



EHT

روش تداخل سنجی و رصد سال 2017

از سیاه چاله مرکز کهکشان مسیه 87

پروژه مروری درس اپتیک

استاد : دکتر رئیسی

معین درخشان - ارمیا اعتمادی

مقدمه

در عکس برداری از سیاهچاله‌ها با چالش‌هایی از جمله فاصله زیاد و ابعاد کوچک سروکار داریم. قطر محدود دهانه تلسکوپ ما را وادار می‌کند تا به روش‌های هوشمندانه‌تری روی آوریم. یکی از دستاوردهای رصدی بشری شک اختراع روش تداخل سنجی است. در این نوشته به رصد سال 2017 گروه "تلسکوپ افق رویداد" در تصویر برداری‌های باکیفیت رادیویی افق رویداد مرکز کهکشان M87 می‌پردازیم. در این نوشتار نیم‌نگاهی به اپتیک همدوسی و نظریه تداخل سنجی داریم و به جنبه‌های عملی و چالش‌های این تکنیک می‌پردازیم.

سیاهچاله‌ها و چالش‌های رصدی آن‌ها

نظریه نسبیت عام انیشتین پیش‌بینی می‌کند که اگر شعاع ستاره‌ای از شعاع شوارتزشیلد آن کوچکتر باشد، به جسمی به نام سیاهچاله بدل می‌شود. رابطه شعاع شوارتزشیلد با جرم به صورت زیر است:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

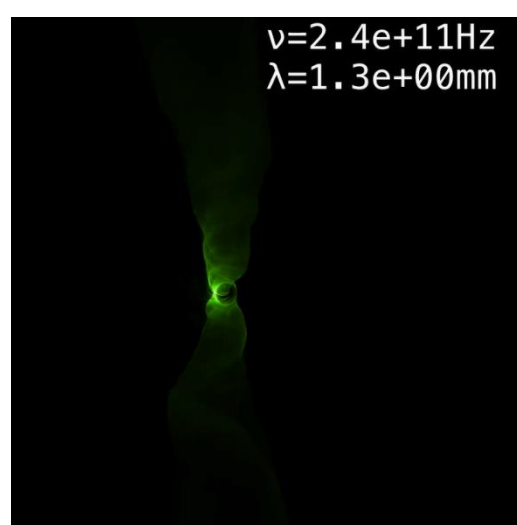
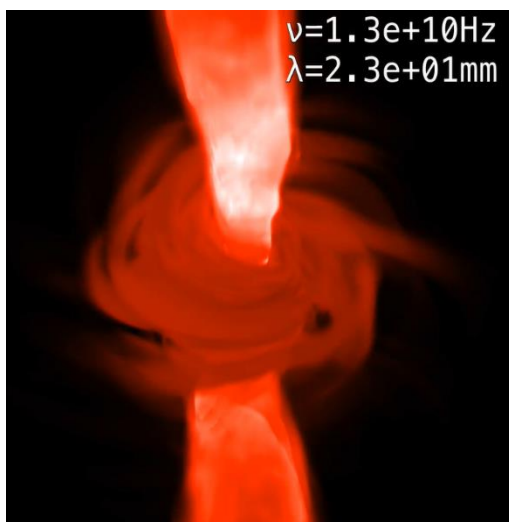
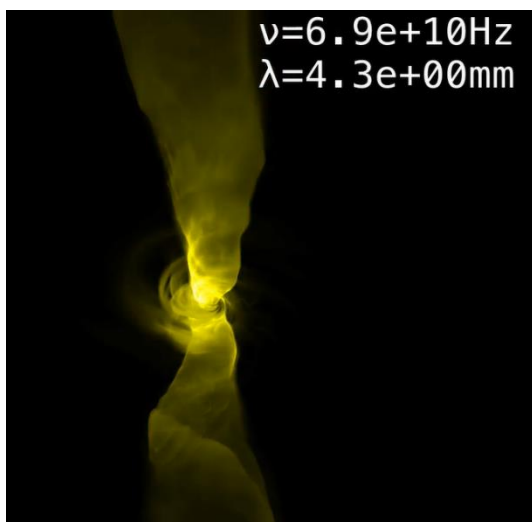
در رصد سیاهچاله پارامتری که برای ما قابل اندازه‌گیری است با شعاع حلقه فوتونی¹ شناخته می‌شود که عبارت است از کم‌ترین فاصله‌ای که یک فوتون می‌تواند بدون سقوط در سیاهچاله از دام جاذبه آن فرار کند. شعاع حلقه فوتونی بر حسب شعاع شوارتزشیلد به صورت زیر است:

