

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКНК
_____ Д.П. Зегжда
«17» июня 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Математическое моделирование»

Разработчик	Высшая школа программной инженерии
Направление (специальность) подготовки	09.03.04 Программная инженерия
Наименование ООП	09.03.04_01 Технология разработки и сопровождения качественного программного продукта
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Образовательный стандарт	СУОС
Форма обучения	Очная

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОП
_____ А.В. Петров
«21» мая 2024 г.

Соответствует СУОС
Утверждена протоколом заседания
высшей школы "ВШПИ"
от «21» мая 2024 г. № 1

РПД разработал:
Профессор, д.т.н., проф. С.М. Устинов

1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины

Цель - формирование специалистов, умеющих обоснованно и результативно анализировать математические модели при решении задач моделирования в профессиональной области; выбрать нужный метод исследования различного вида аттракторов, их устойчивости и орбитальной устойчивости.

Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ИД-3 ОПК-1	Проводит вычислительные эксперименты на модели реального объекта и оформляет их результаты

Планируемые результаты изучения дисциплины

знания:

- Знает методы и основные этапы анализа моделей

умения:

- Умеет выбрать метод анализа исследуемой нелинейной модели; анализировать устойчивость и орбитальную устойчивость, строить диаграммы стационарных решений, а также бифуркационные диаграммы

навыки:

- Владеет основными этапами исследования моделей реальных объектов, что достигается в рамках выполнения лабораторных и курсовых работ

2. Место дисциплины в структуре ООП

В учебном плане дисциплина «Математическое моделирование» относится к модулю «Модуль цифровых компетенций».

Изучение дисциплины базируется на результатах освоения следующих дисциплин:

- Высшая математика
- Технологии программирования

3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоёмкость по семестрам
	Очная форма
Лекционные занятия	44
Практические занятия	2
Самостоятельная работа	23
Часы на контроль	16
Промежуточная аттестация (экзамен)	11
Курсовое проектирование	12
Общая трудоёмкость освоения дисциплины	108, ач
	3, зет

3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
Текущий контроль	
Курсовые работы, шт.	1
Промежуточная аттестация	
Экзамены, шт.	1

4. Содержание и результаты обучения

4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма		
		Лек, ач	Пр, ач	СР, ач
1.	Классификация и функции моделей	5	0	1

2.	Автоматизация процесса построения модели	7	0	5
3.	Анализ линейных математических моделей	8	0	2
4.	Анализ нелинейных математических моделей	13	2	11
5.	Элементы теории возмущений	9	0	3
6.	Введение в моделирование сложных социально-экономических систем	2	0	1
Итого по видам учебной работы:		44	2	23
Экзамены, ач				16
Часы на контроль, ач				16
Курсовое проектирование		12		
Промежуточная аттестация (экзамен)		11		
Общая трудоёмкость освоения: ач / зет		108 / 3		

4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
1. Классификация и функции моделей	Модели на микро-, макро- и метауровне. Требования к "хорошей" модели. Требования адекватности, универсальности, экономичности, предъявляемые к математическим моделям. Основные этапы процесса моделирования.
2. Автоматизация процесса построения модели	Компонентные и топологические уравнения на макроуровне. Узловой метод анализа и его реализация на ЭВМ. Свойства матрицы инцидентов. Недостатки метода сведения интегродифференциальных уравнений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Элементы теории графов, понятие топологического вырождения. Метод переменных состояния с учетом и без учета топологических вырождений. Автоматизация составления уравнений состояния. Алгоритмы "склеивания вершин" и "обрезания хвостов".
3. Анализ линейных математических моделей	Основные этапы анализа. Фазовые портреты для моделей первого и второго порядка. Получение решения линейной модели (построение матричной экспоненты и интеграла от нее). Наблюдаемость отдельных составляющих решения линейной системы. Пример программы модального анализа. Анализ чувствительности. Чувствительность составляющих решения к вариации параметров. Управление устойчивостью в линейной динамической модели (использование сингулярного разложения и программы SVD). Пример задачи модального управления.

