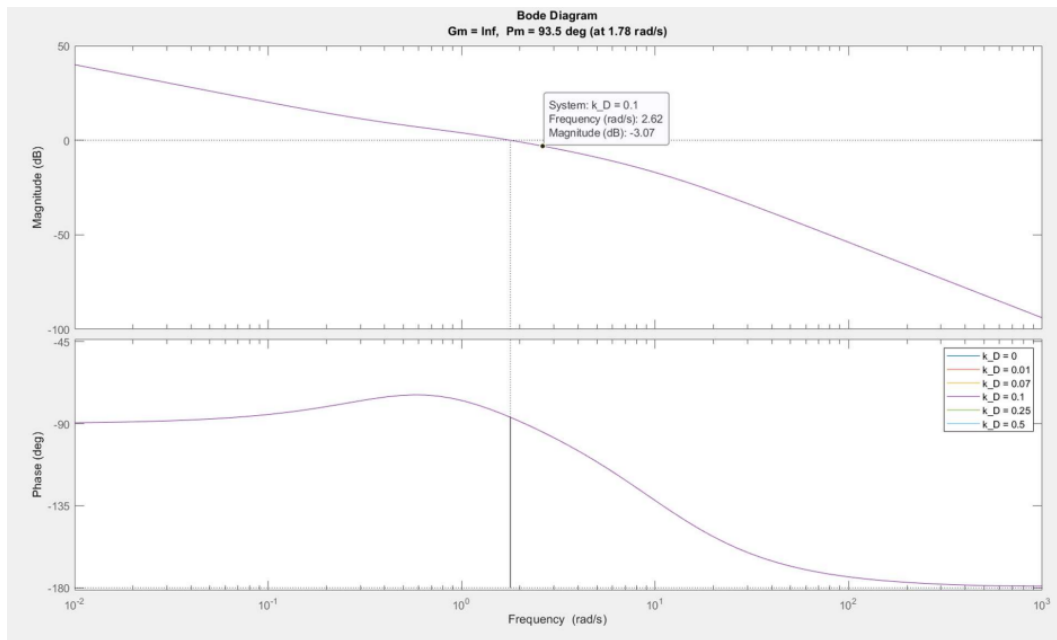
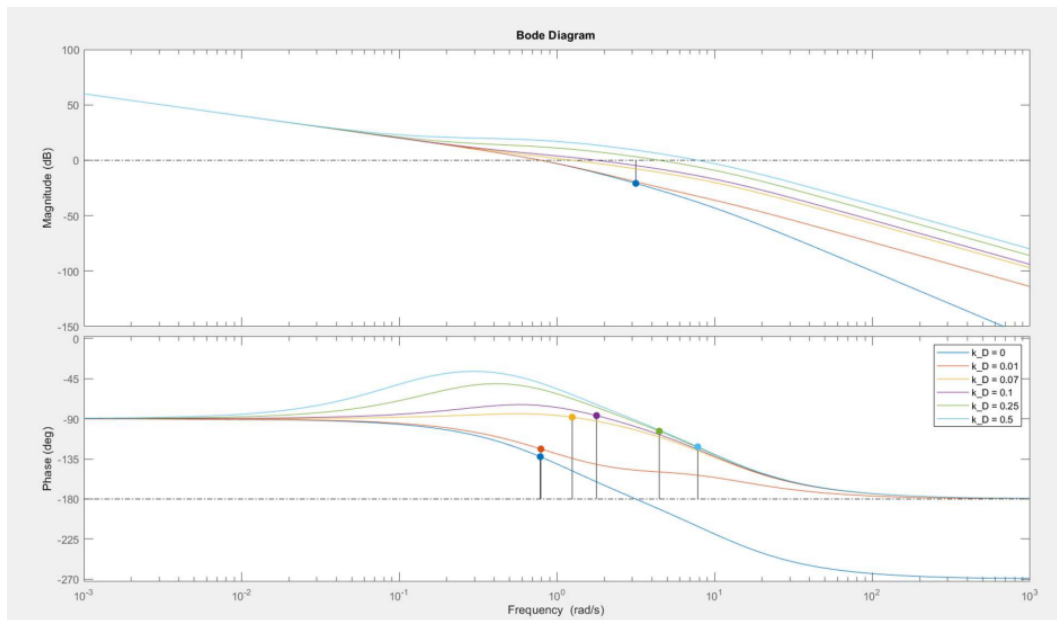
$k_p \left(1 + \frac{k_D s}{k_p} \right) \Rightarrow k_D = 0 \Rightarrow PM = 47.4, \omega = 0.1784$
 $k_D = 0.05$

