

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКНК
_____ Д.П. Зегжда
«17» июня 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Вычислительная математика»

Разработчик	Высшая школа программной инженерии
Направление (специальность) подготовки	09.03.04 Программная инженерия
Наименование ООП	09.03.04_01 Технология разработки и сопровождения качественного программного продукта
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Образовательный стандарт	СУОС
Форма обучения	Очная

СОГЛАСОВАНО	Соответствует СУОС
Руководитель ОП	Утверждена протоколом заседания
_____ А.В. Петров	высшей школы "ВШПИ" от «21» мая 2024 г. № 1

РПД разработал:
Профессор, д.т.н., проф. С.М. Устинов

1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины

Сформировать специалистов, умеющих обоснованно и результативно применять существующие и осваивать новые численные методы при решении задач моделирования в профессиональной области; умеющих математически грамотно пояснить существование используемых алгоритмов и моделей и обосновать необходимость их применения

Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ИД-2 ОПК-1	Применяет методы вычислительной математики для анализа моделей и решения научных и технических задач

Планируемые результаты изучения дисциплины

знания:

- Знает особенности этапов математического моделирования объектов, описываемых дифференциальными, разностными и алгебраическими уравнениями, а также методы и алгоритмы исследования этих моделей с учетом их возможной реализации на ЭВМ; основные понятия, методы и приёмы решения задач аппроксимации функций, численного интегрирования и дифференцирования, линейной алгебры, минимизации функций, решения нелинейных уравнений и систем, дифференциальных уравнений

умения:

- Умеет выбрать метод решения поставленной задачи, реализовать его в виде схемы алгоритма и программы, интерпретировать результаты моделирования и оценить их погрешность в типичных задачах профессиональной области с доведением решения до практического результата; определить такие негативные явления, как плохая обусловленность матриц при решении линейных систем алгебраических уравнений, жесткость систем дифференциальных уравнений, и предложить способы борьбы с ними

навыки:

- Владеет способностью реализовать метод решения задачи в виде схемы алгоритма и программы на одном из алгоритмических языков, пользоваться стандартным математическим обеспечением на примере предлагаемого пакета прикладных программ

2. Место дисциплины в структуре ООП

В учебном плане дисциплина «Вычислительная математика» не связана ни с одним модулем учебного плана.

Изучение дисциплины базируется на результатах освоения следующих дисциплин:

- Технологии программирования
- Алгоритмизация и программирование

3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость по семестрам
	Очная форма
Лекционные занятия	60
Практические занятия	44
Самостоятельная работа	97
Часы на контроль	16
Промежуточная аттестация (экзамен)	11
Промежуточная аттестация (зачет)	8
Курсовое проектирование	16
Общая трудоемкость освоения дисциплины	252, ач
	7, зет

3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
Текущий контроль	
Курсовые работы, шт.	1
Промежуточная аттестация	
Зачеты, шт.	2
Экзамены, шт.	1

4. Содержание и результаты обучения

4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма		
		Лек, ач	Пр, ач	СР, ач
1.	Погрешности вычислений	1	3	4
2.	Разности, суммы, разностные уравнения	4	3	11
3.	Интерполяция функций и смежные вопросы	8	8	15
4.	Среднеквадратичная аппроксимация	8	3	11
5.	Дополнительные элементы теории матриц	6	3	12
6.	Системы линейных алгебраических уравнений	7	4	12
7.	Проблема собственных значений	6	1	2
8.	Нелинейные уравнение и системы	3	3	6
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и введение в методы решения уравнений в частных производных	8	12	18
10.	Минимизация функций и ее приложения	7	2	4
11.	Введение в некорректно поставленные задачи	2	2	2
Итого по видам учебной работы:		60	44	97
Зачеты, ач				4
Экзамены, ач				12
Часы на контроль, ач				16
Курсовое проектирование				16
Промежуточная аттестация (экзамен)				11
Промежуточная аттестация (зачет)				8
Общая трудоёмкость освоения: ач / зет				252 / 7