$$r_{\text{photon}} = \frac{3}{2} r_s$$

در روابط بالا از چرخش وضعی سیاهچاله چشم‌پوشی شده است.

حول سیاهچاله‌ها (به ویژه سیاهچاله‌های مرکز کهکشان‌ها) دیسک چرخانی از گازهای بسیار داغ وجود دارد که عکس برداری از حلقه فوتونی آن‌ها را بسیار مشکل می‌کند. برای حل این مشکل به سراغ طول موج‌های رادیویی بلند می‌رویم تا تابش ناشی از گازها به حداقل برسد. تصاویر شبیه سازی شده به ازای طول موج‌های متفاوت برای سیاهچاله M-87 آورده شده است.

¹ Photon Ring



شکل 1 - طول موج های شبیه سازی شده متفاوت

طبق شبیه سازی، طول موج مناسب در حدود 1.3 mm است. چالش مهم دیگر، اندازه دهانه تلسکوپ است که ارتباط آن با طول موج مورد نظر و توان تفکیک طبق رابطه رایلی به صورت زیر است:

$$\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

که θ توان تفکیک زاویه‌ی تلسکوپ است و در این مسئله همان شعاع زاویه‌ای حلقه فوتونی است. پس برای محاسبه قطر تلسکوپ داریم:

$$d = 16.4 \pm 0.5 \text{ Mpc} \quad M \approx 6.5 \pm 0.7 \times 10^9 M_{\odot}$$

$$r_{ph} = \frac{3}{2} r_s = \frac{3GM}{c^2} \simeq 9.3 \times 10^{-4} pc$$

$$\theta = \frac{2r_{ph}}{d} \simeq 1.1 \times 10^{-10} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow D = 1.22 \frac{\lambda}{\theta} \simeq 14.4 \times 10^6 m$$

بنابراین با تک تلسکوپ نمی‌توان از حلقه فوتونی عکس‌برداری کرد چرا که به تلسکوپی با قطر دهانه‌ای در ابعاد قطر کره زمین نیاز خواهیم داشت.

مروری بر همدوسی^۲

همدوسی مفهومی است که بیان می‌کند چقدر دو موج می‌توانند با هم تداخل کنند و به عبارتی موج حاصل از تداخل آن‌ها چه مقدار فاز خود را حفظ می‌کند. دو نوع همدوسی داریم: همدوسی زمانی و همدوسی مکانی که به ترتیب میزان این همبستگی را در تغییرات زمانی و مکانی اندازه‌گیری می‌کنند. به عنوان مثال در آزمایش دو شکاف یانگ اگر منبع نور بازه فرکانسی بزرگ‌تری را داشته باشد، یا منبع نقطه‌ای نباشد، به ترتیب همدوسی زمانی و مکانی موج حاصل کم شده و طرح دو شکاف نیز مشاهده‌پذیری کمتری خواهد داشت. تعریف کمی همدوسی به کمک "تابع همدوسی متقابل" بیان می‌شود که به صورت زیر است:

$$\Gamma_{1,2}(\tau) = \Gamma(r_1, r_2, \tau) \equiv \langle E^*(r_1, t) E(r_2, t + \tau) \rangle$$

