دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکدهٔ مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

کنترل خطی

پاسخ تمرین ۱

نام و نام خانوادگی	مبینا جمالی
شمارهٔ دانشجویی	۴۰۲۱۶۳۶۳
تاریخ	آبان ۱۴۰۴

۱ سوال یک

از قاعده ی میسون استفاده می کنیم و نمودار SPG آن را می کشیم و پارامتر های خواسته شده را بدست می اوریم.

$$T = \frac{\sum_{k=1}^{N} P_k \Delta_k}{\Delta} \quad (۱)$$

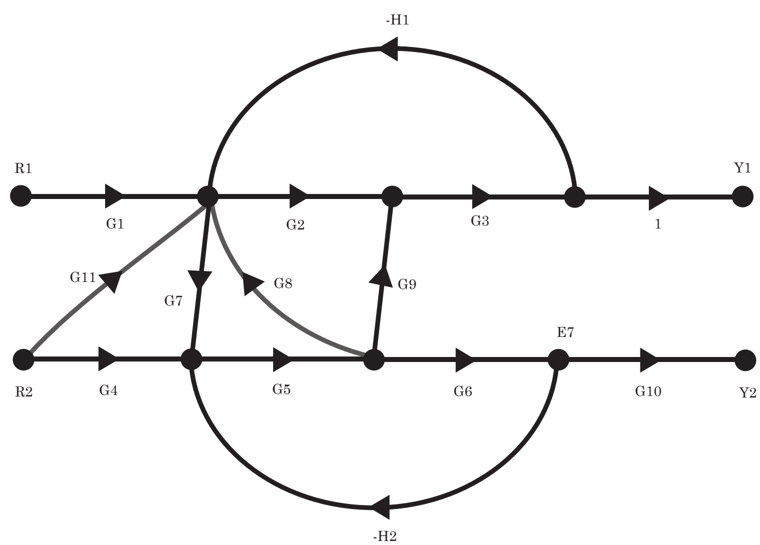
که در آن:

- T : تابع انتقال کل سیستم
- P_k : بهرهٔ مسیر پیشرو kام
- Δ : تعیین‌کننده کلی سیستم، برابر است با

$$\Delta = 1 - (\text{Sum of individual loop gains}) + (\text{Sum of gain products of two non-touching loops}) - \cdots$$

- Δ_k : همان Δ است ولی با حذف حلقه‌هایی که با مسیر پیشرو kام همبستگی دارند.

[۱]



در قدم اول تعداد مسیر های پیشرو و حلقه ها و بهره های هریک را بدست می اوریم. مسیرهای پیشرو از R_2 به Y_1 را به‌صورت :

$$P_1 = G_{11}G_2G_3,\ P_2 = G_4G_5G_9G_3,\ P_3 = G_{11}G_7G_5G_9G_3,\ P_4 = G_4G_5G_8G_2G_3$$

است.

و حلقه ها به صورت زیر می باشند:

[1]SFG : Signal Flow Graph

$$L_1 = -G_2G_3H_1,$$
$$L_2 = -G_5G_6H_2,$$
$$L_3 = G_7G_5G_8,$$
$$L_4 = -G_7G_5G_9G_3H_1,$$

از بین این چهار حلقهٔ موجود در نمودار، فقط دو حلقهٔ $-G_2G_3H_1$ و $-G_5G_6H_2$ دو به دو اشتراکی با یکدیگر ندارند.
همچنین هیچ سه حلقه‌ای وجود ندارد که هیچ‌گونه اشتراکی با هم نداشته باشند.
با توجه به مسئله: تنها زوج حلقه‌های غیرهم‌اشتراکی، L_1 و L_2 هستند و هیچ مجموعهٔ سه‌تایی غیرهم‌اشتراکی‌ای وجود ندارد. بنابراین تعیین‌کنندهٔ کلی Δ برابر است با:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_2),$$

$$=> \Delta = 1 - G_7G_5G_8 + G_2G_3H_1 + G_5G_6H_2 + G_7G_5G_9G_3H_2 + G_2G_3G_5G_6H_1H_2$$

در اخر برای تابع تبدیل داریم:

$$\frac{Y_1}{R_2} = \frac{\sum_{k=1}^{4} P_k\,\Delta_k}{\Delta} = \frac{(G_{11}G_2G_3)(-G_5G_6H_2) + (G_4G_5G_9G_3)(1) + (G_{11}G_7G_5G_9G_3)(1) + (G_4G_5G_8G_2G_3)(1)}{1 - G_7G_5G_8 + G_2G_3H_1 + G_5G_6H_2 + G_7G_5G_9G_3H_2 + G_2G_3G_5G_6H_1H_2}$$

قسمت ب)