4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
1. Погрешности вычислений	Источники и классификация погрешностей. Представление чисел в ЭВМ, абсолютная и относительная погрешности. Погрешности арифметических операций. Понятие машинного «эпсилон». Устойчивые и неустойчивые алгоритмы
2. Разности, суммы, разностные уравнения	Конечные разности, разделенные разности и их свойства. Таблица конечных разностей. Суммирование функций. Формула Абеля. Разностное уравнение, его порядок. Уравнение первого порядка. Решение линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами
3. Интерполяция функций и смежные вопросы	Аппроксимация функций. Критерии близости. Задача интерполирования. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Остаточный член полинома. Выбор узлов интерполирования. Интерполирование по Эрмиту. Обратная задача интерполирования. Сплайн-интерполяция. Подпрограммы SPLINE и SEVAL . Квадратурные формулы Ньютона-Котеса, Чебышева, Гаусса. Составные формулы. Адаптивные квадратурные формулы. Про-грамма QUANC8. Численное дифференцирование. Формулы для первой и второй производных. Влияние вычислительной погрешности на точность.
4. Среднеквадратичная аппроксимация	Среднеквадратичная аппроксимация (метод наименьших квадратов – МНК). Весовые коэффициенты и весовые функции. Понятие ортогональности. Метод ортогонализации Шмидта. Примеры ортогональных полиномов. Сингулярное разложение матрицы, программа SVD . Использование сингулярного анализа для выравнивания экспериментальных данных методом наименьших квадратов. Понятие «эффективного» ранга матрицы. Псевдообратная матрица.
5. Дополнительные элементы теории матриц	Обратная матрица, собственные значения и векторы. Скалярное произведение и ортогональные матрицы. Матричный ряд. Норма матрицы. Функции матрицы и их свойства. Теорема Гамильтона-Кэли и формула Лагранжа-Сильвестра. Решение систем линейных дифференциальных и разностных уравнений в векторно-матричном виде. Устойчивость решений по Ляпунову.

6. Системы линейных алгебраических уравнений	Точные и итерационные методы. Явление плохой обусловленности. Метод Гаусса. LU-разложение матрицы. Подпрограммы DECOMP и SOLVE . Метод последовательных приближений. Разреженные матрицы и их хранение в памяти ЭВМ. Сходимость одношаговых итерационных методов, оценка скорости сходимости. Многочлены Чебышева и нестационарные методы с чебышевским набором параметров. Итерационные методы вариационного типа. Методы минимальных невязок, минимальных поправок, скорейшего спуска, сопряженных градиентов.
7. Проблема собственных значений	Методы решения частичной проблемы собственных значений (степенной метод, обратный степенной метод без сдвигов и со сдвигами). QR-разложение. QR-алгоритм для решения полной проблемы собственных значений. Преобразования Хаусхолдера и Гивенса для приведения матрицы к форме Хессенберга.
8. Нелинейные уравнение и системы	Методы бисекции, секущих, обратной квадратичной интерполяции. Подпрограмма ZEROIN. Метод последовательных приближений. Метод Ньютона.
9. Обыкновенные дифференциальные уравнения и введение в методы решения уравнений в частных производных	Задача Коши. Методы ломаных Эйлера, метод трапеций. Методы Адамса. Локальная и глобальная погрешности, степень точности (порядок аппроксимации) метода. Методы Рунге-Кутты. Подпрограмма RKF45. Область устойчивости метода. Явление жесткости и примеры жестких систем. Особенности реализации неявных методов (процедура Гира). Принцип квазистационарности производных. Краевые задачи. Метод стрельбы, конечноразностный метод (с методом прогонки). Проекционные методы коллокации, Галеркина, конечных элементов. Метод прямых, жесткость возникающих уравнений. Метод сеток. Особенности решения систем аппроксимирующих уравнений высокой размерности.