$\omega = 0.7$
 برای $\omega = 0.7$ $\frac{k_p}{k_D} = 0.7 \Rightarrow k_D = 0.071 \Rightarrow C(s)G(s) \Rightarrow PM = 92^\circ$
 بیشترین مقدار که در آن می توان PM داشت $k_D = 0.071$

• رسم فیلد پلوس از 45° می توان فارغ از ω برای k_D به دست می آید.
 $\omega = 0.5$
 $\frac{k_p}{k_D} = 0.5 \Rightarrow k_D = 0.1 \Rightarrow C(s)G(s) \Rightarrow PM = 93.15$
 به ترتیب بعد از این میزان فارسی به کاهش می کند.



رسم نمودار ودی به ازای k_D های مختلف:



همان‌طور که بالاتر محاسبه کردیم، با تقریب خوبی به ازای k_D بین 0.07 تا 0.1 بیشترین مقدار حاشیه فاز را داریم. برای k_D مساوی با 0.1 را به دست می‌آوریم. حاشیه بهره و پهنای باند در نمودارهای بالا مشخص شده است.



سوال ۵

5) الف) $G(s) = \frac{10}{s(s-2)}$ $mp = 4.3\%$
 $t_s = 1$
 $mp = e^{\frac{-\zeta n}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.043 \Rightarrow \zeta = 0.707$ $t_s = \frac{4}{3\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 5.65$

ب) $T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{31.98}{s^2 + 7.98s + 31.98}$

$\frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} = \frac{T(s)}{1-T(s)} = \frac{31.98}{s^2 + 7.98s} \Rightarrow C(s) = \frac{31.98(s-2)}{10(s+7.98)}$ بدلی = بدلی

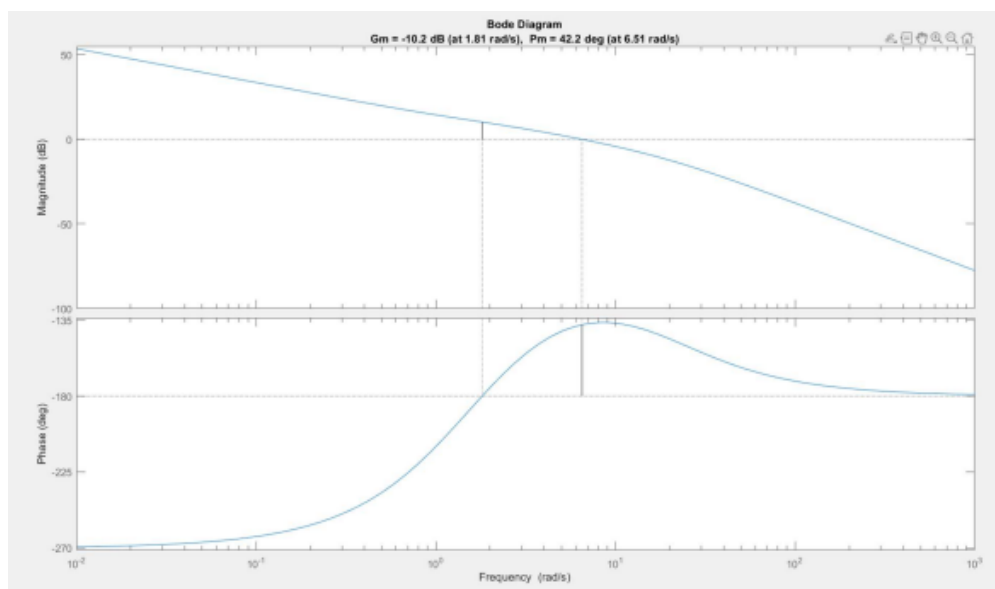
ج) $\omega = 5.65$ $T_d(p.o.) = 1 \Rightarrow T_d(2) = 1$