² Coherence

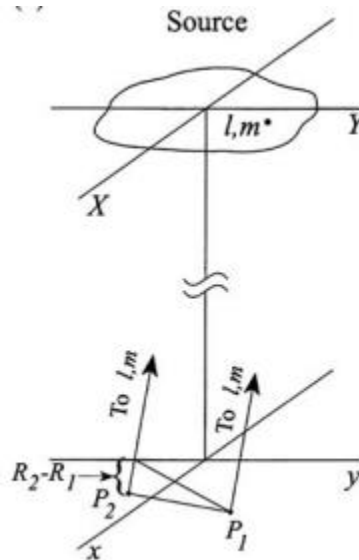
می توان تابع بالا را بهنجار کرد که به "درجه همدوسی" شناخته می شود:

$$\gamma(r_1, r_2, \tau) \equiv \frac{\langle E^*(r_1, t) E(r_2, t + \tau) \rangle}{[\langle |E(r_1, t)|^2 \rangle \langle |E(r_2, t)|^2 \rangle]^{\frac{1}{2}}}$$

در معادلات بالا اگر قرار دهیم $r_1 = r_2$ درجه همدوسی، همدوسی زمانی در یک نقطه را بررسی می کند. همچنین اگر قرار دهیم $\tau = 0$ ، درجه همدوسی همدوسی مکانی در دو نقطه را بررسی خواهد کرد.

قضیه ون سیترت-زرنیک^۳

قضیه ون سیترت-زرنیک بیان می کند که برای یک چشمه نور شبه تکفام تابع همدوسی به کمک تبدیل فوریه به توزیع شدت چشمه در سطح خود مرتبط می شود. این قضیه به صورت زیر اثبات می شود:



شکل 2 - منبع و دو نقطه گیرنده

³ Van Cittert-Zernike

فرض می‌کنیم در زمان t هر نقطه از چشمه با میدان $\mathcal{E}(l, m, t)$ تابش کند. موج دریافتی در نقطه های P_1 و P_2 از این نقطه به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$E_1(l, m, t) = \mathcal{E}\left(l, m, t - \frac{R_1}{c}\right) \frac{e^{-i\omega(t-R_1/c)}}{R_1}$$

$$E_2(l, m, t) = \mathcal{E}\left(l, m, t - \frac{R_2}{c}\right) \frac{e^{-i\omega(t-R_2/c)}}{R_2}$$

که R_1 و R_2 فاصله های نقطه مورد نظر از P_1 و P_2 است. حال عبارت زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \langle E_1(l, m, t) E_2^*(l, m, t) \rangle &= \left\langle \mathcal{E}\left(l, m, t - \frac{R_1}{c}\right) \mathcal{E}^*\left(l, m, t - \frac{R_2}{c}\right) \right\rangle \\ &\quad \times \frac{e^{-i\omega(t-R_1/c)} e^{i\omega(t-R_2/c)}}{R_1 R_2} \\ &= \left\langle \mathcal{E}(l, m, t) \mathcal{E}^*\left(l, m, t - \frac{R_2 - R_1}{c}\right) \right\rangle \frac{e^{-i\omega(t-(R_2 - R_1)/c)}}{R_1 R_2} \end{aligned}$$

کمیت $\frac{R_2 - R_1}{c}$ در مقابل تغییرات منبع کوچک است و میتوانیم در قسمت اول عبارت بالا از آن صرف نظر کنیم و در این صورت $\langle \mathcal{E}(l, m, t) \mathcal{E}^*(l, m, t) \rangle$ چیزی نیست جز شدت منبع در آن نقطه:

$$= I(l, m) \frac{e^{-i\omega(t-(R_2 - R_1)/c)}}{R_1 R_2}$$

برای محاسبه تابع همدوسی مکانی کافیت روی تمام منبع عبارت بالا را انتگرال بگیریم:

$$\Gamma_{1,2}(0) = \int_{source} I(l, m) \frac{e^{-i\omega(t-(R_2 - R_1)/c)}}{R_1 R_2} ds$$

