مثال 2-4 → ***

③ momentum

① ②

فصل دوم → حل تحلیلی ODE → rad + نفوذ + جریان + واکنش
cond
conv
energy + جریان

معادلات کامل → $m(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ → 36

تفکیک پذیر → $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$

مرتبه اول خطی → $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ → cte, شبیه y

برنولی → $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$

Page 37 of slides

مرتبه دوم خطی → $f(x)\frac{d^2y}{dx^2} + g(x)\frac{dy}{dx} + h(x)y = r(x)$

همگن + ضرایب ثابت → $f(x)=a \quad g(x)=b \quad h(x)=c \quad r(x)=0$

$d/dt = D \rightarrow aD^2 + bD + C = 0$

غیرهمگن → $r(x) = 0$

→ $y(x) = y_h + y_p$ → $r(x)$ → جدول ص 44 اسلاید

کوشی-اولر → $x^2y'' + axy' + by = 0$

→ $m^2 + (a-1)m + b = 0$

$c_1 x^{m_1} +$ ← حقیقی

cte ← f ← ضرب

!! حالت کلی bessel

سری توانی ← مک‌لورن + تیلور

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$$

$$e^{ax} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ax)^n}{n!} \rightarrow \text{Loop maths}$$

فروبنیوس

$$\rightarrow x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x p(x) \frac{dy}{dx} + Q(x) y = 0$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}$$ ← باید در معادله صدق کند

$$r^2 + (P_0 - 1) r + Q_0 = 0$$

Bessel ← $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - p^2) y = 0$

$p(x) = 1$

$Q(x) = x^2 - p^2$

$+x^2$

J ← نوع اول و غیر صحیح صفر

Y ← نوع دوم و $p=n$ صفر نباشد

I ← نوع سوم و اول اصلاح شده

K ← نوع چهارم و دوم اصلاح شده

اصلاح شده

اصلاح شده ← $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + p^2) y = 0$

$-x^2$

صفحه 58

matab ۱۶ ص

0 while err > 10^{-4} (1e-4) → ... → end

err = 1

precondition

matlab → a(3) → ادامه
a(2)

فصل سوم

روش تکرار → $x_{m+1} = g(x_m)$ $|g'(x)| < 1$

روش وگستین → $x_1 = g(x_0)$ $x_{m+1} = \dfrac{x_{m-1}\, g(x_m) - x_m\, g(x_{m-1})}{x_{m-1} - g(x_{m-1}) - x_m + g(x_m)}$

جمله m, m-1

نیوتن رافسون → $x_{m+1} = x_m - \dfrac{f(x_m)}{f'(x_m)}$ → تقارب بیشتر

وتری (سکانت) → $x_{m+1} = x_m - \dfrac{f(x_m)(x_m - x_{m-1})}{f(x_m) - f(x_{m-1})}$

$\dfrac{\delta f(x_m)}{f(x_m+\delta) - f(x_m)}$

نابجایی → $x_{m+1} = \dfrac{x_m f(b) - b f(x_m)}{f(b) - f(x_m)}$

حل دستگاه

غیرخطی → نیوتن رافسون → معادله → $x = g(x)$

→ $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \cdots & \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$

$J \Delta x = b$ → $b = \begin{bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$ → $f(x) = 0$

$\Delta x = J^{-1} \cdot b$

برازش → $y(x) \simeq P_n(x)$ $= y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0)$
$+ \dfrac{y''(x_0)(x - x_0)^2}{2!} + \dots$

حداقل مربعات خطا → $S = \sum_{i=0}^{K} e_i^2$ $\begin{bmatrix} K+1 & \sum_{i=0}^{K} x_i \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{K} x_i & \sum_{i=0}^{K} x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب

$e_i = y_i - \hat{y}_i$

→ $a_0 + a_1 x$

ماتریس جواب → $\begin{bmatrix} \sum_{i=0} y_i \\ \sum_{i=0} x_i y_i \end{bmatrix}$

$X^T X a = X^T y \rightarrow a = (X^T X)^{-1} X^T y$

گرادشده

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{2,1} \\ 1 & x_{1,2} & \\ \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

$\Delta x = \dfrac{b-a}{K}$

$R^2 \rightarrow$ فرمول

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - f_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$$

انتگرال گیری عددی $\rightarrow$ ① مستطیل – ② ذوزنقه – ③ سیمپسون $\frac{1}{3}$ – ④ سیمپسون $\frac{3}{8}$