10. Минимизация функций и ее приложения	<p>Одномерный поиск. Метод деления отрезка пополам, золотого сечения, последовательной параболической интерполяции.</p> <p>Программа FMIN . Локальный и глобальный минимум. Задача многомерного поиска и ее связь с другими задачами численного анализа. Методы покоординатного спуска, градиентного спуска, Ньютона. Квадратичная функция и ее линии уровня. Явление овражности, примеры овражных функций. Недостатки традиционных методов при минимизации овражных функций.</p> <p>Уравнение линии спуска. Связь явлений жесткости и овражности. Плохое масштабирование, комплексы параметров (агрегаты) и численная методика их выявления. Барьерные и штрафные в задачах условной минимизации. Задача параметрической идентификации математических моделей.</p>
11. Введение в некорректно поставленные задачи	<p>Понятие устойчивой и корректно поставленной задачи. Примеры некорректно поставленных задач, регуляризирующие алгоритмы для их решения. Комплексы параметров в задачах минимизации функций, решение систем алгебраических и дифференциальных уравнений, задача численного дифференцирования в некорректной постановке.</p>

5. Образовательные технологии

В рамках курса "Вычислительная математика" предусматриваются лекции, ряд из них является интерактивными проблемными, ряд из них может читаться дистанционно, практические занятия и курсовая работа

6. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

7. Практические занятия

№ раздела	Наименование практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Погрешности вычислений	3
2.	Разности, суммы, разностные уравнения	3
3.	Интерполяция функций и смежные вопросы	8
4.	Среднеквадратичная аппроксимация	3
5.	Дополнительные элементы теории матриц	3
6.	Системы линейных алгебраических уравнений	4
7.	Проблема собственных значений	1
8.	Нелинейные уравнения и системы	3
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и введение в методы решения уравнений в частных производных	12
10.	Минимизация функций и ее приложения	2
11.	Введение в некорректно поставленные задачи	2
Итого часов		44

8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
Текущая СР	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	24
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	2
самостоятельное изучение разделов дисциплины	4
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	12
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	13
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	10
Итого текущей СР:	65
Творческая проблемно-ориентированная СР	
выполнение расчётно-графических работ	14
выполнение курсового проекта или курсовой работы	12
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	0
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	6
Итого творческой СР:	32
Общая трудоемкость СР:	97

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Адрес сайта курса

<https://dl.spbstu.ru/course/view.php?id=5464>

9.2. Рекомендуемая литература

Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Устинов С.М., Зимницкий В.А. Вычислительная математика: Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2009.	2009	ИБК СПбПУ
2	Устинов С.М. Математические модели, 2020. URL: http://elib.spbstu.ru/dl/2/s20-57.pdf	2020	ЭБ СПбПУ

Дополнительная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Кирсяев А.Н., Куприянов В.Е. Вычислительная математика, 2011. URL: http://elib.spbstu.ru/dl/local/2142.pdf	2011	ЭБ СПбПУ

Ресурсы Интернета

1. [Электронный ресурс] Кирсяев А.Н., Куприянов В.Е. Вычислительная математика, 2011: <http://elib.spbstu.ru/dl/local/2142.pdf>

9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

Используется набор прикладных программ, содержащийся в книге Дж.Форсайта и др. и, в частности, включающий процедуры **SPLINE**, **SEVAL**, **QUANC8**, **DECOMP**, **SOLVE**, **ZEROIN**, **RKF45**, **FMIN**, **SVD** и др.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

В лекционной аудитории должна быть доска и маркеры, проектор.

При выполнении лабораторных и курсовых работ используется дисплейный класс персональных машин общего назначения.

11. Критерии оценивания и оценочные средства

11.1. Критерии оценивания

Для дисциплины «Вычислительная математика» предусмотрены следующие формы аттестации: зачёт, экзамен. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

Текущий контроль успеваемости

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Неудовлетворительно - Обнаружившему серьезные пробелы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, не ответил на все вопросы билета и дополнительные вопросы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение по образовательной программе без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине (формирования и развития компетенций, закреплённых за данной дисциплиной). Оценка «неудовлетворительно» выставляется также, если студент после начала экзамена отказался его сдавать или нарушил правила сдачи экзамена.

Удовлетворительно - Обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, знаком с основной литературой, рекомендованной рабочей программой дисциплины; допустил погрешность в ответе на теоретические вопросы, но обладал необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя..

Хорошо - Обнаруживший полное знание материала изученной дисциплины, успешно выполнил предусмотренные задания, усвоил основную литературу, рекомендованную рабочей программой дисциплины; показал систематический характер знаний по дисциплине, ответил на все вопросы билета, но допустил при этом непринципиальные ошибки.

Отлично - Обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной рабочей программой дисциплины; проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответил не только на вопросы билета, но и на дополнительные вопросы в рамках рабочей программы дисциплины.