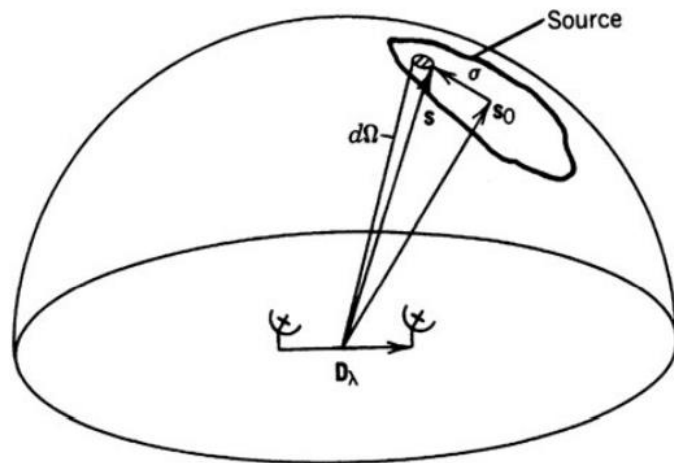
با قرار دادن مختصات P_1 و P_2 طبق شکل 2 می توانیم بنویسیم $R_2 - R_1 = (xl + ym)c/2\pi\omega$ و همچنین در مخرج داریم $R_1 R_2 \simeq R^2$. برای دیفرانسیل ds هم میتوان نوشت $ds = R^2 dldm$ در نهایت عبارت به دست آمده چیزی نیست جز تبدیل فوریه:

$$\Gamma_{1,2}(0) = \iint_{source} I(l, m) e^{-2\pi i(ul + vm)} dldm$$

این قضیه مبنای تداخل سنجی نجومی است که در آن با محاسبه همدوسی میان موج دریافتی تلسکوپ های مختلف میتوان به اندازه گیری هایی در فضای تبدیل فوریه تصویر دست پیدا کرد. البته این اندازه گیری ها به طور کامل فضای تبدیل فوریه را پوشش نمی دهند و نمی توان تبدیل فوریه معکوس را مستقیماً محاسبه کرد. در بخش های بعدی به جزئیات این روش و روش های بازیابی تصویر می پردازیم.

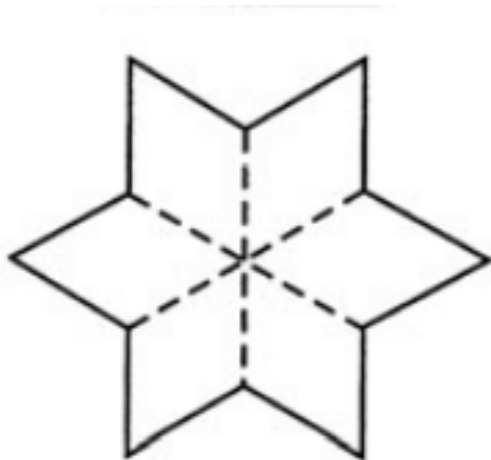
تداخل سنجی نجومی و رصد سال 2017 از M87

در تداخل سنجی نجومی بجای استفاده از تکه تلسکوپ، از آرایه ای از تلسکوپ ها استفاده می کنیم. فاصله مکانی تلسکوپ ها به ما اجازه می دهد که اندازه گیری هایی در اختلاف فازهای متفاوت داشته باشیم که با محاسبه همبستگی میان سیگنال های دریافتی (معادل تابع همدوسی) از فضای فوریه تصویر اندازه گیری کنیم.