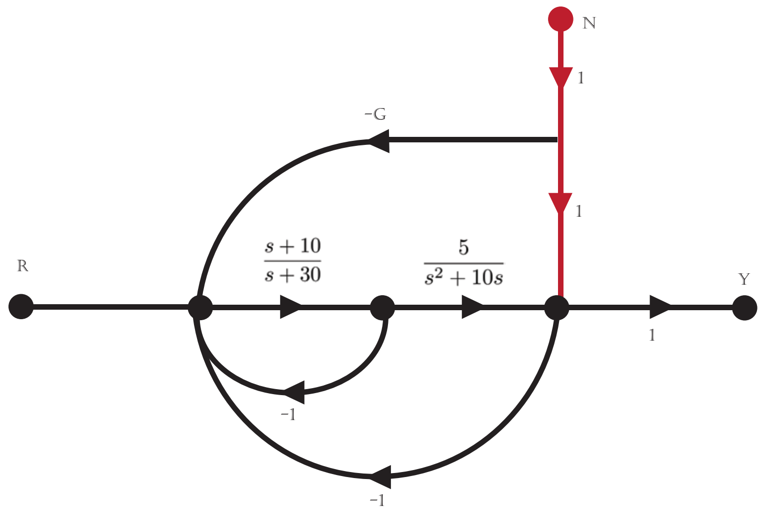
حال مسیرهای پیشرو از E_7 به E_4 را مشخص میکنیم :

$$P_1 = -G_5G_9G_3H_2,\ P_2 = -G_5G_8G_2G_3H_2,$$

$$\frac{E_4}{E_7} = \frac{\sum_{k=1}^{2} P_k\,\Delta_k}{\Delta} = \frac{(-G_5G_9G_3H_2)(1) + (-G_5G_8G_2G_3H_2)(1)}{1 - G_7G_5G_8 + G_2G_3H_1 + G_5G_6H_2 + G_7G_5G_9G_3H_2 + G_2G_3G_5G_6H_1H_2}$$

۲ سوال دو

نمودار SFG را برای سیستم رسم می کنیم و سعی می کنیم با استفاده از قاعده میسون نویز را از بین ببریم



برای اینکه نویز در خروجی حذف شود باید $T_{yn}(s) = \frac{Y(s)}{N(s)}$ کمینه یا صفر شود لذا نیازی به محاسبه Δ نیست و درواقع باید حاصل ضرب و فقط صورت کسر باید برابر با صفر شود.

$$P_1 = 1 \times 1,\ P_2 = -G \times \frac{s+10}{s+30} \times \frac{5}{s^2+10s}$$

$$P_1K_1 + P_2K_2 = 0 = 1 \times \left(1 + \frac{s+10}{s+30}\right) + (-G \times \frac{s+10}{s+30} \times \frac{5}{s^2+10s})(1)$$

$$\Rightarrow \quad G = \frac{2s}{5}(s+20)$$

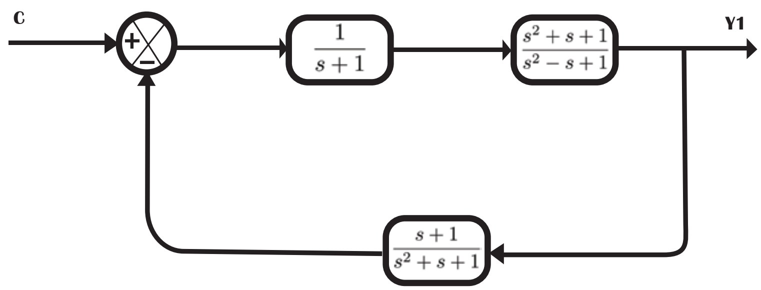
۳ سوال سوم

الف) برای این سیستم داریم:

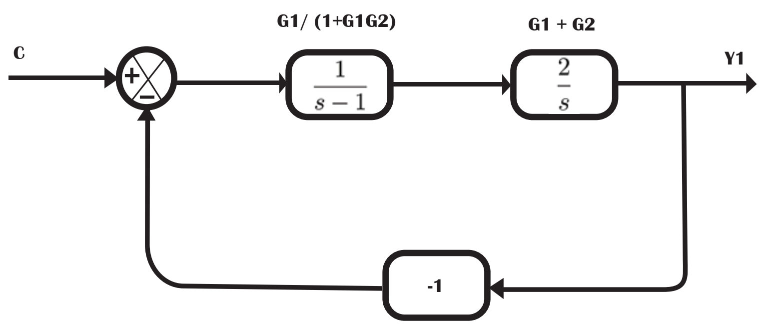
$$\Rightarrow \quad \frac{Y_1}{C} = \frac{G_1}{1 + G_1\left(\frac{s+1}{s^2+s+1}\right)} = \frac{s^2+s+1}{s^3+s+2} \Rightarrow \qquad G_1 = \frac{s^2+s+1}{s^3+1}$$

