

بسمه تعالی

تمرین سری هفتم اقتصاد ریاضی

مهلت تحویل: سه‌شنبه ۷ بهمن ساعت ۱۸:۰۰

سوال اول: بهینه سازی پویا (۱)

مساله بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید. در این مساله k سرمایه و C مصرف است. لذا هر دو متغیر نامنفی هستند.

$$\max_{c(t)} \int_0^{\infty} \frac{1}{c(t)} e^{-0.06t} dt$$
$$s. t: \begin{cases} \dot{k} = k^{0.3} - c \\ k(0) = k_0 > 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) e^{-0.06t} dt \geq 0 \end{cases}$$

الف) تابع همیلتونی فعلی مساله را تشکیل داده و اصل ماکسیمم و معادلات اوایلر را بنویسید.

ب) نمودار فاز سرمایه و مصرف را برای این مساله رسم کنید.

ج) مسیری را مشخص کنید که شرط تراگذاری روی آن برقرار است. ادعای خود را ثابت کنید.

سوال دوم: بهینه سازی پویا (۲)

مسئله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \int_0^1 (y(t) + u^2(t)) dt$$
$$s. t: \begin{cases} \dot{y} = u(t) \\ y(0) = 5 \\ y(1) = free \end{cases}$$

الف) موارد زیر را مشخص کنید:

- متغیر حالت
- متغیر کنترل
- تابع همیلتونین
- شرط تراگذری

ب) اصل ماکسیمم را نوشته و مسئله را حل کنید.

سوال سوم: بهینه سازی پویا (۳)

مسئله بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید.

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(\frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right) dt$$

$$s. t \dot{k}(t) = -bk(t) + ak(t) - c(t)$$

$$k(0) = \frac{a}{b}, a > \rho, \rho, b, \sigma > 0$$

الف) همیلتونی فعلی، اصل ماکسیمم و معادلات اوایلر را برای این مسئله بنویسید.

ب) دستگاه معادلات k و c را به دست آورید و شرط تراگذری را بنویسید.

پ) نمودار فاز دستگاه معادلات k و c را رسم کنید و توضیحات لازم را بنویسید.

ت) از بین مسیرهای جواب موجود در صفحه فاز، ثابت کنید تنها یک مسیر جواب مسئله بهینه سازی است و آن را تعیین کنید.