

Avaliação N1 – 4.5 Pontos
Matemática Discreta
Sistemas de Informação
Moésio M. de Sales¹

Alun@:	29 de abril de 2022
--------	---------------------

Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.

1. Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 8\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$ e defina as relações binárias R e S como:

$$\forall (x, y) \in A \times B, xRy \Leftrightarrow x^2 - y^2 = x + y,$$
$$\forall (x, y) \in A \times B, xSy \Leftrightarrow \frac{x}{y} \in B.$$

- (a) Liste os pares ordenados que estão em:

(a) R ;

(b) S ;

(b) $R \circ S$;

(c) $S \circ R$

2. Mostre se a relação binária P é reflexiva, simétrica, transitiva. Seja a relação P definida sobre $\mathbb{R} - \{0\}$ como:

$$x, y \in \mathbb{R}, xPy \Leftrightarrow xy > 0$$

3. Seja $A = \mathbb{R}$. Para $a, b \in A^* = A - \{0\}$, definimos

$$aRb \Leftrightarrow ab = x^2 + y^2,$$

para alguns $x, y \in A$. Mostrar que é uma relação de equivalência em A^* .

4. Seja $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ a relação binária R em A definida como

$$\forall (x, y) \in A \times A, xRy \Leftrightarrow x|(x - y)$$

(a) Liste os pares de R ;

(b) Desenhe o grafo de R ;

(c) Determine se a relação é: reflexiva; simétrica; transitiva.

(d) Se R for relação de equivalência, determine A/R .

5. Considere a relação R sobre $A = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$aRb \Leftrightarrow \text{mdc}(a, b) = 1$$

Verifique se R é:

¹moesio@ifce.edu.br

- (a) Reflexiva (b) Simétrica (c) Transitiva

6. Seja $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ a relação binária R em A definida como

$$\forall (x, y) \in A \times A, xRy \Leftrightarrow 3|(x - y)$$

- (a) Liste os pares de R ;
(b) Determine se a relação é: reflexiva; simétrica; transitiva.
(c) Se R for relação de equivalência, determine A/R .

7. Verifique se a relação S dada por

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}; |x - y| \leq 4\}$$

é:

- (a) Reflexiva.
(b) Simétrica.
(c) Transitiva.

8. Seja $S = \mathbb{N}$ e seja uma relação binária em S definida por

$$xRy \Leftrightarrow x^2 - y^2 \text{ é par}$$

- (a) Mostre que R é uma relação de equivalência em S ;
(b) Descreva as classes de equivalência que define R .

9. Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{5, 6, 8, 9, 10\}$ e defina as relações binárias R e S como:

$$\begin{aligned} \forall (x, y) \in A \times B, xRy &\Leftrightarrow (x - 2)^2 | y, \\ \forall (x, y) \in A \times B, xSy &\Leftrightarrow y + 1 = x^2. \end{aligned}$$

Liste os pares ordenados que estão em:

- (a) R ;
(b) S ;
(c) $R \circ S$;
(d) Faça um esboço do grafo de R ;
(e) Considere que S é uma relação de A em A , escreva a matriz da relação S ;
(f) Considere que R é uma relação de A em A , escreva a matriz da relação R ;

10. Dada a matriz $M = (m_{ij})$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e o conjunto $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, defini-se em A uma relação R dada por:

$$a_i R a_j \Leftrightarrow m_{ij} = 1$$

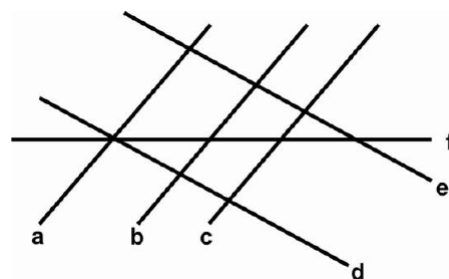
(a) Verifique se a relação R é de equivalência.

(b) Determine A/R .

11. Seja $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ o conjunto das retas da figura ao lado : Para a relação

$$x R y \Leftrightarrow x \text{ é paralela a } y$$

Mostre que R é uma relação de equivalência.



12. Sejam P e R relações binárias em \mathbb{N} definidas por

$$x P y \Leftrightarrow "x \text{ divide } y" \text{ e } x R y \Leftrightarrow 5x \leq y.$$

Determine quais dos pares ordenados satisfazem às relações dadas:

(a) $P \cup R : (2, 6), (3, 17), (2, 1), (0, 0)$

(b) $P \cap R : (3, 6), (1, 2), (2, 12)$

(c) $\bar{P} : (1, 5), (2, 8), (3, 15)$

(d) $\bar{R} : (1, 1), (2, 10), (4, 8)$

13. Sejam $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 \leq x \leq 7\}$ e R a relação sobre E definida por

$$x R y \Leftrightarrow x^2 + 2x = y^2 + 2y.$$

(a) R é reflexivo? (Justifique)

(b) R é simétrico? (Justifique)

(c) R é transitivo? (Justifique)

(d) R é relação de equivalência? (Justifique)

(e) Descreva as classes de equivalência $\bar{0}, \bar{-2}$ e $\bar{4}$.

14. Seja a relação P definida sobre \mathbb{R} como:

$$x, y \in \mathbb{R}, x P y \Leftrightarrow xy \geq 0$$

- (a) A relação P é reflexiva? Simétrica? Justifique.
(b) A relação P é transitiva? Justifique.

15. Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e R uma relação em A definida por

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine A/R .

16. Seja R uma relação de equivalência em um conjunto onde a operação $+$ é definida como SOMA DE R-RELATIVOS, como segue:

$$R(a) + R(b) = \{x \mid x = s + t, s \in R(a) \text{ e } t \in R(b)\}$$

Dada a relação definida por:

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \equiv b \pmod{m}\}$$

Mostre que $R(a) + R(b) = R(a + b)$, $\forall a, b$

17. Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e M_R e M_S matrizes das relações R e S em A .

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad M_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine:

- (a) $M_{R \circ R}$ (c) O fecho transitivo de $R \cap S$.
(b) $M_{S \circ S}$ (d) O fecho transitivo de $(R \cup S)$

18. Sejam $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ e R uma relação em A , dada por

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Determine W_3
(b) Determine R^∞ pelo algoritmo de Warshall.