تمرینهای کاربردی برای اقتصاد سنجی روش گشتاورهای تعمیم یافته

غلامرضا کشاورز حداد **پاییز ۱۴۰۰**

مثال ۱. مدلهای رگرسیون نمایی (پواسون)

مدلهای رگرسیون نمایی در اغلب کارهای کاربردی دیده می‌شوند. به عنوان مثال، می توان آنها را به عنوان جایگزینی برای مدلهای رگرسیون خطی، مورد استفاده قرار داد. وقتی متغیر وابسته یک متغیر شمارش گسسته را نشان می دهد، آنها به عنوان مدل های رگرسیون پوآسون نیز شناخته می شوند. Cameron and Trivedi (2013) را ببینید.

در حال حاضر، ما مدلهای فرم را در نظر می گیریم

$$y = exp(\mathbf{x}'\boldsymbol{\beta}) + u$$

جایی که u یک عبارت خطای افزودنی با میانگین صفر و

$$E(y) = exp(\mathbf{x}'\boldsymbol{\beta})$$

از آنجا که عبارت خطا افزایشی است، اگر x نشان دهنده رگرسورهای برونزا باشد، ما شرطهای گشتاوری جامعه را به صورت زیر داریم.

$$\mathrm{E}[\mathbf{x}(y - exp(\mathbf{x}'\boldsymbol{\beta}))] = \mathbf{0}$$

علاوه بر این، از آنجا که تعداد پارامترهای مدل برابر با تعداد ابزارها است، استفاده از برآوردگر GMM دو مرحله‌ای ضرورتی نداشته و از روش MMاستفاده می‌کنیم.

کامرون و تریویدی (2010 ، 323) بر اساس این که آیا بیمار دارای بیمه خصوصی است، آیا بیمار مزمن دارد یاخیر، جنسیت فرد و نیز مقدار درآمد فرد، تقاضا برای مراجعه به پزشک را مدل می‌کند. در اینجا ما آن مدل را با استفاده از gmm مناسب می کنیم. برای امکان پراکندگی اضافی بالقوه، ما از گزینه پیش فرض ماتریس VCE مستحکم برای gmm استفاده می‌شود.

```
use http://www.stata-press.com/data/r13/docvisits, clear
 gmm (docvis - exp({xb:private chronic female income}+{b0})),
instruments(private chronic female income) onestep
```

مثال ۲: رگرسیون نمایی با رگرسورهای درون زا

باردیگر به مدل مورد بحث در مثال ۲ برگشته و اینجا درآمد فرد را درونزا می‌گیریم. عوامل غیرقابل مشاهده‌ای که میزان درآمد فرد را تعیین می‌کند نیز ممکن است بر تعداد دفعات مراجعه فرد به پزشک تأثیر بگذارد. ما از سن و نژاد افراد به عنوان ابزار استفاده می‌کنیم. **اگر معتقد باشیم سن و نژاد بر درآمد فرد تأثیر می‌گذارد، اما تأثیر مستقیمی بر تعداد ویزیت های پزشک ندارد، این ابزارها معتبر هستند**. این که آیا این اعتقاد موجه است یا خیر، موضوع دیگری است، که می‌توانیم آن را پس از برآورد gmm آزمایش کنیم (.از آنجا که ابزارهای بیشتری (هفت) از پارامترها (پنج) داریم، یک مدل بیش از حد مشخص داریم. **بنابراین، انتخاب ماتریس وزن اهمیت دارد.** ما از برآوردگر GMM دو مرحله‌ای پیش فرض استفاده می کنیم. در مرحله اول، از یک ماتریس وزن استفاده می‌کنیم که فرض می‌کند خطاها *i.i.d.* هستند و در مرحله دوم، از یک ماتریس وزنی استفاده می کنیم که ناهمسانی واریانس را فرض می‌کند.

```
use http://www.stata-press.com/data/r13/docvisits, clear
gmm (docvis - exp({xb:private chronic female income}+{b0})),
instruments(private chronic female age black hispanic) twostep
```