حالا این تابع را به دو تابع جدا از هم تقسیم میکنیم و انها را مستقل از هم میکشیم.

$$G_2 = \frac{1}{s+1} \quad , \quad G_3 = \frac{s^2+s+1}{s^2-s+1}$$

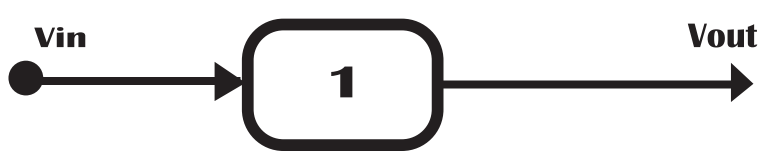


ب)در این قسمت هم نیز مانند قبل عمل میکنیم.



$$\Rightarrow \qquad \frac{Y_1}{C} = \frac{2}{s^2-s-2}$$

ج)در این قسمت نیز نمدار را ساده می کنیم و داریم: (چون ورودی مستقیما به خروجی متصل شده است و مستقل از عناصر است)



$$\Rightarrow \qquad \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1$$

۴ سوال چهارم

پارامتر های داده شده در متلب را استخراج میکنیم و داده هارا می نویسیم

$J = 0.01$ ممان اینرسی

$b = 0.1$ ضریب اصطکاک

$K = 0.01$ ثابت طراحی

$R = 1$ مقاومت آرمیچر

$L = 0.5$ اندوکتانس

حالا روابط را مینویسیم و سپس به حوزه ی لاپلاس میبریم>

$$\begin{cases} 0.01\,\dfrac{d\omega(t)}{dt} + 0.1\,\omega(t) = 0.01\,i(t), \\ 0.5\,\dfrac{di(t)}{dt} + 1\,i(t) + 0.01\,\omega(t) = V(t). \end{cases}$$

$$Js\,\Omega(s) - J\,\omega(0) + b\,\Omega(s) = K\,I(s),$$

$$Ls\,I(s) - L\,i(0) + R\,I(s) + K\,\Omega(s) = V(s).$$

$$(Js + b)\,\Omega(s) = K\,I(s),$$

$$(Ls + R)\,I(s) + K\,\Omega(s) = V(s).$$

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K}{LJ\,s^2 + (Lb + RJ)\,s + \left(Rb + K^2\right)}.$$

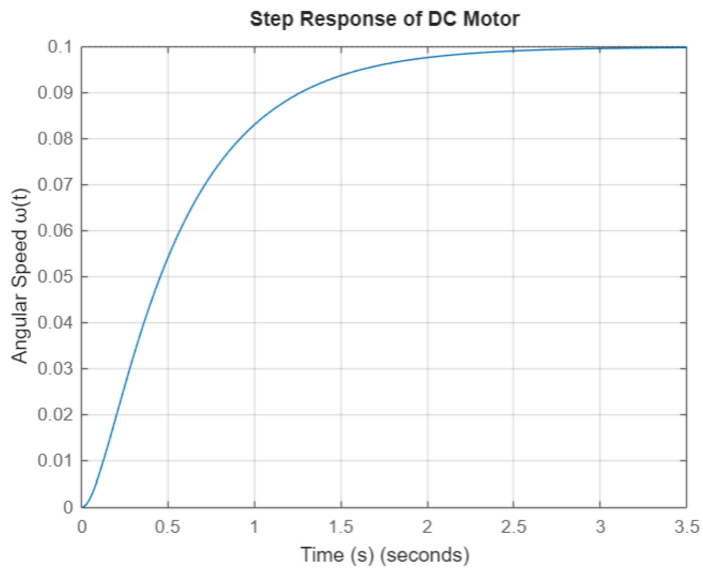
$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{0.01}{0.005\,s^2 + 0.06\,s + 0.1001} = \frac{100}{50\,s^2 + 600\,s + 1001}.$$

با توجه به تابع تبدیل میتوان مقادیر فرکانس طبیعی نامیرا و نسبت میرایی را حساب کرد :

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{1001}{50}} \approx 4.474, \qquad 2\zeta\omega_n = 12, \Rightarrow \zeta \approx 1.34$$

