

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКНК
_____ Д.П. Зегжда
«17» июня 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Компьютерная алгебра»

Разработчик	Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем
Направление (специальность) подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Наименование ООП	09.03.01_01 Разработка компьютерных систем
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Образовательный стандарт	СУОС
Форма обучения	Очная

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОП
_____ Р.В. Цветков
«19» мая 2025 г.

Соответствует СУОС
Утверждена протоколом заседания
высшей школы "ВШКТиИС"
от «19» мая 2025 г. № 4

РПД разработал:
Старший преподаватель И.А. Малышев

1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины

1. приобретение теоретических знаний об основных алгебраических объектах, символьных формах их представления и алгоритмах преобразования
2. получение практических навыков точного решения вычислительных задач в программных системах компьютерной алгебры

Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ИД-1 ОПК-1	Формализует постановку задачи создания новой системы, блока, модуля, устройства с использованием законов физики и математического аппарата
ИД-4 ОПК-1	Разрабатывает аналитическую модель, позволяющую решать задачу синтеза и оптимизации создаваемого объекта
ОПК-9	Способен осваивать методики использования программных средств для решения практических задач
ИД-1 ОПК-9	Использует пакеты прикладных программ для решения задач в различных областях
ИД-3 ОПК-9	Выполнение разработки процедур интеграции программных модулей
ИД-4 ОПК-9	Осуществляет интеграцию программных модулей и компонент и верификацию выпусков программного продукта

Планируемые результаты изучения дисциплины

знания:

- Знает основные операционные узлы цифровых устройств
- Знает прикладную теорию автоматов
- Знает программные средства моделирования систем ЦОС
- средства и способы интеграции программных модулей (такие как Maven, Gradle)
- методы интеграции компонентов ПО, методы верификации ПО

умения:

- Умеет описать арифметические и логические функции операционных узлов и цифровых устройств на их основе
- Умеет разрабатывать модель автомата по заданному алгоритму
- Умеет выбрать подходящие средства для решения поставленных задач
- применять средства интеграции программных модулей
- конфигурировать ПО, формализовывать задачу верификации

навыки:

- Владеет математическим аппаратом для описания функций операционных узлов цифровых систем
- Владеет навыками построения автоматов, решения задач синтеза и анализа цифровых устройств
- Владеет навыками применения программного пакета Matlab для моделирования алгоритмов ЦОС
- интеграция программных модулей
- использование технологий непрерывной интеграции и инструментов верификации программного обеспечения

2. Место дисциплины в структуре ООП

В учебном плане дисциплина «Компьютерная алгебра» не связана ни с одним модулем учебного плана.

Изучение дисциплины требует знания школьной программы, успешной сдачи вступительных или единых государственных экзаменов.

3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоёмкость по семестрам
	Очная форма
Лекционные занятия	16
Лабораторные занятия	14
Самостоятельная работа	72
Промежуточная аттестация (зачет)	0
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	6
Общая трудоёмкость освоения дисциплины	108, ач
	3, зет

3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
Текущий контроль	
Контрольные, шт.	1
Промежуточная аттестация	
Зачеты с оценкой, шт.	1

4. Содержание и результаты обучения

4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма		
		Лек, ач	Лаб, ач	СР, ач
1.	Введение в компьютерную алгебру			
1.1.	Модели, методы и средства компьютерной обработки информации	1	0	0

1.2.	Теория и практика символьных вычислений	1	0	4
1.3.	Основы арифметических вычислений над числами и полиномами	1	0	4
1.4.	Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы	1	0	4
2.	Основные математические объекты и их представления			
2.1.	Элементы общей алгебры и теории чисел	1	0	4
2.2.	Математические объекты компьютерной алгебры	1	0	4
2.3.	Преобразования представлений математических объектов	1	0	4
2.4.	Каноническое упрощение алгебраических выражений	2	0	4
2.5.	Каноническое упрощение полиномиальных уравнений	2	0	4
3.	Основные алгоритмы вычислений в компьютерной алгебре			
3.1.	Вычисление наибольшего общего делителя (НОД) целых чисел и полиномов	2	0	4
3.2.	Факторизация целых чисел	1	0	4
3.3.	Факторизация полиномов	1	0	4
3.4.	Точные вычисления в конечных полях	1	0	4
4.	Решение математических задач в системах компьютерной алгебры			
4.1.	Интерактивные символьные вычисления	0	4	4
4.2.	Программирование символьных вычислений	0	4	6
4.3.	Разработка алгоритмов символьных вычислений математических функций	0	2	4
4.4.	Разработка пользовательских библиотек математических объектов	0	2	6
4.5.	Анализ сложности и оптимизация эффективности вычислительных алгоритмов	0	1	2
4.6.	Тестирование умений и навыков решения математических задач методами компьютерной алгебры	0	1	2
Итого по видам учебной работы:		16	14	72
Зачеты с оценкой, ач				0
Часы на контроль, ач				0
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)		6		
Общая трудоёмкость освоения: ач / зет		108 / 3		