مثال ۳: مدل انتظارات عقلایی هانسن و سینگلتون

در مقاله‌ای مشهور، هانسن و سینگلتون (1982) مدلی را برای تصمیم گیری در مورد پرتفو ارایه داده و برآورد پارامترها را با استفاده از GMM مورد بحث قرار می‌دهند. یک مثال ساده با یک دارایی برای سرمایه‌گذاری را در نظر خواهیم بگیرید. فرض کنید یک مصرف کننده می‌خواهد ارزش فعلی مطلوبیت حاصل ازمصرف کالا در طول عمر خود را به حداکثر برساند. از یک سو، مصرف کننده بی تاب است ، بنابراین ترجیح می دهد امروز مصرف بیشتر از فردا مصرف نماید. از سوی دیگر، اگر امروز کمتر مصرف کند، می‌تواند پول بیشتری را سرمایه گذاری کند و سود بیشتری را در آینده به دست آورد. این به معنی فراهم شدن امکان مصرف بیشتر در آینده است. بنابراین بین خوردن کیک امروز یا کمی قربانی کردن مصرف امروز برای مصرف فردا مبادله وجود دارد.

اگر یک فرم خاص برای تابع مطلوبیت مصرف کننده (عامل تصمیم گیرنده)، به‌صورت یک تابع مطلوبیت ریسک گریز نسبی، فرض کنیم، می توانیم نشان دهیم که معادله اویلر حداکثرسازی بین دوره‌ای مطلوبیت عبارت است از:

$$E\left[\mathbf{z}_t\left\{1-\beta(1+r_{t+1})(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}\right\}\right]=0$$

بطوریکه، β و γ پارامترهایی برای برآورد هستند ، r_t بازده دارایی مالی و c_t مصرف دوره t است. پارامتر β عامل تنزیل را اندازه گیری می کند. اگر β نزدیک به یک باشد، عامل صبور است و مایل است در این دوره از مصرف صرف نظر کند. اگر β نزدیک به صفر باشد، عامل کمتر صبور است و ترجیح می دهد در حال حاضر بیشتر مصرف کند. پارامتر γ شکل تابع مطلوبیت (از نظر تمایل به ریسک) عامل را مشخص می کند. اگر γ برابر صفر باشد، تابع مطلوبیت خطی است. اگر که γ به عدد یک بگراید، تابع مطلوبیت به سمت $u = \log(c)$ میل می کند.

ما اطلاعاتی در مورد اسناد خزانه 3ـ ماهه (r_t) و هزینه های مصرف (c_t) داریم. به عنوان متغیر ابزاری، از مقادیر با وقفه بازده و نرخ رشد مصرف دوره گذشته استفاده خواهیم کرد. ما از برآورد کننده دو مرحله ای و یک ماتریس وزن

استفاده می کنیم که امکان ناهمسانی واریانس heteroskedasticity و خود همبستگی را تا چهار تاخیر با هسته بارتلت فراهم می کند.

در Stata ، معادلات زیر را تایپ می کنیم:

```
use http://www.stata-press.com/data/r13/cr

tsset qtr

generate cgrowth = c/L.c

gmm (1 - {b=1}*(1+F.r)*(F.c/c)^(-1*{gamma=1})), inst(L.r
L2.r cgrowth L.cgrowth) wmat(hac nw 4) twostep
```

ممکن است هنگام اجرای کد ب پیام هشدار در خروجی روبرو شوید. این پیام به‌خاطر بکارگیری عملگر پیشبر `F.r` در دستور اجرای `gmm` بالا است و به ما می گوید که باقی مانده ها را فقط می توان برای 239 مشاهده محاسبه کرد. مجموعه داده ما شامل 240 مشاهده است. مقدار اولیه پارامتر `{b=1}` و نیز`{gamma=1}` برابر با عدد یک انتخاب شده است. شما می‌توانید مقادیر دیگر را هم انتخاب و نتیجه را مقایسه نمایید. مطابق انتظارات و نتایج منتشر شده برآورد ما از β نزدیک به یک است، با این حال، برآورد ما از γ دلالت بر رفتار علاقه به ریسک دارد.

مثال ۴. برآوردگرهای سیستمی

در بسیاری از مدلهای اقتصادی، دو یا چند متغیر به طور مشترک از طریق یک سیستم معادلات همزمان تعیین می‌شوند. در واقع، برخی از کارهای اولیه در اقتصادسنجی، از جمله کارهای کمیسیون کاولز (بنیان گذاران اقتصاد سنجی و جورنال Econometrics، به برآورد پارامترهای معادلات همزمان متمرکز بود.