د) $T_d(s) = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{s}{2} + 1\right)}{(s + 5.65)^3} \Rightarrow T_d(2) = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{2}{2} + 1\right)}{(2 + 5.65)^3} = 1$

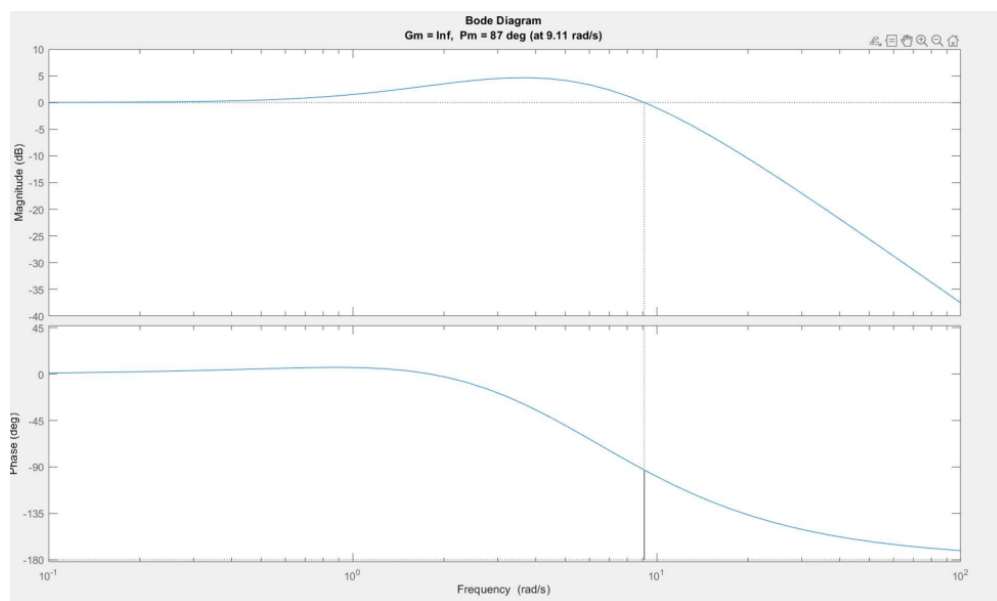
$\Rightarrow \zeta = 1.349$

$T_d(s) = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)}{(s + 5.65)^3} \Rightarrow \frac{1-T_d(s)}{s(s)} = \frac{(5.65)^3 - (5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)}{(s + 5.65)^3}$

