

سوال 1) توابع MSE و Cross Entropy Loss مقایسه کنید.

MSE میانگین مربع اختلاف بین مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل (\hat{y}) و مقادیر واقعی (y) است. به طور ریاضی، برای یک مجموعه داده با اندازه n ، MSE به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$MSE = (1/n) * \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

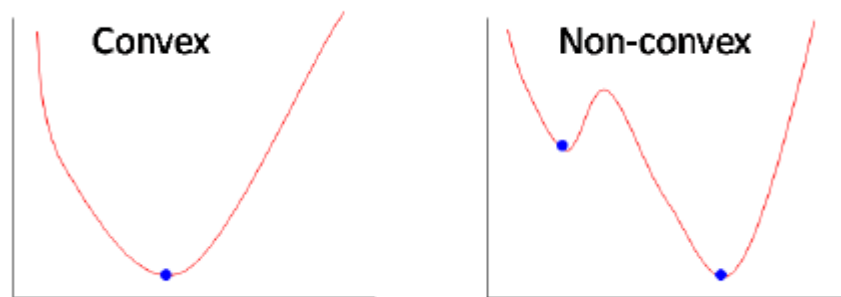
Log Likelihood لگاریتم احتمال وقوع داده‌های مشاهده شده، با توجه به پارامترهای مدل است. برای یک مدل با پارامترهای θ و داده‌های مشاهده شده $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ، Log Likelihood به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\log L(\theta|X) = \sum \log p(x_i|\theta)$$

که در آن $p(x_i | \theta)$ احتمال مشاهده داده x_i با توجه به پارامترهای مدل θ است. هرچه مقدار Log Likelihood بیشتر باشد، احتمال اینکه داده‌های مشاهده شده توسط مدل تولید شده باشند، بیشتر است در صورتی که داده‌ها دارای توزیع نرمال باشند، می‌توان نشان داد که بهینه‌سازی MSE معادل بهینه‌سازی Log Likelihood است. این به این دلیل است که در توزیع نرمال، تابع چگالی احتمال به صورت نمایی است و گرفتن لگاریتم از آن، باعث می‌شود که عبارت به یک فرم مشابه MSE تبدیل شود. در بسیاری از الگوریتم‌های یادگیری ماشین، هدف ما بهینه‌سازی تابع زیان است. بهینه‌سازی NLL به معنای حداکثر کردن Log Likelihood است. با توجه به اینکه اکثر الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای حداقل‌سازی طراحی شده‌اند، استفاده از NLL به ما اجازه می‌دهد از این الگوریتم‌ها برای حداکثر کردن Log Likelihood استفاده کنیم.

Log Loss نسبت به MSE به داده‌های Outliers حساس‌تر است.

از آنجایی که در Logistic Regression تابع MSE یک Non Convex است بنابراین ممکن است که در مینیمم محلی گیر کند بنابراین استفاده از این Loss Function گزینه خوبی نیست.



Convex vs. non-convex

در لینک زیر اثباتی برای Convex بودن Log Loss رو میتونیم ببینیم:

[Why not MSE as a loss function for logistic regression? \(readmedium.com\)](https://readmedium.com/Why-not-MSE-as-a-loss-function-for-logistic-regression?)

Negative Log-Likelihood (NLL) در واقع همان Log Likelihood است که علامت منفی به آن اضافه شده است.

ویژگی	Log Loss	MSE
تفسیر	احتمالی	میانگین مربع خطا
حساسیت به اطمینان	زیاد	کم
حساسیت به مقادیر پرت	زیاد	کم
پیچیدگی محاسباتی	زیاد	کم
مناسب برای	داده‌های تمیز، مسائل چند کلاسه، مدل‌های احتمالی	داده‌های با نویز زیاد، مسائل رگرسیون

سوال 2) تفاوت معیار های ارزیابی f1-score و منحنی ROC و AUC چیست؟

ROC AUC مساحتی زیر منحنی ROC را نشان می‌دهد. منحنی ROC نموداری است که نرخ مثبت کاذب (FPR) را بر حسب نرخ مثبت صحیح (TPR) ترسیم می‌کند. ROC AUC توانایی مدل در تمایز بین نمونه‌های مثبت و منفی را به طور کلی اندازه‌گیری می‌کند. هرچه مقدار ROC AUC به 1 نزدیک‌تر باشد، مدل بهتر می‌تواند نمونه‌ها را از هم تفکیک کند.

ROC AUC زمانی مفید است که :

- داده‌ها نامتعادل باشند: یعنی تعداد نمونه‌های مثبت و منفی به شدت متفاوت باشد.
- هزینه خطاهای مختلف یکسان نباشد: یعنی هزینه اشتباه گرفتن یک نمونه مثبت به عنوان منفی با هزینه اشتباه گرفتن یک نمونه منفی به عنوان مثبت برابر نباشد.

F1-score میانگین هارمونیک دقت (precision) و فراخوانی (recall) است. دقت نشان می‌دهد که از نمونه‌هایی که مدل مثبت پیش‌بینی کرده است، چه تعداد واقعاً مثبت هستند. فراخوانی نشان می‌دهد که از تمام نمونه‌های مثبت، چه تعداد توسط مدل به درستی پیش‌بینی شده‌اند. F1-score توازن بین دقت و فراخوانی را اندازه‌گیری می‌کند. هرچه F1-score به 1 نزدیک‌تر باشد، مدل هم دقت و هم فراخوانی بالاتری دارد.

F1-score زمانی مفید است که :

- توازن بین دقت و فراخوانی مهم باشد: مثلاً در سیستم‌های تشخیص تقلب، هم تشخیص درست تقلب‌ها (دقت) و هم تشخیص ندادن اشتباه تراکنش‌های سالم به عنوان تقلب (فراخوانی) مهم است.

- هزینه خطاهای مختلف تقریباً یکسان باشد: یعنی هزینه اشتباه گرفتن یک نمونه مثبت به عنوان منفی و هزینه اشتباه گرفتن یک نمونه منفی به عنوان مثبت تقریباً برابر باشد.

PR AUC مساحتی زیر منحنی دقت-فراخوانی را نشان می‌دهد. منحنی دقت-فراخوانی نموداری است که دقت را بر حسب فراخوانی ترسیم می‌کند. PR AUC، توانایی مدل در تشخیص نمونه‌های مثبت واقعی را در میان تمام نمونه‌هایی که به عنوان مثبت پیش‌بینی شده‌اند، اندازه‌گیری می‌کند. زمانی که داده‌ها نامتعادل باشند و تشخیص نمونه‌های مثبت واقعی از اهمیت بالایی برخوردار باشد، PR AUC معیار مناسبی است.

ROC AUC برای ارزیابی کلی عملکرد مدل مناسب است .

PR AUC برای ارزیابی توانایی مدل در تشخیص نمونه‌های مثبت واقعی در داده‌های نامتعادل مناسب است.

$$F_{beta} = (1 + \beta^2) \frac{precision * recall}{\beta^2 * precision + recall}$$

F1-score