شکل 3 - دو تلسکوپ رادیویی و اختلاف فاز ناشی از فاصله

مزیت این روش این است که قطر دهانه معادل از مرتبه ی قطر دایره‌ای است که این تلسکوپ‌ها روی سطح زمین پوشش می‌دهند. شکل زیر یک آرایه ۷ شکل و شکل دقیق دهانه معادل را نشان می‌دهد:

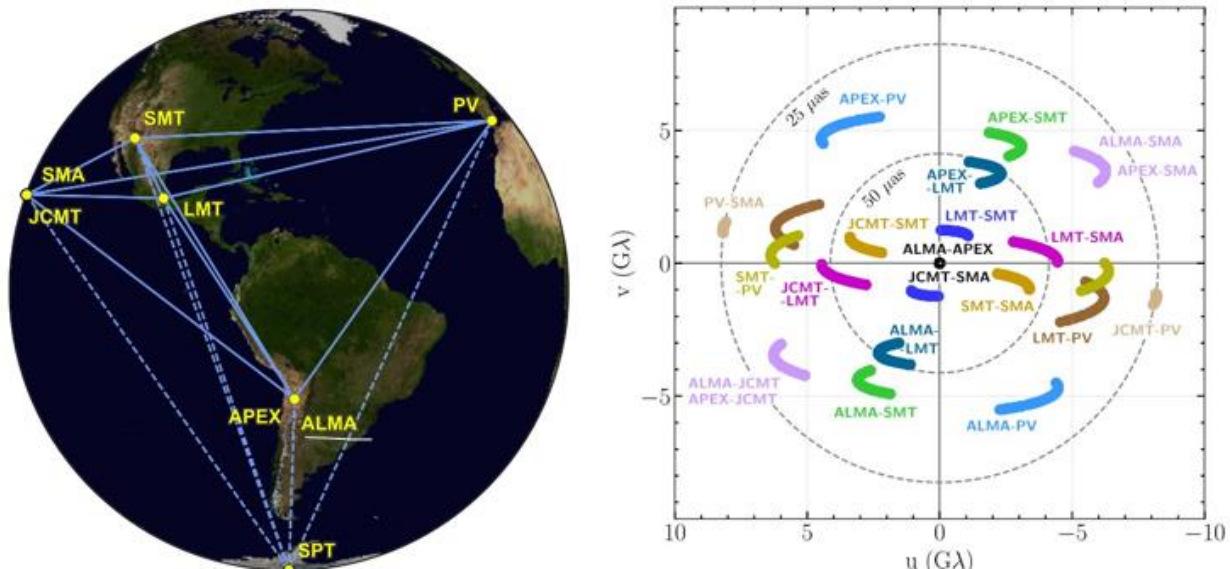


شکل 4 - آرایه ۷ شکل و دهانه سنتر شده

در رصد‌های با توان تفکیک بسیار بالا مانند رصد سال 2017، آرایه‌های تلسکوپی مختلف با یک‌دیگر ادغام شده تا یک "آرایه خط پایه بسیار بلند" ۴" تشکیل دهند. همچنین با نمونه‌گیری‌های متعدد در زمان‌های متوالی و در نظر گرفتن چرخش زمین می‌توان به نقطه‌های دیگری در فضای فوریه

⁴ Very Long Baseline Array

دست یافت. البته این موضوع نیازمند این است که منبع در این بازه‌های زمانی تغییر چندانی نکند. شکل زیر پوشش رصد سال 2017 گروه EHT را نشان می‌دهد که از هفت آرایه تلسکوپی در سراسر جهان تشکیل شده است.



شکل 5 - مجموعه آرایه های به کار گرفته شده و پوشش آنها در فضای تبدیل فوریه (با احتساب چرخش زمین)