<p>4. Анализ нелинейных математических моделей</p>	<p>Основные этапы анализа. Теорема о неявных функциях. Классификация равновесных точек и их устойчивость. Понятие орбитальной устойчивости. Решение линейных систем с периодическими коэффициентами. Уравнение в вариациях. Критерий орбитальной устойчивости периодического решения. Понятие бифуркации. Точки ветвления и поворота, бифуркация Андронова-Хопфа. Методы получения стационарных решений. Метод продолжения по параметру. Определение бифуркационных точек поворота, ветвления, Андронова-Хопфа. Получение периодического решения, его орбитальная устойчивость. Виды бифуркации периодического решения. Отображение Пуанкаре, алгоритмы его построения. Построение бифуркационных диаграмм для периодических решений. Структурная схема анализа нелинейных моделей. Понятие аттрактора. Странные аттракторы, пример механизма их возникновения (явление Фейгенбаума, субгармонический каскад). Фрактальные размерности. Аттрактор Лоренца.</p>
<p>5. Элементы теории возмущений</p>	<p>Приведение уравнений к безразмерной форме. Возмущения по координате. Символы порядка и калибровочные функции. Асимптотические разложения, последовательности и ряды. Возмущения по параметру: алгебраические уравнения (регулярный случай с различными и кратными корнями, сингулярный случай), трансцендентные уравнения, дифференциальные уравнения (регулярный случай, методика растянутых параметров Линдштедта-Пуанкаре, сингулярный случай, сращивание асимптотических разложений). Упрощение математических моделей, описываемых жесткими дифференциальными уравнениями. Принцип квазистационарности производных (ПКП).</p>
<p>6. Введение в моделирование сложных социально-экономических систем</p>	<p>Понятие "антиинтуитивной" системы. Методология системной динамики Дж.Форрестера (модели предприятия, города, мировой системы в целом).</p>

5. Образовательные технологии

В преподавании курса используются преимущественно традиционные образовательные технологии: – лекции, – практические занятия, – лабораторные работы. Предусмотрены индивидуальные задания и лабораторные работы, которые реализуются в интерактивной форме с элементами индивидуального обучения и опережающей самостоятельной работы. Ряд из них является интерактивными проблемными

6. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

7. Практические занятия

№ раздела	Наименование практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Автоматизация процесса построения модели – узловой метод, его реализация на компьютере. Свойства матрицы инцидентов.	0
2.	Автоматизация процесса построения модели – метод сведения интегро-дифференциальных уравнений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, недостатки этого подхода.	0
3.	Элементы теории графов, понятие топологического вырождения.	0
4.	Автоматизация процесса построения модели – метод переменных состояния с учетом и без учета топологических вырождений. Алгоритмы "склеивания вершин" и "обрезания хвостов".	0
5.	Элементы теории возмущений. Приведение уравнений к безразмерной форме. Возмущения по координате.	0
6.	Символы порядка и калибровочные функции. Асимптотические разложения, последовательности и ряды.	0
7.	Возмущения по параметру: алгебраические уравнения (регулярный случай с различными и кратными корнями, сингулярный случай).	0
8.	Возмущения по параметру: трансцендентные уравнения, дифференциальные уравнения (регулярный случай).	0
9.	Возмущения по параметру: дифференциальные уравнения (методика растянутых параметров Линдштедта-Пуанкаре, сингулярный случай, сращивание асимптотических разложений).	0
10.	Возмущения по параметру: дифференциальные уравнения (методика растянутых параметров Линдштедта-Пуанкаре, сингулярный случай, сращивание асимптотических разложений).	0

11.	Анализ реальной нелинейной модели: определение вида имеющихся аттракторов (стационарные точки и предельные циклы); оценка их устойчивости (для стационарных точек) и орбитальной устойчивости (для периодических решений); построение диаграммы решений от параметра; определение точек вещественной бифуркации (точек поворота и ветвления), а также точек бифуркации Андронова-Хопфа; определение точек бифуркации для периодических решений; построение бифуркационных диаграмм точек вещественной и комплексной бифуркации для стационарных решений.	2
Итого часов		2