4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
1. Введение в компьютерную алгебру	
1.1. Модели, методы и средства компьютерной обработки информации	<p>Понятие о компьютерной алгебре (определение, примеры задач, место и роль в учебном процессе, результаты изучения дисциплины).</p> <p>Эволюция абстракций информационных объектов. Примеры.</p> <p>Понятие об основных проблемах вычислений. Подходы к решению проблем и характеристика их эффективности.</p> <p>Особенности решения проблем точности и сложности в численном анализе. Примеры.</p> <p>Особенности решения проблем точности и сложности в компьютерной алгебре. Примеры.</p> <p>Классы сложности задач обработки информации. Примеры.</p> <p>Понятие об алгоритмически неразрешимых задачах. Теоремы Гёделя о неполноте.</p> <p>Аспекты и проблемы алгоритмической неразрешимости. Примеры. Алгоритмически неразрешимые задачи компьютерной алгебры.</p> <p>Понятие об алгоритмически разрешимых задачах. Классы трудоёмкости алгоритмов.</p> <p>Понятие сложности алгоритма. Типы асимптотических оценок. Примеры.</p> <p>Функция времени вычисления. Оценки времени вычислений для базисных алгоритмических операций, алгоритмических конструкций, простых алгоритмов. Примеры.</p> <p>Классы сложности алгоритмов. Проблема классификации. Шкала сложности.</p>
1.2. Теория и практика символьных вычислений	<p>Понятие о структурах данных. Диаграммы отношений, экземпляры, схемы.</p> <p>Списочные структуры данных. Основные операции над списками.</p> <p>Базовые типы данных систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Типы представлений чисел и полиномов. Примеры. Распределение памяти в системах компьютерной алгебры.</p> <p>LISP-машина символьных вычислений. Типы LISP-выражений.</p> <p>Классы функций LISP-машины. Общая схема вычисления LISP-выражения.</p> <p>Пример LISP-программирования аналитических преобразований над полиномами.</p>

<p>1.3. Основы арифметических вычислений над числами и полиномами</p>	<p>Символьные объекты целочисленной арифметики. Критерии выбора их представлений.</p> <p>Спецификация класса длинных целых чисел: конструкторы и операции над объектами класса.</p> <p>Целочисленные интерфейсы ввода-вывода систем компьютерной алгебры.</p> <p>Схемы выполнения, программная реализация и оценка сложности аддитивных операций над длинными целыми числами.</p> <p>Схемы выполнения, программная реализация и оценка сложности операции умножения целых чисел.</p> <p>Схемы выполнения, программная реализация и оценка сложности операции деления целых чисел.</p> <p>Правило угадывания цифр частного. Теорема Кнута о пробном частном. Пример применения теоремы.</p> <p>Списочные представления полиномов от одной и нескольких переменных. Примеры.</p> <p>Нормы сложности выполнения операций над полиномами.</p> <p>Функции времени вычислений аддитивных и мультипликативных операций. Примеры.</p>
<p>1.4. Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы</p>	<p>Классификация систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Типовая архитектура системы компьютерной алгебры. Требования к функциональным блокам.</p> <p>Характеристика библиотек алгоритмов, пакетов расширения и пользовательских интерфейсов систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Программные и программно-аппаратные реализации систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Направления развития систем компьютерной алгебры.</p>
<p>2. Основные математические объекты и их представления</p>	