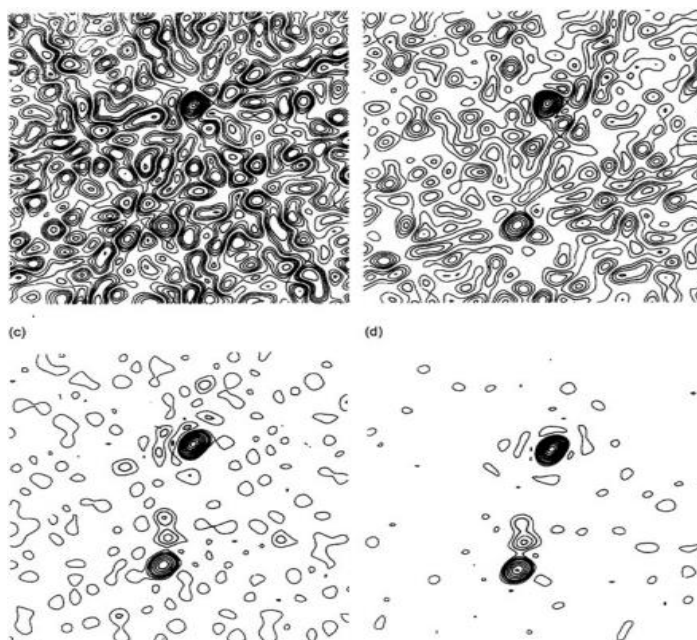
الگوریتم های بازیابی تصویر

همانطور که پیش تر اشاره کردیم، اندازه گیری های ما تنها نقاطی از فضای تبدیل فوریه را پوشش می دهند. اگر این اندازه گیری ها در فضای تصویر انجام می شد نتیجه ای جز تک نقطه های منفرد حاصل نمی شد که بازیابی تصویر به کمک آنها غیر ممکن می بود. اما با توجه به ماهیت تبدیل فوریه و قیدهای موجود روی آن، بازسازی در فضای فرکانس بسیار آسان تر از بازسازی تصویر در فضای تصویر است. روش سنتی که در اکثر تصویربرداری ها استفاده می شود، الگوریتم CLEAN نام دارد. روش کار این الگوریتم به صورت خلاصه در ادامه آمده است:

1. با تبدیل فوریه معکوس روی نقاط اندازه گیری شده به یک تصویر اولیه می‌رسیم که "عکس کثیف"⁵ نام دارد.

2. حال نقاط بیشینه شدت نور را در تصویر پیدا کرده و به عنوان چشمه نقطه‌ای نور (دلتای دیراک) در نظر می‌گیریم. با شناختی که از دیافراگم سنتز شده داریم، می‌توانیم طرح پراش ناشی از هر چشمه را حساب کنیم و با نسبت ثابت λ از تصویر اصلی کم می‌کنیم. این فرایند را تا جایی که مورد نظر باشد ادامه می‌دهیم و در نهایت به مجموعه‌ای از چشمه‌های نقطه‌ای می‌رسیم.

3. حال می‌توانیم برای ساخت تصویر چشمه‌های نقطه‌ای را با یک "پرتو تمیز"⁶ (به عنوان مثال پرتو گاوسی) جایگزین کنیم و به تصویر تمیز برسیم.

