Provas e Soluções

Aulas

Moésio M. de Sales[1]

1 Prova 2016[1]

Questão 31 O produto $x.y$ é igual a 338. Adicionando se 3 unidades a cada um dos números (x e y), o novo produto é 464. A soma $x+y$ vale:

1. ( ) 28.
2. ( ) 39.
3. ( )171.
4. ( ) 339.

Solução 1.1 *A soma $x+y$ vale:*

$$\begin{cases} x \cdot y = 338 \\ (x+3)(y+3) = 464 \end{cases}$$

Na segunda equação

$$\begin{aligned}
(x+3)(y+3) = xy + 3x + 3y + 9 &= 464 \\
xy + 3(x+y) + 9 &= 464 \\
338 + 3(x+y) + 9 &= 464 \\
3(x+y) + 347 &= 464 \\
(x+y) &= \frac{464-347}{3} = \frac{117}{3} = 39
\end{aligned}$$

Questão 32 A expressão $0,000028$ pode ser representada através da potência:

1. ( )$2,8 \times 10^{-5}$.
2. ( )$2,8 \times 10^{-4}$.
3. ( )$2,8 \times 10^{4}$.
4. ( )$2,8 \times 10^{5}$.

Solução 1.2

$$0,000028 = \frac{2,8}{100000} = 2,8 \times 10^{-5}$$

Questão 33 João, José, Pedro e Tiago estãc em um restaurante e pedem uma pizza. Ao chegar o pedido, eles percebem que a pizza não veio fatiada. Eles decidem entre si a seguinte divisão: João comerá $1/8$ da pizza, José comerá $9/40$ e Pedro comerá $17/80$ da pízza. Desta forma, sobrará para Tiago;

1. ( )$14/40$ da pízza.
2. ( )$17/32$ da pizza.
3. ( )$7/16$ da pízza.
4. ( )$1/2$ da pizza.

Solução 1.3

$$\begin{aligned}
\frac{1}{8} + \frac{9}{40} + \frac{17}{80} &= \frac{10 \times 1 + 2 \times 9 + 17}{80} \\
&= \frac{10 + 18 + 17}{80} \\
&= \frac{45}{80} = \frac{9}{16} \\
\textit{Sobrando} &= 1 - \frac{9}{16} = \frac{16-9}{16} = \frac{7}{16}
\end{aligned}$$

Questão 35 Uma mulher compra 5 canetas e 3 lápis pagando um valor total de $R\$14,50$. Um mês depois ela retorna à mesma loja para comprar 8 canetas e 5 lápis e paga $R\$23,50$. Supondo que não houve variação nos preços, assinale o valor de cada caneta e de cada lápis:

1. ( ) A caneta custa $R\$1,50$ e o lápis $R\$2,00$.
2. ( ) A caneta custa $R\$1,00$ e o lápis $R\$2,50$.
3. ( ) A caneta custa $R\$2,50$ e o lápis $R\$1,00$.
4. ( ) A caneta custa $R\$2,00$ e o lápis $R\$1,50$.

[1]moesio@ifce.edu.br

Solução 1.4

$$\textit{Sejam } x \textit{ e } y \textit{ os valores por unidades das canetas e lápis, respectivamente}$$
$$\begin{cases} 5x + 3y = 14,50 \\ 8x + 5y = 23,50 \end{cases}$$
$$\textit{Resolvendo o sistema} \begin{cases} 5x + 3y = 14,50(\times -8) \\ 8x + 5y = 23,50(\times 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -40x - 24y = -116 \\ 40x + 25y = 117,5 \end{cases}$$
$$\textit{Somando } y = 117,5 - 116 = 1,5$$
$$\textit{Substituindo } 5x + 3y = 14,50 \;\Rightarrow 5x + 3(1,5) = 14,50 \Rightarrow x = \frac{14,5 - 4,5}{5} = 2$$

Questão 36 Para comprar camisas e calções, um homem dispõe de uma certa quantia. Na loja A o calção custa $R\$40,00$ e a camisa custa $R\$60,00$. Já na loja B, o calção custa $R\$35,00$ e a camisa custa $R\$70,00$. Independentemente da escolha da loja, o número de calções comprados não mudará. O mesmo vale para o número de camisas. Nestas condições, para que o valor total da compra seja o mesmo em ambas as lojas:

1. ( ) a quantidade de calções deve ser igual à quantidade de camisas.
2. ( ) a quantidade de calções deve ser o dobro da quantidade de camisas.
3. ( ) a quantidade de calções deve ser a metade da quantidade de camisas.
4. ( ) a quantidade de calções deve ser um terço da quantidade de camisas.

Solução 1.5

$$\textit{Sejam } x \textit{ e } y \textit{ as quantidades de calções e camisas, respectivamente}$$
$$\begin{cases} 40x + 60y = \textit{preço em } A \\ 35x + 70y = \textit{preço em } B \end{cases}$$
$$\textit{Como o preço devem ser iguais}$$
$$40x + 60y = 35x + 70y \;\Rightarrow 40x - 35x = 70y - 60y \;\Rightarrow 5x = 10y \Rightarrow x = 2y$$

Resposta: Item 2

Questão 37 Para $x = 1$, o resto da divisão de $5x^4 + 3x^3 + x^2 + 1$ por $x^2 + x$, vale:

1. ( )-4.
2. ( ) -2.
3. ( ) 2.
4. ( ) 4.