<p>2.1. Элементы общей алгебры и теории чисел</p>	<p>Понятие множества. Основные типы множеств. Примеры.</p> <p>Понятие отношения над множествами. Бинарные отношения и их свойства. Отношения эквивалентности и порядка. Замыкание отношений.</p> <p>Понятие операции. Свойства бинарных операций. Примеры.</p> <p>Аксиоматические системы теории множеств.</p> <p>Универсальные алгебры. Системы образующих. Конечно-порождённые алгебры.</p> <p>Понятие алгебраической системы. Морфизмы универсальных алгебр.</p> <p>Группоиды. Типы операционных структур. Примеры.</p> <p>Арифметические структуры: кольца и области целостности. Примеры.</p> <p>Арифметические структуры: поля. Векторные и топологические пространства.</p> <p>Упорядоченные множества. Решётки. Диаграммы Хассе.</p> <p>Булевы и нечёткие алгебры. Обобщения алгебраических систем. Примеры.</p> <p>Основные типы чисел. Примеры. Обобщения базовых числовых систем.</p> <p>Свойство делимости чисел. Основная теорема арифметики.</p> <p>Цепные дроби. Отношение сравнимости чисел по модулю.</p>
----------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>2.2. Математические объекты компьютерной алгебры</p>	<p>Жизненный цикл обработки информации. Представления и преобразования математических объектов. Иерархия абстракций представлений. Примеры.</p> <p>Виды эффективных представлений. Канонические и нормальные, плотные и разреженные представления. Примеры.</p> <p>Язык и алгебра термов. Задача унификации термов и алгоритм её решения.</p> <p>Группа подстановок. Теорема Кэли. Примеры применения теоремы.</p> <p>Алгебраическая система списковых структур. Примеры.</p> <p>Характеристика задач представления математических объектов: упрощение и канонизация. Отношения эквивалентности выражений. Конгруэнция.</p> <p>Понятия вычислимости и разрешимости математического объекта. Канонические упрощения на основе вычислимости и разрешимости. Примеры.</p> <p>Неканонические упрощения. Проблема выбора представления математического объекта.</p> <p>Базовые объекты компьютерной алгебры, их канонические и нормальные представления. Примеры.</p> <p>Алгебраические числа и алгебраические функции. Представления простых и вложенных радикалов. Представления алгебраических функций общего вида.</p> <p>Представления трансцендентных функций и матриц.</p>
<p>2.3. Преобразования представлений математических объектов</p>	<p>Цели, условия и показатели качества преобразований представлений математических объектов.</p> <p>Требования к свойствам представлений. Примеры представлений чисел и полиномов. Прикладные задачи преобразования представлений.</p> <p>Типы средств эквивалентных преобразований представлений. Примеры.</p> <p>Понятие исчисления. Классификация логик.</p> <p>Классические и неклассические логики. Примеры.</p> <p>Равенство математических объектов. Исчисление равенств.</p>

<p>2.4. Каноническое упрощение алгебраических выражений</p>	<p>Методы неканонических упрощений. Система переписывания термов. Определение и свойства отношения редукции.</p> <p>Методы построения канонизаций. Примеры.</p> <p>Основные понятия метода локализации. Алгоритм нормальной формы. Общая схема построения теста его каноничности.</p> <p>Основные леммы метода локализации: формулировки и доказательства.</p> <p>Локальный критерий каноничности. Эффективность метода локализации.</p> <p>Неформальное введение в метод критических пар. Пример описания и разметки дерева термов. Операция «местной» замены.</p> <p>Отношение «местной» редукции.</p> <p>Определение и пример выявления критической пары. Теорема Кнута-Бендикса. Алгоритм критической пары.</p> <p>Стойкость и совместность отношения редукции. Метод критических пар в теории групп.</p> <p>Метод пополнения: ключевые идеи и проблемы применения.</p> <p>Алгоритм пополнения и его результативность.</p>
<p>2.5. Каноническое упрощение полиномиальных уравнений</p>	<p>Полиномиальный идеал. Исходная и уточнённая постановки задачи полиномиального упрощения. Простота системы образующих идеала.</p> <p>Понятие редукции полинома. Пример. Цепочки редукций.</p> <p>«Запасной» метод редукции полинома. Пример. Вполне редуцированный полином.</p> <p>Понятие и пример построения стандартного базиса (базиса Грёбнера).</p> <p>Теоремы о стандартных базисах. Редуцированный базис.</p> <p>Теорема о числе решений системы полиномиальных уравнений.</p> <p>Метод определения решений. Гипотеза об изолированности переменной.</p> <p>Размерность множества решений системы образующих идеала. Пример.</p> <p>Прямая и обратная задачи о стандартном базисе идеала.</p> <p>Определение и свойства S – полинома</p> <p>Критерий стандартности базиса идеала. Метод и пример построения стандартного базиса.</p> <p>Критерий Бухбергера. Проблема выбора S – полинома. Сложность алгоритма Бухбергера. Метод повторного исключения.</p>
<p>3. Основные алгоритмы вычислений в компьютерной алгебре</p>	