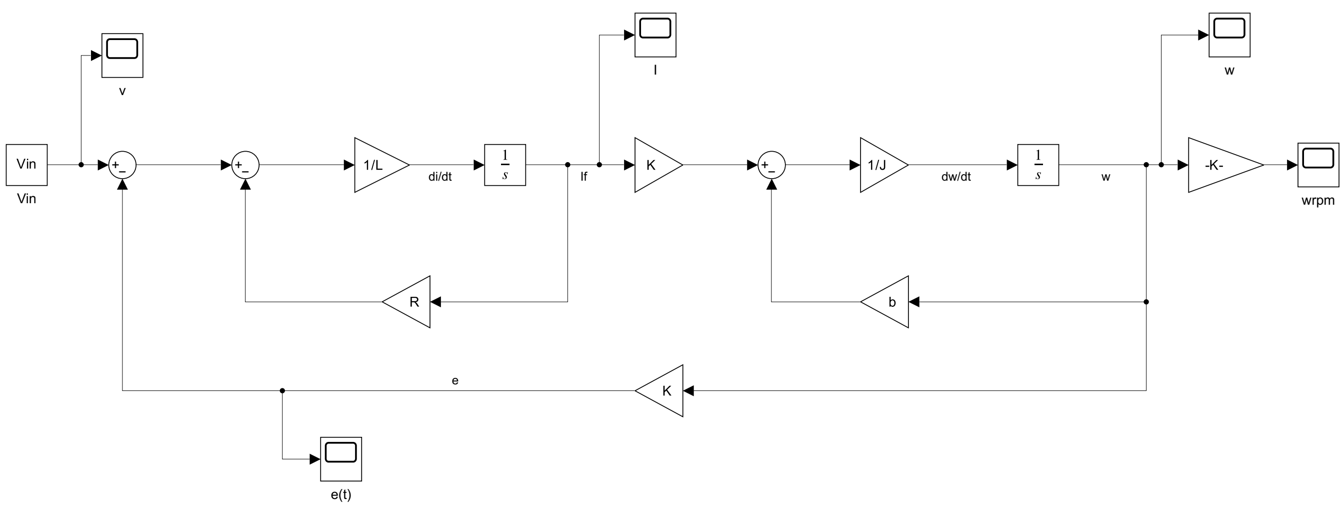
چون $\zeta > 1$ پس پاسخ پله این سیستم در حوزه ی زمان به صورت زیر است و نمودار ان در متلب نیز به شکل زیر است.

$$y(t) = K(1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2}))$$



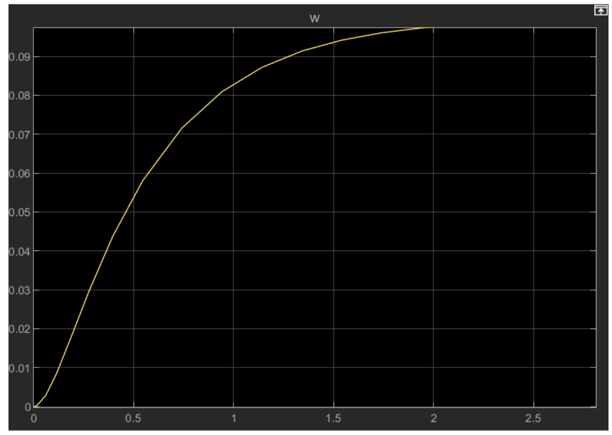
شکل ۱: Step Response

پس بلوک دیاگرامی سیستم به صورت زیر است:

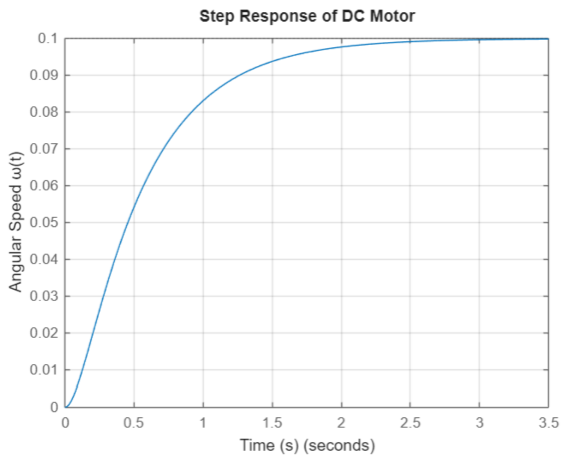


شکل ۲: DC Machine Model

که نیمه اول مدل مربوط به رابطه الکتریکی حاکم بر ماشین DC می شود و بقیه آن مربوط به رابطه مکانیکی و همچنین مشاهده میشود از بلوک های بهره و انتگرال گیر در طراحی استفاده شده است.



شکل ۳: ورودی پله به سیستم مدل شده



شکل ۴: فایل متلب داده شده

برای ساده‌سازی و فشرده‌سازی مدل، می‌توان بلوک‌ها را در قالب یک Subsystem تجمیع کرده و تنها ورودی‌ها و خروجی‌های اصلی را به آن متصل نمود. در این ساختار، ورودی‌ها شامل $V(t)$ و T_l بوده و خروجی‌ها ω و i هستند. همچنین، بخش‌های الکتریکی و مکانیکی موتور را می‌توان به‌صورت مجزا درون Subsystemهای جداگانه قرار داد تا مدار نهایی ساختاری منظم‌تر و جمع‌وجورتر داشته باشد.