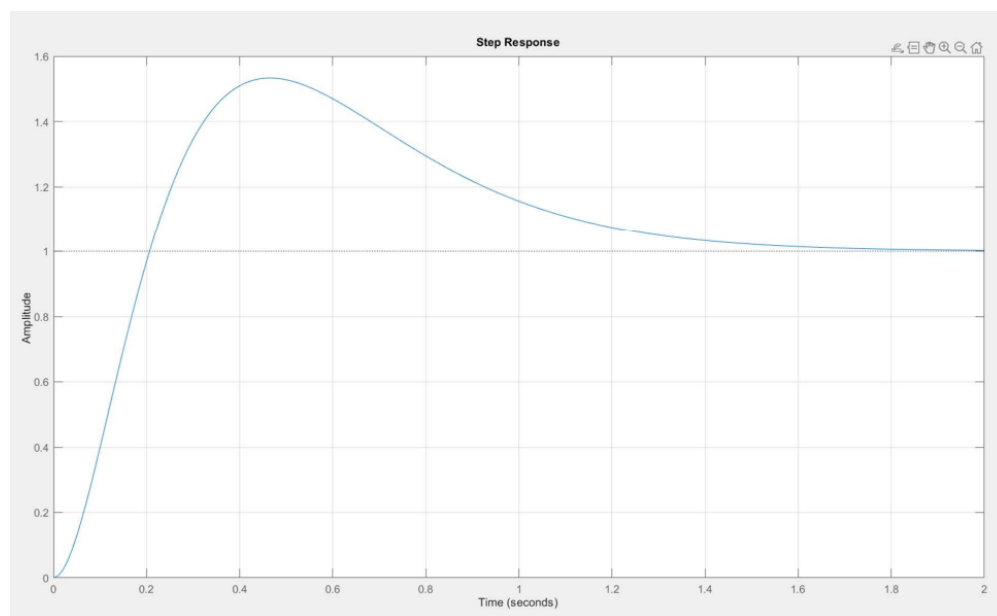
$C(s) = \frac{T_d(s)}{s(s)p(s)} = \frac{(5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)}{\left[s(s + 5.65) + (5.65)^3 \left(\frac{s}{1.349} + 1\right)\right] \times \frac{1}{s(s-2)}}$



شکل ۳: بودی حلقه باز



شکل ۴: بودی حلقه بسته



شکل ۵: پاسخ حلقه بسته



۶ سوال ۶

درجه نسبی سیستم ۲ است و دو شرط درونی یابی داریم. به همین دلیل درجه تابع تبدیل متمم حساسیت را ۴ در نظر می‌گیریم و در ادامه داریم:

$$T_d(s) = \frac{16 \left(\frac{s}{\tau} + 1 \right) \left(\frac{-s+4}{4} \right)}{(s+2)^4} = \frac{4 \left(\frac{s}{\tau} + 1 \right) (-s+4)}{(s+2)^4}$$

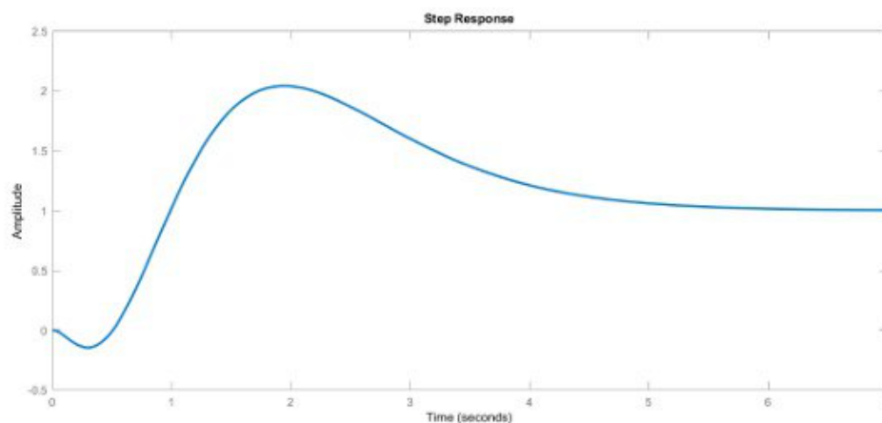
$$T_d(0.5) = \frac{4 \left(\frac{0.5}{\tau} + 1 \right) (-0.5+4)}{(0.5+2)^4} = 1 \rightarrow \tau \approx 0.28$$

$$T_d(s) = \frac{4 \left(\frac{s}{0.28} + 1 \right) (-s+4)}{(s+2)^4}$$

$$S_d(s) = 1 - T_d(s) = \frac{s(s-0.4973)(s^2+8.497s+42.51)}{(s+2)^4}$$

$$C = \frac{T_d(s)}{S_d(s)P(s)}$$

$$C = \frac{-14.286 s(s+6)(s+2)^4(s-4)(s-0.5)(s+0.28)(s^2+2s+6)}{s(s+4.303)(s+2)^4(s+0.6972)(s-4)(s-0.4973)(s^2+8.497s+42.51)}$$



شکل ۶: رسم نمودار زمانی با کنترلر