Цель курсовой работы - приобретение студентами опыта исследования математических моделей, осознание единого подхода к исследованию моделей, основанного на небольшом наборе стандартных алгоритмов ("пакет Форсайта") и отражающего технику моделирования реальных сложных систем с применением ЭВМ.

Курсовая работа заключается в получении количественных характеристик модели из различных областей механики, электричества, экономики, химии и пр., анализе зависимости ее поведения от параметров, оценке точности полученных результатов. Работа является последним видом занятий студентов по данной дисциплине, что позволяет рассматривать ранее изученные алгоритмы как готовые блоки, оформленные в виде набора стандартных программ для применяемой ЭВМ. Примеры тем курсовых работ приведены в учебном пособии (С.М.Устинов, В.А.Зимницкий. Вычислительная математика, стр. 318-322). Работы охватывают разделы: интерполяция и квадратурные формулы, решение систем линейных алгебраических уравнений, нелинейные уравнения и системы, решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений, минимизация функций и ее приложения.

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, включая критерии выставления оценки.

1. Форма проведения экзамена, зачета, зачета с оценкой, курсовой работы (проекта)
 1. *устное собеседование*
 2. *портфолио*
2. Правила проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий

Проводится так же, как и в случае очной формы обучения с использованием дистанционных технологий в системе MS Teams. При выставлении оценки «зачтено» учитываются результаты

устного собеседования, а также результаты обучения в текущем семестре (лабораторные работы, курсовая работа).

3. Критерии выставления оценок по результатам промежуточной аттестации по дисциплине

Получение зачета заслуживает студент, проделавший все индивидуальные задания и курсовую работу, участвующий в обсуждениях результатов выполненной работы, понимающий процесс выполнения работы, готовый повторить выполненное задание и умеющий ответить на вопросы по лекционному курсу, связанные с применением конкретных методов.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачленено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачленено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачленено
90 и более	Отлично/зачленено

11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине

представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале etk.spbstu.ru

12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

В рамках курса "Вычислительная математика" параллельно с изучением каждого раздела лекционного курса предусмотрены домашние задания по всем темам практических занятий. Эти задания реализуются в интерактивной форме с элементами индивидуального обучения и опережающей самостоятельной работы. По разделам 11 – 16 практических занятий выполняются расчеты с использованием программ из книги Дж.Форсайта, М.Малькольма, К.Моулера «Машинные методы математических вычислений», обсуждаемых в курсе лекций, а также курсовая работа. Ее целью является приобретение студентами опыта исследования математических моделей, осознание единого подхода к исследованию моделей, основанного на небольшом наборе стандартных алгоритмов ("пакет Форсайта") и отражающего технику моделирования реальных сложных систем с применением ЭВМ. Курсовая работа заключается в

получении количественных характеристик модели из различных областей механики, электричества, экономики, химии и пр., анализе зависимости ее поведения от параметров, оценке точности полученных результатов. Работа является последним видом занятий студентов по данной дисциплине, что позволяет рассматривать ранее изученные алгоритмы как готовые блоки, оформленные в виде набора стандартных программ. Подробные рекомендации для выполнения расчетных заданий и курсовой работы даны на страницах 297 – 322 учебного пособия

Устинов С.М., Зимницкий В.А. Вычислительная математика: Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2009.

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, включая критерии выставления оценки.

1. Форма проведения экзамена, зачета, зачета с оценкой, курсовой работы (проекта)
 1. *устное собеседование*
 2. *портфолио*
2. Правила проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий

Проводится так же, как и в случае очной формы обучения с использованием дистанционных технологий в системе MS Teams. При выставлении оценки «зачтено» учитываются результаты устного собеседования, а также результаты обучения в текущем семестре (лабораторные работы, курсовая работа).

3. Критерии выставления оценок по результатам промежуточной аттестации по дисциплине

Получение зачета заслуживает студент, проделавший все индивидуальные задания и курсовую работу, участвующий в обсуждениях результатов выполненной работы, понимающий процесс выполнения работы, готовый повторить выполненное задание и умеющий ответить на вопросы по лекционному курсу, связанные с применением конкретных методов.

13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медицинской-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.