<p>3.1. Вычисление наибольшего общего делителя (НОД) целых чисел и полиномов</p>	<p>Делимость в коммутативных кольцах. Неприводимые элементы кольца. Кольцо главных идеалов. Факториальное кольцо.</p> <p>Понятие наибольшего общего делителя (НОД). Свойства и алгоритмы вычисления НОД в кольце целых чисел. Евклидовы кольца.</p> <p>Простейший алгоритм вычисления НОД и его сложность.</p> <p>Алгоритм Евклида вычисления НОД и его сложность. Теорема Ламе. Обобщение алгоритма Евклида.</p> <p>Бинарный алгоритм вычисления НОД и его сложность. Алгоритм вычисления НОД с помощью разложения на простые числа.</p> <p>Теорема существования НОД. Расширенный алгоритм Евклида и его сложность. Методы уменьшения сложности алгоритмов вычисления НОД.</p> <p>Евклидовы области. НОД полиномов. Расширенный алгоритм Евклида для полиномов над полем и его сложность.</p> <p>Понятие последовательности полиномиальных остатков (PRS). Проблема вычисления PRS. Лемма Гаусса. Этапы вычисления НОД в кольце $Z[x]$.</p> <p>Содержание и примитивная часть полинома. Операция псевдоделения полиномов. Пример применения псевдоделения в $Z[x]$.</p> <p>Обобщённый алгоритм Евклида для полиномов над целыми числами и его сложность.</p> <p>Алгоритм Евклида вычисления PRS. Пример. Полные и неполные PRS.</p> <p>Алгоритм примитивных PRS. Пример.</p> <p>Матрица Сильвестра. Результат и субрезультаты полиномов.</p> <p>Алгоритм вычисления результата.</p> <p>Лучший метод выбора коэффициентов полиномиальных остатков.</p> <p>Пример вычисления НОД на основе последовательности полиномиальных субрезультатов.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>3.2. Факторизация целых чисел</p>	<p>Представление рациональных чисел цепными дробями. Алгоритм Евклида порождения цепной дроби. Свойства конечных цепных дробей.</p> <p>Свойства бесконечных цепных дробей. Обобщение алгоритма Евклида для цепных дробей. Примеры.</p> <p>Характеристика задач факторизации целых чисел. Теоремы о существовании и единственности неприводимого разложения.</p> <p>Проблема однозначности разложения на множители.</p> <p>Произведение степеней простых чисел. Формула вычисления функции Эйлера.</p> <p>Метод решета Эратосфена и его эффективность. Теорема о количестве простых чисел.</p> <p>Метод генерации больших простых чисел. Алгоритм генерации простых чисел и его сложность. Пример.</p> <p>Детерминированные тесты простоты целых чисел и их сложность.</p> <p>Вероятностные тесты (тесты псевдопростоты), их эффективность и сложность. Числа Кармайкла.</p> <p>Метод Лежандра разложения целых чисел на множители и его сложность. Пример.</p> <p>Числа Ферма и Мерсенна. Разложение целых чисел на множители по методу Ферма и по методу цепных дробей.</p>
---------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>3.3. Факторизация полиномов</p>	<p>Понятие корня полинома. Простые и кратные корни. Теорема о количестве корней полинома.</p> <p>Метод Руффини – Горнера и его сложность. Применение метода для вычисления значения полинома. Интерполяционная задача Лагранжа.</p> <p>Задача факторизации полиномов. Неприводимые полиномы и их свойства в различных алгебраических структурах.</p> <p>Простые и кратные сомножители. Теоремы об однозначном разложении полиномов на множители.</p> <p>Неприводимые полиномы в $\mathbb{Q}[x]$ и $\mathbb{Z}[x]$. Примитивные полиномы в $\mathbb{Q}[x]$. Критерий Эйзенштейна неприводимости полиномов.</p> <p>Метод Кронекера разложения полинома на неприводимые множители в $\mathbb{Z}[x]$. Одномерный алгоритм Кронекера.</p> <p>Многомерный метод и алгоритм Кронекера факторизации полиномов. Анализ метода Кронекера.</p> <p>Свободные от квадратов полиномы. Понятие и свойство делимости производной полинома.</p> <p>Метод и алгоритм разложения полиномов на свободные от квадратов множители. Анализ сложности алгоритма и пример его применения.</p> <p>«Окольный» метод факторизации полиномов и его сложность.</p> <p>Алгоритм Берлекэмпа факторизации полиномов в $\mathbb{Z}_p[x]$ и его сложность. Теорема Берлекэмпа.</p>
-------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>3.4. Точные вычисления в конечных полях</p>	<p>Сравнимость целых чисел по модулю. Эквивалентность и конгруэнция по модулю. Модулярные арифметики.</p> <p>Проблема мультипликативных обратных элементов в системе вычетов. Теорема об алгебраических структурах систем вычетов. Примеры колец и полей \mathbb{Z}_m.</p> <p>Вычисление мультипликативного обратного элемента в \mathbb{Z}_m.</p> <p>Методы возведения числа в целую степень. Алгоритм бинарного метода и его сложность.</p> <p>Группа обратимых элементов кольца \mathbb{Z}_m. Примитивный корень по модулю. Свойство цикличности группы U_m.</p> <p>Модулярные уравнения. Примеры.</p> <p>Обоснование, формулировка и доказательство греко-китайской теоремы об остатках.</p> <p>Пример применения и обобщение греко-китайской теоремы об остатках. Греко-китайское представление чисел.</p> <p>Исходный и обобщённый греко-китайские алгоритмы и их сложность.</p> <p>Одномодульная арифметика вычетов. Изоморфизм одномодульных вычетов. Проблемы выполнения операции деления. Примеры.</p> <p>Многомодульная арифметика вычетов. Стандартный набор остатков. Изоморфизм модульных арифметик. Проблемы выполнения операций. Представление чисел со смешанными основаниями.</p>
<p>4. Решение математических задач в системах компьютерной алгебры</p>	
<p>4.1. Интерактивные символьные вычисления</p>	<p>Пользовательский интерфейс. Справочная информация.</p> <p>Скалярные и списочные переменные. Константы.</p> <p>Вычисление выражений. Опции вычислений.</p> <p>Преобразование символьных представлений.</p> <p>Решение уравнений и систем уравнений.</p> <p>Режимы отображения результатов.</p>
<p>4.2. Программирование символьных вычислений</p>	<p>Операторы описания математических объектов.</p> <p>Операторы структурного программирования.</p> <p>Операторы файлового ввода-вывода.</p> <p>Операторы обработки 2D и 3D графических объектов.</p> <p>Библиотеки функциональных расширений.</p> <p>Внешние программные модули.</p>
<p>4.3. Разработка алгоритмов символьных вычислений математических функций</p>	<p>Разработка и программная реализация аналитически вычислимой, непрерывной или дискретной математической функции от параметрически заданного аргумента.</p>