① $\rightarrow \dfrac{\Delta x}{2}\left[y(x_0) + 2\sum_{i=1}^{K-1} y(x_i) + y(x_K)\right]$

اول و آخر

② $\rightarrow \dfrac{\Delta x}{3}\left[y(x_0) + 4\sum_{i=0}^{K-1} y(x_{2i+1}) + 2\sum_{i=1}^{K-2} y(x_{2i}) + y(x_K)\right]$

فرد زوج

مشتق گیری عددی

$\rightarrow \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} = y' \qquad y'' = \dfrac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta x^2}$

فصل هشتم $\leftarrow$ اویلر $\rightarrow y(t+\Delta t) = y(t) + y'(t)\Delta t + \dfrac{y''(t)}{2}\Delta t^2 + \cdots \simeq y(t) + f\Delta t$

$\hookrightarrow y'(t)$

اویلر $\rightarrow y(t+\Delta t) = y(t) + f\Delta t$

فصل f   mat32 شیدگی

یک نقطه

0 مقدار اولیه IVP

1

BVP → ~~...~~ → $Z = \frac{dT}{dx}$ $Y = \begin{bmatrix} T \\ Z \end{bmatrix}$

در دو نقطه

IVP / در یک نقطه

سفتی → فاکتور عمل $Y \to F = \begin{bmatrix} Z \\ Z' \end{bmatrix}$

در معادلات با الگوریتم   معادلات مشتق دوم

تغییر ← ... معادله

در دو نقطه BVP → finite difference → تفاضل محدود

تعیین شرط → $\underset{\text{on}}{n}$ ، $=nd+1$ $\Delta x = \frac{L}{nd}$

divisions

$\frac{d^2T}{dx^2} \to \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{\Delta x^2}$ $\frac{dT}{dx} \to \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x}$

میانی

$A(i, i-1)$ $A(i,i)$ $A(i, i+1)$

شرایط مرزی → $A(n,n)$? $A(n,n-1)$? → نقطه نهایی $A(1,1)$ → اولیه

تغییر ضرایب

در سوال ها

→ تغییر بیا ابعاد مرزی نوع ۱ ـ 2 ـ 3

(۱) → $A(1,1)$ ، $A(n,n)$ صدر

(۲) → ״ ، ״ ، $A(n,n-1)$ مشتق

(۳) → ״ ״ ״   ترکیبی

جای ابعاد ← معادله ثابت

mat38 → با تقسیم تقسیم

* دستگاه معادلات غیرخطی → ماتریس [illegible] ← بردار غیر صفر

T I

حدس اولیه برای ژاکوبین ضروری است

گام ۲ تیک

فصل A → نقطه ضمنی صریح imp

اسمی در ضمنی

ضمنی exp

گام ۲ تیک → m, i

گام ۳ هم

گام ۲ الف → $m+1, i$ یا $m, i+1$

شرایط ← از ضمن متغیر و p

تعداد اطلاعات مرزی

برای ۲ حالت ← مبنای

↓

فصل → بردار

معادله ماتریس ضرایب

↓

فصل حلقه کلید → $T(1,0)$ ، $T(0,1)$

خود یا هم

که نسبت به شکل ربط ۵ آمر $T(m,n)$ یا $T(0,n)$ ⇒ نوع اول

در حلقه ← نوع دوم قبل

150 در مرحله $T_{m+1,i+1} - T_{m+1,i}$

که ۳ و ۵ ندارد

$T_{m+1,2} - T_{m+1,1}$

در شکل طوری ۲ و ۳

اولیه

گرادنک لاپلیون سه گره شده

Elliptic $\rightarrow$

$$
\begin{cases}
T_{i,j} = T_K \\
T_{i,j-1} = T_{K-1} \\
T_{i,j+1} = T_{K+1} \\
T_{i-1,j} = T_{K-ny} \\
T_{i+1,j} = T_{K+ny}
\end{cases}
$$

یک ردیف y جا به یک ny

↓

یک واحد y

شرایط مرزی

$x=0 \rightarrow 1:ny$ همه y ها در اول	$x=W \rightarrow n-ny:n$ همه y های آخر
$y=0 \rightarrow 1:ny:n-ny$ همه x ها	$y=H \rightarrow ny:ny:n$