

## تمرین ۲ - مازندرانیان - ۸۳۰۴۰۲۰۶۶

```
AStar

import heapq

def a_star(initial_state, goal_state):
    def get_successors(state):
        from copy import deepcopy
        for i in range(3):
            for j in range(3):
                if state[i][j] == 0:
                    empty_pos = (i, j)
                    break
            moves = [(-1, 0), (1, 0), (0, -1), (0, 1)]
            successors = []
            for move in moves:
                new_i, new_j = empty_pos[0] + move[0], empty_pos[1] + move[1]
                if 0 <= new_i < 3 and 0 <= new_j < 3:
                    new_state = deepcopy(state)
                    new_state[empty_pos[0]][empty_pos[1]], new_state[new_i][new_j] =
                    new_state[new_i][new_j], new_state[empty_pos[0]][empty_pos[1]]
                    successors.append(new_state)
            return successors

    def manhattan_distance(state, goal_state):
        distance = 0
        for i in range(3):
            for j in range(3):
                if state[i][j] != 0:
                    value = state[i][j]
                    goal_i, goal_j = [(index // 3, index % 3) for index, num in
                    enumerate(sum(goal_state, [])) if num == value][0]
                    distance += abs(i - goal_i) + abs(j - goal_j)
        return distance

    def print_state(state, step):
        print(f"Step {step}:")
        for row in state:
            print(row)
        print("-")

    frontier = []
    heapq.heappush(frontier, (0, initial_state, 0, []))
    visited = set()

    step = 0
    while frontier:
        f, current_state, g, path = heapq.heappop(frontier)

        print_state(current_state, step)
        step += 1

        if current_state == goal_state:
            path.append(current_state)
            print("Found Path:")
            for i, state in enumerate(path):
                print_state(state, i)
            return g

        state_tuple = tuple(tuple(row) for row in current_state)
        if state_tuple in visited:
            continue
        visited.add(state_tuple)

        for successor in get_successors(current_state):
            if tuple(tuple(row) for row in successor) not in visited:
                g_new = g + 1
                h_new = manhattan_distance(successor, goal_state)
                f_new = g_new + h_new
                heapq.heappush(frontier, (f_new, successor, g_new, path + [current_state]))

    return -1

initial_state = [
    [7, 2, 8],
    [4, 5, 6],
    [3, 0, 1]
]

goal_state = [
    [1, 2, 3],
    [7, 6, 5],
    [8, 0, 4]
]

result = a_star(initial_state, goal_state)
print("Minimum moves to reach goal:", result)
```