4.4. Разработка пользовательских библиотек математических объектов	Разработка библиотеки изоморфных представлений логически управляемых комбинаторных математических объектов для событийного моделирования, анализа состояний и анимации динамики клеточного автомата.
4.5. Анализ сложности и оптимизация эффективности вычислительных алгоритмов	Встроенные средства профилирования выполняемых программ. Оптимизация емкостной и временной сложности программных реализаций вычислительных алгоритмов.
4.6. Тестирование умений и навыков решения математических задач методами компьютерной алгебры	Решение задач символьных вычислений по разделам математического анализа, дискретной математики и процедурного программирования. Решение задач оценивания и оптимизации сложности программных реализаций алгоритмов компьютерной алгебры.

5. Образовательные технологии

1. В преподавании дисциплины используются лекции, лабораторные занятия, домашние задания и контрольные работы.
2. Лекционные занятия проводятся как в классической, так и в интерактивной формах.
3. Лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе в форме решения типовых задач символьных вычислений.
4. Для всестороннего изучения наиболее важных разделов дисциплины используется творческая самостоятельная работа (выполняемая индивидуально или коллективно).

6. Лабораторный практикум

№ раздела	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Интерактивные вычисления в СКА Maxima	2
2.	Основы программирования символьных вычислений	2
3.	Аналитические вычисления математических выражений	2
4.	Абстрактные алгебраические структуры и их приложения	2
5.	Эффективные алгоритмы компьютерной алгебры	2
6.	Проектирование систем компьютерной алгебры	2
7.	Решение прикладных задач методами компьютерной алгебры	2
Итого часов		14

7. Практические занятия

Не предусмотрено

8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Для более глубокого изучения дисциплины используются две формы самостоятельной работы студентов: текущая и творческая.