8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
Текущая СР	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	5
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	2
самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	0
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	2
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	0
Итого текущей СР:	9
Творческая проблемно-ориентированная СР	
выполнение расчётно-графических работ	3
выполнение курсового проекта или курсовой работы	4
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	0
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	0
Выполнение индивидуальных заданий	7
Итого творческой СР:	14
Общая трудоемкость СР:	23

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Адрес сайта курса

<https://dl.spbstu.ru/course/view.php?id=3993>

9.2. Рекомендуемая литература

Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Устинов С.М., Зимницкий В.А. Вычислительная математика: Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2009.	2009	ИБК СПбПУ
2	Устинов С.М. Математические модели, 2012. URL: http://elib.spbstu.ru/dl/local/2703.pdf	2012	ЭБ СПбПУ

Ресурсы Интернета

1. Цель этого материала - изучение теоретических методов вычислительной математики и овладение практическими навыками при использовании численных методов для решении прикладных задач.: <https://math.semestr.ru/optim/computational-mathematics.php>

9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

Используется набор прикладных программ, содержащийся в книге Дж.Форсайта, М.Малькольма, К.Моулера «Машинные методы математических вычислений» и обсуждаемый в курсе лекций «Вычислительная математика». Возможно использование операционной среды MATLAB, систем компьютерной алгебры MathCAD, Mathematica и др.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

При выполнении лабораторных работ и индивидуальных заданий используется дисплейный класс персональных машин общего назначения

11. Критерии оценивания и оценочные средства

11.1. Критерии оценивания

Для дисциплины «Математическое моделирование» формой аттестации является экзамен. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

Текущий контроль успеваемости

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Во время экзамена студент должен продемонстрировать знание материалов дисциплины, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, а также творческие способности в понимании, изложении и использовании материалов изученной дисциплины.

1. Форма проведения экзамена

1. устное собеседование

2. портфолио

2. Правила проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий

Проводится так же, как и в случае очной формы обучения с использованием дистанционных технологий в системе MS Teams. При выставлении оценки учитываются результаты устного собеседования, а также результаты обучения в текущем семестре, связанные с выполнением расчетных заданий.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачтено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачтено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачтено
90 и более	Отлично/зачтено

11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине

представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале etk.spbstu.ru

12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Цель индивидуального задания - приобретение студентами опыта исследования математических моделей, осознание единого подхода к исследованию моделей, отражающего технику моделирования реальных сложных систем с применением компьютера. Это задание заключается в получении количественных характеристик модели из различных областей механики, электричества, экономики, химии и пр., анализе зависимости ее поведения от параметров. Оно предполагает анализ реальной нелинейной модели и может быть разделен на ряд последовательно выполняемых этапов, которые носят характер отдельных лабораторных работ:

определение вида имеющихся аттракторов (стационарные точки и предельные циклы);

оценка их устойчивости (для стационарных точек) и орбитальной устойчивости (для периодических решений);

построение диаграммы решений от параметра;

определение точек вещественной бифуркации (точек поворота и ветвления), а также точек бифуркации Андронова-Хопфа;

определение точек бифуркации для периодических решений;

построение бифуркационных диаграмм точек вещественной и комплексной бифуркации для стационарных решений.

При выполнении задания могут применяться любые ранее освоенные программные продукты, в частности программы из книги Дж.Форсайта, М.Малькольма, К.Моулера «Машинные методы математических вычислений», обсуждаемые в курсе лекций «Вычислительная математика». Возможно использование операционной среды MATLAB, систем компьютерной алгебры MathCAD, Mathematica и др.

1. Форма проведения экзамена

1. *устное собеседование*

2. *портфолио*

2. Правила проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий

Проводится так же, как и в случае очной формы обучения с использованием дистанционных технологий в системе MS Teams. При выставлении оценки учитываются результаты устного собеседования, а также результаты обучения в текущем семестре, связанные с выполнением расчетных заданий.

13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.