برآوردگرهای 2SLS و IV که قبلاً بحث کردیم در برخی شرایط برای برآورد چنین پارامترهایی استفاده می‌شوند. در اینجا ما به برآورد مشترک همه پارامترهای سیستم معادلات تمرکز می کنیم، و با برآوردکننده سه مرحله‌ای حداقل مربعات (3SLS) معروف شروع می کنیم.

به یاد بیاورید که برآوردگر 2SLS با استفاده از شرطهای گشتاوری $E\left(\mathbf{z}u\right)=\mathbf{0}$ است. برآوردگر 2SLS می‌تواند برای برآورد پارامترهای یک معادله از سیستم معادلات ساختاری استفاده شود. علاوه بر این، با برآوردگر 2SLS، ما حتی نیازی به تعیین رابطه ساختاری بین همه متغیرهای درون‌زا را نداریم. تنها لازم است به معادله‌ای مورد علاقه، متمرکز شویم. روابط تحویل یافته را برای معادله مورد علاقه بین یک متغیر وابسته درونزا و متغیرهای برون‌زای مدل فرض کنید. اگر بخواهیم سیستم کامل معادلات ساختاری را مشخص کنیم، با فرض اینکه مدل ما دقیقا مشخص است، با برآورد مشترک همه معادلات، می‌توانیم از روش برآوردی استفاده کنیم که از برآوردهای تک معادله‌ای روش 2SLS کارآمدتر هستند.

ما یک مدل ساده کلان اقتصادی دو معادله‌ای را به عنوان سیستم معادلات در نظر می‌گیریم:

$$\mathtt{consump} = \beta_0 + \beta_1 \mathtt{wagepriv} + \beta_2 \mathtt{wagegovt} + \epsilon_1 \quad (۱)$$
$$\mathtt{wagepriv} = \beta_3 + \beta_4 \mathtt{consump} + \beta_5 \mathtt{govt} + \beta_6 \mathtt{capital1} + \epsilon_2 \quad (۲)$$

بطوریکه، consump نشان دهنده مصرف کل ؛ wagepriv و wagegovt مجموع مزدهایی است که به ترتیب توسط بخش خصوصی و دولتی پرداخت می شود. متغیر govt مخارج دولت است و captital1 موجودی سرمایه دوره قبل است. فرض کنیم که ε_1 و ε_2 وابسته هستند، بنابراین باید هم consump و هم wagepriv را درون زا تلقی کنیم. فرض کنید ε_2 یک شوک تصادفی مثبت را تجربه بکند. سپس در معادله (۲)، wagepriv بیشتر از مقدار پیشین (پیش از وقوع شوک) خواهد بود. در این صورت هر شوک وارد شده به ε_2 ، جزء اخلال ε_1 را نیز متاثر ساخته و از این کانال consump را نیز تحت تاثیر قرار می‌دهد. علاوه براین ε_2 متغیر مصرف را از کانال متغیر دستمزد بخش خصوصی نیز تحت تاثیر قرار می‌دهد در این مدل، wagegovt ، govt و capital1 همه متغیرهای برون زا هستند.

اجازه دهید بردارها z_1 و z_2 به ترتیب ابزارهای معادله اول و دوم را نشان دهند. به زودی در مورد مولفه‌های آنها بحث خواهیم کرد. ما دو مجموعه شرایط گشتاوری داریم:

$$E\left\{\begin{array}{c} \mathbf{z}_1(\mathtt{consump} - \beta_0 - \beta_1\mathtt{wagepriv} - \beta_2\mathtt{wagegovt}) \\ \mathbf{z}_2(\mathtt{wagepriv} - \beta_3 - \beta_4\mathtt{consump} - \beta_5\mathtt{govt} - \beta_6\mathtt{capital1}) \end{array}\right\} = \mathbf{0} \quad (۳)$$