Общедоступная публикация презентаций всех лекций на сайте курса обеспечивает опережающую подготовку студента к лекционным занятиям, проводимым в интерактивной форме, а также может служить опорным конспектом по теоретическим вопросам курса.

Все домашние задания выполняются студентами индивидуально на персональных компьютерах в программной системе компьютерной алгебры Maxima. Описания задач, входящих в задания, а также варианты исходных данных опубликованы на сайте курса, для сложных заданий приведены рекомендации по их выполнению.

Основной формой творческой самостоятельной работы является выполнение студентами (индивидуально или коллективно - в зависимости от трудоёмкости задания) тематического задания. Для творческого задания определены три тематических раздела: 1) эффективные алгоритмы; 2) алгебраические объекты; 3) прикладные задачи. В каждом тематическом разделе содержится рекомендуемый список тем заданий. Выбор студентом

тематического раздела и конкретной темы в этом разделе выполняется студентом самостоятельно, и результат выбора согласовывается с преподавателем.

Результаты творческих СРС представляются в форме рефератов, содержащих один или более разделов. В первом разделе необходимо изложить базовую и расширенную постановки целевой задачи, привести обзор подходов, методов и средств решения творческой задачи, обосновать выбор алгоритма решения и программных средств его реализации. Во втором разделе должны быть представлены результаты разработки программного обеспечения и проверки его функциональной работоспособности. В остальных разделах (при их наличии в реферате) следует сравнить собственные результаты с альтернативными решениями, привести результаты дополнительных исследований свойств изучаемых алгебраических объектов и/или решаемых с их помощью прикладных задач и т.п..

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
Текущая СР	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	8
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	0
самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	14
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	8
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	8
Итого текущей СР:	38
Творческая проблемно-ориентированная СР	
выполнение расчётно-графических работ	0
выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	12
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	12
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	10
Итого творческой СР:	34
Общая трудоемкость СР:	72

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Адрес сайта курса

<https://etk.spbstu.ru>

9.2. Рекомендуемая литература

Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Новиков Ф.А. Дискретная математика: Москва [и др.]: Питер, 2014.	2014	ИБК СПбПУ
2	Васильев Н.Н., Новиков Ф.А. Компьютерная алгебра, 2011. URL: http://elib.spbstu.ru/dl/2963.pdf	2011	ЭБ СПбПУ

Ресурсы Интернета

1. Демьянович Ю.К. Компьютерная алгебра. Системы аналитических вычислений. Учебное пособие. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского гос. ун-та, 1999. – 106 с.: http://www.math.spbu.ru/parallel/pdf/d_algebra.pdf
2. Кузнецов М.И. и др. Компьютерная алгебра. Учебное пособие. – Н. Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та, 2002. – 223 с.: <http://www.itlab.unn.ru/archive/docs/coaBook.pdf>
3. Панкратьев Е.В. Введение в компьютерную алгебру: Курс лекций. - НОУ ИНТУИТ.: <http://www.intuit.ru/departament/mathematics/compalgebra/>
4. Зюзьков В.М. Компьютерная алгебра. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2014. - 121 с.: http://www.math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/Computer_algebra_Zyuzkov.pdf
5. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры : учебное пособие / А. П. Горюшкин, В. А. Горюшкин. — 2-е изд., испр. и доп. — Петропавловск-Камчатский : КамГУ им. Витуса Беринга, 2011. — 518 с.: <http://bibl.kamgpu.ru/biblonline/avtrab/368-2013-01-28-01-55-02.html>
6. Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов / Е.А. Чикарёв. - М.: ALT Linux, 2012. - 384 с.: <https://www.altlinux.org/Images/0/0b/MaximaBook.pdf>

9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

При изучении курса используется свободно распространяемая система компьютерной алгебры (СКА) Maxima (<http://sourceforge.net/projects/maxima/>), которая содержит встроенную подсистему справочной информации, содержащую все необходимые сведения для пользователя СКА.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для выполнения лабораторных занятий в компьютерном классе необходимо наличие установленной на каждом персональном компьютере операционной системы общего назначения, под управлением которой функционирует система компьютерной алгебры Maxima. Кроме того, необходим доступ всех пользователей к информационным Интернет-ресурсам, представленным на специализированных тематических сайтах.