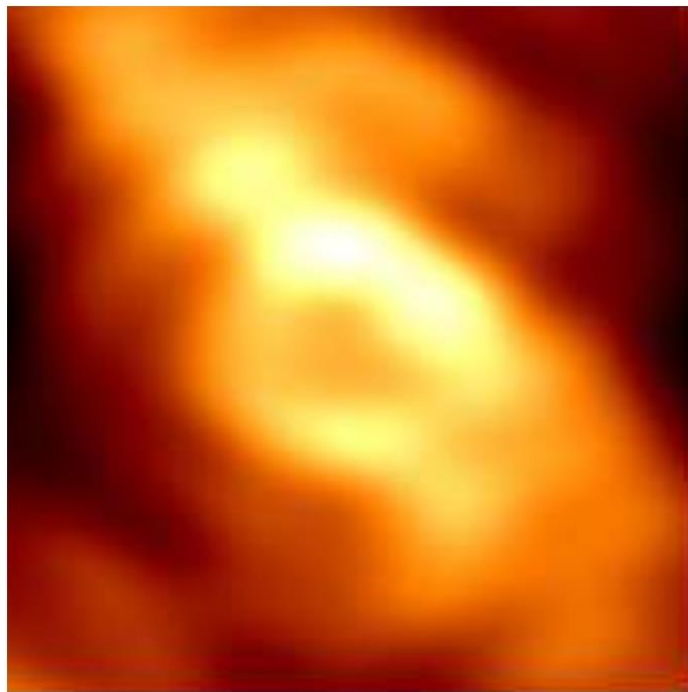


شکل 6 - نمونه ای از تصویر بازیابی شده در کنار تصویر کثیف به روش CLEAN

⁵ Dirty Image

⁶ Clean Beam

اگرچه الگوریتم CLEAN در بسیاری از رصدهای تداخل سنجی موفق عمل می کند اما اگر بدون هیچ کالیبره سازی ای داده های رصد سال 2017 را به این الگوریتم بدهیم به تصویر زیر می رسم:



شکل 7 - تصویر حاصل از الگوریتم CLEAN

این اتفاق بدلیل خطاهای متعددی است که در فرآیند رصد به وجود می آید. به عنوان مثال می توان به اثرات جوی اشاره کرد که به دو دلیل در این رصد بسیار تاثیر گذار است:

1. هر آرایه در مکان متفاوتی از سیاره زمین قرار دارد و در نتیجه جو زمین تاثیر کاملاً متفاوتی روی اندازه گیری های انجام شده خواهد داشت.
2. طول موج استفاده شده برای این رصد نسبت به معمول رصدهای رادیویی کوتاه است و در این طول موج تاثیرات جوی بیشتر نمایان می شوند.

در مسئله تداخل سنجی با کمیتی کار داریم که میان دو تلسکوپ اندازه گیری می شود (همدوسی)، پس تاثیر جو در دامنه و فاز را می توان به صورت زیر نوشت:

$$V_{1,2}^{\text{measured}} = g_1 g_2 e^{-i(\phi_1 - \phi_2)} \mathcal{V}_{1,2}^{\text{ideal}}$$

که g ها و ϕ ها به ترتیب تاثیرات جوی در دامنه و فاز تلسکوپ ها هستند.

روش معمول برای از بین بردن اختلاف فاز و دامنه ایجاد شده به صورت زیر است:

1. برای از بین بردن اختلاف فاز نسبی، میتوانیم کمیت ضرب اندازه گیری های دو به دو را برای سه تلسکوپ بررسی کنیم:

$$\begin{aligned} V_{1,2} V_{2,3} V_{3,1} &= g' e^{-i(\phi_1 - \phi_2 + \phi_2 - \phi_3 + \phi_3 - \phi_1)} \mathcal{V}_{1,2} \mathcal{V}_{2,3} \mathcal{V}_{3,1} \\ &= g' \mathcal{V}_{1,2} \mathcal{V}_{2,3} \mathcal{V}_{3,1} \end{aligned}$$

2. برای از بین بردن اختلال های دامنه از ضرب و تقسیم اندازه V چهار تلسکوپ استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{|V_{1,2}| |V_{3,4}|}{|V_{2,4}| |V_{1,3}|} &= \frac{|\mathcal{V}_{1,2}| |\mathcal{V}_{3,4}| g_1 g_2 g_3 g_4}{|\mathcal{V}_{2,4}| |\mathcal{V}_{1,3}| g_2 g_4 g_1 g_3} \\ &= \frac{|\mathcal{V}_{1,2}| |\mathcal{V}_{3,4}|}{|\mathcal{V}_{2,4}| |\mathcal{V}_{1,3}|} \end{aligned}$$