کد از الگوریتم  $A^*$  برای حل پازل ۸ استفاده می‌کند. ابتدا تابع `get_successors` تمام حالات ممکن بعد از جابجایی خانه خالی را تولید می‌کند. تابع `manhattan_distance` برای هر حالت مقدار تابع هزینه تخمینی را محاسبه می‌کند. تابع `print_state` در هر مرحله وضعیت کنونی را نمایش می‌دهد. الگوریتم با استفاده از یک صف اولویت‌دار (heapq) اجرا می‌شود و در هر مرحله گره‌ای با کمترین هزینه را انتخاب می‌کند. اگر گره انتخابی همان وضعیت هدف باشد، مسیر حل نمایش داده می‌شود. در غیر این صورت، وضعیت فعلی به مجموعه بازدیدشده‌ها اضافه شده و همسایه‌های آن بررسی می‌شوند. برای هر همسایه، مقدار جدید `g` و `h` محاسبه شده و وضعیت در صف قرار می‌گیرد. در نهایت، تعداد حداقل حرکات موردنیاز برای رسیدن به وضعیت هدف چاپ می‌شود.

```

    Efficient AStar

import heapq

class PuzzleNode:
    def __init__(self, state, parent=None, g=0):
        self.state = state
        self.parent = parent
        self.g = g
        self.h = improved_heuristic(state, goal_state)
        self.f = self.g + self.h

    def __lt__(self, other):
        return self.f < other.f

    def get_neighbors(self):
        neighbors = []
        empty_x, empty_y = [(i, j) for i in range(3) for j in range(3) if self.state[i][j] == 0][0]
        moves = [(-1, 0), (1, 0), (0, -1), (0, 1)]

        for dx, dy in moves:
            new_x, new_y = empty_x + dx, empty_y + dy
            if 0 <= new_x < 3 and 0 <= new_y < 3:
                new_state = [row[:] for row in self.state]
                new_state[empty_x][empty_y], new_state[new_x][new_y] = new_state[new_x][new_y], new_state[empty_x][empty_y]
                neighbors.append(PuzzleNode(new_state, self, self.g + 1))

        return neighbors

def a_star(start_state, goal_state):
    open_list = []
    closed_set = set()

    start_node = PuzzleNode(start_state)
    heapq.heappush(open_list, start_node)

    while open_list:
        current_node = heapq.heappop(open_list)

        if current_node.state == goal_state:
            path = []
            while current_node:
                path.append(current_node.state)
                current_node = current_node.parent
            return path[::-1]

        closed_set.add(tuple(map(tuple, current_node.state)))

        for neighbor in current_node.get_neighbors():
            if tuple(map(tuple, neighbor.state)) in closed_set:
                continue
            heapq.heappush(open_list, neighbor)

    return None

def manhattan_distance(state, goal_state):
    distance = 0
    for i in range(3):
        for j in range(3):
            value = state[i][j]
            if value != 0:
                goal_x, goal_y = [(x, y) for x in range(3) for y in range(3) if goal_state[x][y] == value][0]
                distance += abs(i - goal_x) + abs(j - goal_y)

    return distance

def linear_conflicts(state, goal_state):
    conflicts = 0
    for row in range(3):
        state_row = state[row]
        goal_row = goal_state[row]
        goal_positions = [goal_row.index(value) for value in state_row if value in goal_row and value != 0]
        for i in range(len(goal_positions)):
            for j in range(i + 1, len(goal_positions)):
                if goal_positions[i] > goal_positions[j]:
                    conflicts += 1

    for col in range(3):
        state_column = [state[row][col] for row in range(3) if state[row][col] != 0]
        goal_column = [goal_state[row][col] for row in range(3)]
        goal_positions = [goal_column.index(value) for value in state_column if value in goal_column]
        for i in range(len(goal_positions)):
            for j in range(i + 1, len(goal_positions)):
                if goal_positions[i] > goal_positions[j]:
                    conflicts += 1

    return conflicts * 2

def improved_heuristic(state, goal_state):
    return manhattan_distance(state, goal_state) + linear_conflicts(state, goal_state)

initial_state = [
    [7, 2, 8],
    [4, 5, 6],
    [3, 0, 1]
]

goal_state = [
    [1, 2, 3],
    [7, 6, 5],
    [8, 0, 4]
]

solution = a_star(initial_state, goal_state)

if solution:
    print("\nSolution Found in {} steps:".format(len(solution) - 1))
    for step, state in enumerate(solution):
        print("\nStep", step)
        for row in state:
            print(row)
else:
    print("No solution found!")

```

این کد از الگوریتم  $A^*$  برای حل پازل ۸ استفاده می‌کند و از یک معیار بهینه‌تر شامل مجموع فاصله مانهتن و تضادهای خطی استفاده می‌نماید `PuzzleNode`. هر وضعیت را همراه با والد، هزینه و مقدار تابع ارزیابی نگه می‌دارد. تابع `get_neighbors` حرکت‌های ممکن را تولید می‌کند. تابع `linear_conflicts` افزایش‌هایی را که مسیر یکدیگر را مسدود کرده‌اند شناسایی کرده و جریمه‌ای به تابع ارزیابی اضافه می‌کند. الگوریتم با استفاده از صف اولویت‌دار (`open_list`) وضعیت‌های بهینه‌تر را زودتر بررسی کرده و از مجموعه `closed_set` برای جلوگیری از تکرار وضعیت‌ها استفاده می‌کند. پس از رسیدن به حالت هدف، مسیر با استفاده از والدهای هر گره بازسازی شده و نمایش داده می‌شود.

نتیجه	قسمت (ه) (منهتن + تضادهای خطی)	قسمت (و) (منهتن)	مقایسه
قسمت (ه) سریع‌تر است	بررسی تعداد کمتری از گره‌ها	بررسی تعداد بیشتری از گره‌ها	پیچیدگی زمانی
قسمت (ه) بهتر است	حافظه کمتری نیاز دارد	حافظه بیشتری نیاز دارد	پیچیدگی فضایی
تعداد گره‌های $Q$ معیار خوبی است، اما کافی نیست	همچنان معیار تقریبی است	معیار تقریبی برای زمان است	معیار تعداد گره‌های $Q$