Solução 1.6

$$\textit{Seja } P(x) = 5x^4 + 3x^3 + x^2 + 1 \textit{ e } D(x) = x^2 + x$$
$$\textit{Queremos } \Rightarrow R(1)$$
$$\textit{De forma geral } P(x) = D(x)Q(x) + R(x) \textit{ onde grau} R < \textit{grau} Q$$

$$\begin{array}{rrrr|l} 5x^4 & +3x^3 & +x^2 & +1 & x^2 + x \\ \cline{5-5} -5x^4 & -5x^3 & & & 5x^2 - 2x + 3 \\ \cline{1-2} & -2x^3 & +x^2 & & \\ & 2x^3 & +2x^2 & & \\ \cline{2-3} & & 3x^2 & & \\ & & -3x^2 & -3x & \\ \cline{3-4} & & & -3x+1 & \end{array}$$

Ou seja, $R(x) = -3x + 1 \Rightarrow R(1) = -3 + 1 = -2$

Questão 38 O conjunto solução da inequação $x - 8 > 7 - 2x$ é:

1. ( ) $\emptyset$.
2. ( ) $\{6\}$.
3. ( )$\{x \in \mathbb{R}; x < 5\}$.
4. ( )$\{x \in \mathbb{R}; x > 5\}$.

Solução 1.7

$$\begin{aligned} x-8 &> 7-2x \\ x+2x &> 7+8 \\ 3x &> 15 \\ x &> \frac{15}{3}=5 \end{aligned}$$

Portanto, $\{x\in\mathbb{R}; x>5\}$

Questão 39 Uma função é dita injetiva quando elementos diferentes (no domínio) têm imagens diferentes (no contra- dominio). Quando todo elemento do contra-domínio é imagem de algum elemento do domínio, diz-se que a função é sobrejetiva. Assinale a opção correta:

1. ( ) A função $f(x)=x^2$ com domínio e contra-dominio no conjunto dos números reais, é injetiva.
2. ( ) A função $f(x)=2x+1$ com domínio e contra-domínio sendo o conjunto dos números reais não negativos, é sobrejetiva.
3. ( ) A função $f(x)=2x$ com domínio e contra-domínio no conjunto dos números reais, é injetiva e sobrejetiva.
4. ( ) A função $f(x)=x^2+1$ com domínio e contra-domínlo no conjunto dos números reais não negativos, é injetiva e sobrejetiva.

Solução 1.8

1. *(F)* $f(1)=1^2=f(-1)=(-1)^2$
2. *(F) Pois, existiria* $x=-2$, *por exemplo, tal que* $f(-2)=2(-2)+1=-3$ *que não pertence aos reais positivos.*
3. *(V)*
4. *(F) Temos que* $0\in\mathbb{R}_+$ *mas não existe* $x\in\mathbb{R}_+$ *tal que* $f(x)=x^2+1=0$ *logo não é sobrejetiva.*

Questão 40 Sejam A, B, C conjuntos não vazios e finitos. O conjunto $A\cap B\cap C$ tem três elementos. O conjunto com a menor quantidade de elementos, tem seis elementos. Assinale a alternativa correta.

1. () A união $A\cup B\cup C$ tem no mínimo 6 elementos.
2. () A união $A\cup B\cup C$ tem no mínimo 9 elementos.
3. () A união $A\cup B\cup C$ tem no mínimo 18 elementos.
4. () A união $A\cup B\cup C$ tem no mínimo 21 elementos.

Solução 1.9 *Temos que* $|A\cap B\cap C|=3$. *Suponha , sem perda de generalidade, que* $6\le|A|\le|B|\le|C|$
Pelo Princípio da Inclusão-Exclusão:

$$\begin{aligned} |A\cup B\cup C| &= |A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C| \\ \textit{Substituindo } |A\cap B\cap C|=3 & \\ |A\cup B\cup C| &= |A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+3 \\ & \quad \textit{Agora como o menor dos conjuntos têm no mínimo 6} \\ |A\cup B\cup C| &\ge 6+6+6-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+3 \\ |A\cup B\cup C| &\ge 21-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C| \\ \textit{As intersecções} & \quad |A\cap B|,\ |A\cap C|,\ |B\cap C| \textit{ Têm no mínimo 3 elementos em comum} \\ & \quad \textit{Como existe um conjunto com 6 elementos,temos que no máximo} \\ & \quad \textit{duas das intersecções tem no máximo 6 elementos, digamos} \\ |A\cup B\cup C| &\ge 21-6-6-|B\cap C| \\ & \quad \textit{Essa última intersecção terá 3 elementos em comum} \\ |A\cup B\cup C| &\ge 21-6-6-3 \\ |A\cup B\cup C| &\ge 6 \end{aligned}$$

Referências

[1] Edgard de Alencar Filho. *Teoria elementar dos conjuntos*. Nobel, 1976.

Notes