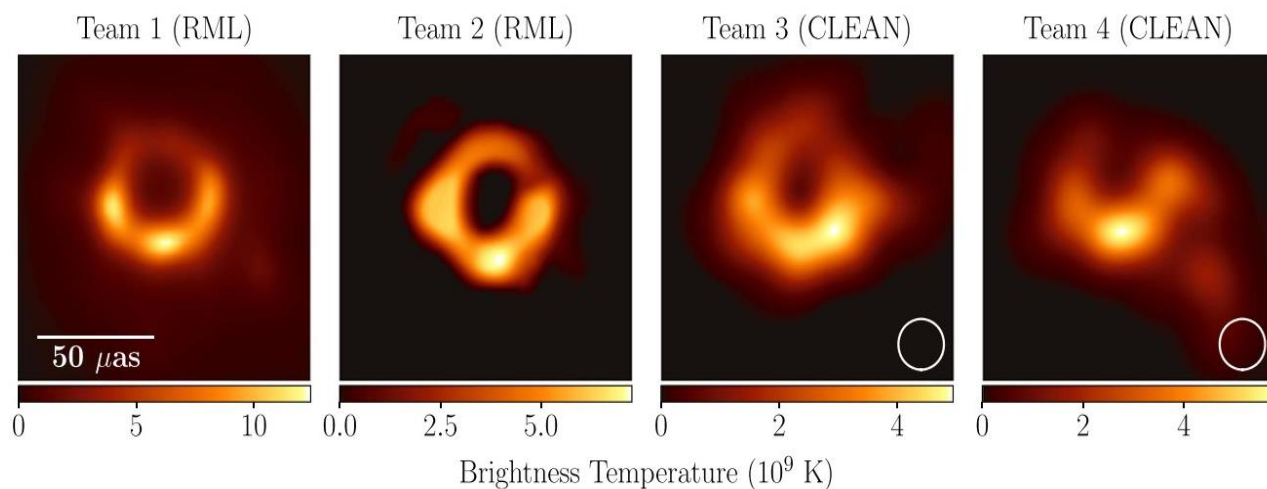
به این دو کمیت به ترتیب فاز بستار⁷ و دامنه بستار⁸ گفته می شود. از این کمیت ها به طور مستقیم نمی توان در الگوریتم CLEAN استفاده کرد ولی می توان به کمک آنها روی داده ها کالبریشن انجام داد. تیم EHT دو گروه را به استفاده از الگوریتم CLEAN و خود کالیبره سازی⁹ به کمک کمیت های بستاری اختصاص داد. از طرف دیگر این تیم الگوریتم دیگری برای این پروژه طراحی کرد که با عنوان

⁷ Closure Phase

⁸ Closure Amplitude

⁹ Self-Calibration

"درست‌نمایی منظم‌شده بیشینه"¹⁰ شناخته می‌شود. بررسی این الگوریتم در این مقال نمی‌گنجد اما به طور خلاصه می‌توان که این الگوریتم بر مبنای بیشینه‌کردن کمیت درست‌نمایی است که احتمال برابر بودن جواب با یک توزیع خاص را بررسی می‌کند. یکی از مزیت‌های اصلی این روش این است که بجای کمیت‌های اصلی، مستقیماً از کمیت‌های بستر استفاده می‌کند که ما را از شر اریبی‌های انسانی در کالیبریشن رها می‌کند¹¹. دو گروه نیز از این روش استفاده کردند و در نهایت چهار تصویر زیر از این فرآیند به دست آمد (این چهار تیم در فرآیند بازیابی تصویر هیچ ارتباطی با یک دیگر برقرار نکردند):



شکل 8 - نتیجه چهار تیم

نتیجه گیری

تداخل سنجی روشی است که ما را از محدودیت‌های ساخت تلسکوپ‌های بسیار بزرگ به توانایی تصویر برداری از اجسام بسیار دور می‌برد. رصد سال 2017 تیم EHT به خوبی قدرت این روش را نشان داد و ادامه این همکاری بین‌المللی شروعی است بر دستاوردهای بی‌شمار رصدی پیش‌رو.

¹⁰ Regularized Maximum Likelihood (RML)

¹¹ Calibration Free Imaging

- [1] Thompson. *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*
- [2] Robert D. Guenther. *Encyclopedia of Modern Optics*
- [3] The Event Horizon Telescope Collaboration. *First M87 Event Horizon Telescope Results. I-VI*
- [4] Hecht. *Optics (Fifth Edition)*