یکی از ویژگیهای تعیین کننده 3SLS این است که اجراء اخلال به شرط متغیرهای ابزاری واریانس همسان هستند. با استفاده از این فرض، داریم

$$E\left[\left\{\begin{array}{c} \mathbf{z}_1\epsilon_1 \\ \mathbf{z}_2\epsilon_2 \end{array}\right\}\left\{\begin{array}{cc} \mathbf{z}_1'\epsilon_1 & \mathbf{z}_2'\epsilon_2 \end{array}\right\}\right] = \left\{\begin{array}{cc} \sigma_{11}E(\mathbf{z}_1\mathbf{z}_1') & \sigma_{12}E(\mathbf{z}_1\mathbf{z}_2') \\ \sigma_{21}E(\mathbf{z}_2\mathbf{z}_1') & \sigma_{22}E(\mathbf{z}_2\mathbf{z}_2') \end{array}\right\} \quad (۴)$$

بطوریکه، $\sigma_{ij} = cov(i, j)$ ، ماتریس Σ با ابعاد 2×2 را با عنصر نوعی σ_{ij} را ماتریس واریانس و کواریانس اجزاء اخلال قرار می‌دهیم.

دومین ویژگی تعیین کننده برآوردگر 3SLS این است که از همه متغیرهای برون‌زا، به عنوان ابزارهایی برای همه معادلات استفاده می‌کند. در اینجا $z_1 = z_2 = (wagegovt; govt; capital1; 1)$ ، که در آن عدد 1 ، یک عبارت ثابت را نشان می‌دهد. از بحث ما در مورد ماتریس وزن و برآورد دو مرحله‌ای، ما می‌خواهیم از همتای نمونه‌ای معکوس ماتریس سمت راست (۴) به عنوان ماتریس وزن در GMMاستفاده کنیم.

برای پیاده سازی برآوردگر 3SLS ، ظاهراً باید مقدار Σ را بلد باشیم، یا حداقل برآورد کننده‌ای سازگار از آن را داشته باشیم. راه حل این است که (۱) و (۲) را با 2SLS برازش کنید. از باقی مانده‌های نمونه‌ای $\hat{\varepsilon}_1$ و $\hat{\varepsilon}_2$ برای برآورد Σ استفاده کنید، سپس پارامترهای معادله(۳) را از طریق GMM و با استفاده از ماتریس وزنی که بحث شد، برآورد کنید.

برآورد SLS3

انجام 3SLS با استفاده از دستور gmm راحت‌تر از آن است که به نظر می‌رسد. برآوردگر 3SLS یک برآورد کننده دو مرحله‌ای GMM است. در مرحله اول، برآورد 2SLS را روی هر معادله انجام می‌دهیم، و سپس یک ماتریس وزن را بر اساس (18) محاسبه می کنیم. در نهایت، ما مرحله دوم GMM را با این ماتریس وزن انجام می‌دهیم.

در Stata، دستور زیر ار تایپ می‌کنیم

```
use http://www.stata-press.com/data/r13/klein, clear
```

```
 gmm (eq1: consump - {b0} - {xb: wagepriv wagegovt})  (eq2:
wagepriv - {c0} - {xc: consump govt capital1}),
instruments(eq1: wagegovt govt capital1) instruments(eq2:
wagegovt govt capital1) winitial(unadjusted, independent)
wmatrix(unadjusted) twostep
```

گزینه فرعی درگزینه اصلی `winitial(unadjusted, independent)` به gmm می گوید در دور اول فرض کنید که باقی مانده‌ها در معادلات مستقل هستند. این زیر گزینه $\sigma_{21} = \sigma_{12} = 0$ را در (۴) اعمال می-کند. فرض هم استقلال و واریانس همسانی اجزاء اخلال دو معادله مدل ما را به برآورد مدل به کاربست 2SLS مجاز می‌سازد. گزینه `wmatrix(unadjusted)` نحوه محاسبه ماتریس وزن بر اساس برآورد پارامترهای مرحله اول قبل از مرحله دوم برآورد را کنترل می کند. در اینجا در مرحله دوم، ماتریس وزنی را بکار می‌گیریم که همسانی واریانس شرطی داشته، ولی فرض استقلال اجزای اخلال را ندارد. در این مثال، بردار متغیرهای ابزاری را در گزینه instrument(`wagegovt govt capital1`) قرار می‌دهیم.