11. Критерии оценивания и оценочные средства

11.1. Критерии оценивания

Для дисциплины «Компьютерная алгебра» формой аттестации является зачёт с оценкой. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

Текущий контроль успеваемости

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Форма проведения промежуточной аттестации: **портфолио + устное собеседование**

Промежуточная аттестация проводится на зачётном занятии (в период экзаменационной сессии). Портфолио, представляемое на промежуточную аттестацию, включает работы, выполненные студентом в течение учебного семестра. Портфолио состоит из четырёх видов отчётных работ:

- 1) лабораторные работы;
- 2) домашние задания;
- 3) тематическое задание;
- 4) контрольная работа.

В состав портфолио включены пять из семи лабораторных работ, предусмотренных учебным планом. При этом первые четыре лабораторные работы являются основными (они обязательно входят в состав портфолио), а три остальные - факультативными (в состав портфолио входит одна из указанных работ - любая по выбору студента, согласованному с преподавателем). Оценка выполнения заданий, предусмотренных программами и основными, и факультативных лабораторных работ, производится преподавателем непосредственно в компьютерном классе на основании учёта посещаемости занятий (такая форма контроля успеваемости полностью соответствует специфике фронтального выполнения лабораторных работ - все студенты выполняют одни и те же задания самостоятельно или с помощью консультаций преподавателя).

В состав портфолио включены четыре домашних задания. Тематически каждое из домашних заданий соответствует одной из обязательных лабораторных работ, входящих в состав портфолио. Результаты выполнения домашних заданий представляются студентами в виде файлов, содержащих программные реализации аналитических (символьных) решений математических задач, относящихся к следующим тематическим разделам: 1) решение типовых задач высшей математики; 2) решение задач исследования свойств функций; 3) решение задач вычисления булевых функций; 4) решение задач построения и преобразования бинарных отношений. Все домашние задания выполняются на входном языке системы компьютерной алгебры Maxima.

В состав портфолио включено одно тематическое задание. Выполнение тематического задания является творческой самостоятельной работой. Определены три возможные предметные области тематического задания: 1) эффективные алгоритмы; 2) адгембраические объекты; 3) прикладные задачи. Для каждой из указанных предметных областей определён список рекомендованных тем заданий. Выбор предметной области и конкретной темы выполняется студентами самостоятельно, и результаты выбора обязательно согласовываются с преподавателем. Тематическое задание может быть выполнено студентом как индивидуально, так и в составе коллектива студентов из одной или нескольких студенческих групп. При этом максимальное количество студентов, выполняющих тематическое задание коллективно, обязательно согласовывается с преподавателем. (Это количество не должно превышать количество студенческих групп, обучающихся на потоке, при этом в состав коллектива допустимо включать не более трёх студентов одной студенческой группы). Результаты выполнения тематического задания обязательно представляются в двух формах: 1) форма программного кода; 2) форма реферата. Форма программного кода содержит исходные тексты программ (в виде текстовых файлов), разработанных и реализованных на одном из языков (самостоятельно и обоснованно выбранном авторами разработки) программирования. В качестве такого языка программирования не рекомендуется использовать входные языки систем компьютерной алгебры. Форма реферата представляет собой отчёт о результатах выполнения тематического задания. Указанный отчёт должен быть оформлен в соответствии с Правилами

оформления отчётных студенческих работ и представлен каждым автором в электронном виде (формат файла отчёта - PDF). Отчёт должен содержать один или более основных разделов. В первом разделе необходимо изложить базовую и расширенную постановки целевой задачи, привести обзор подходов, методов и средств решения творческой задачи, обосновать выбор алгоритма решения и программных средств его реализации. Во втором разделе должны быть представлены результаты разработки программного обеспечения и проверки его функциональной работоспособности. В остальных основных разделах (при их наличии в реферате) следует сравнить собственные результаты с альтернативными решениями, привести результаты дополнительных исследований свойств изучаемых алгебраических объектов и/или решаемых с их помощью прикладных задач и т.п. В Приложении к отчёту необходимо представить разработанные в ходе выполнения тематического задания программные коды и/или Интернет-ссылку на общедоступный репозиторий кодов.

В состав портфолио включена одна контрольная работа, объединяющая четыре задачи, требующие аналитического решения в системе компьютерной алгебры Maxima и относящиеся к следующим предметным областям: 1) дискретная математика, 2) вычислительная математика, 3) высшая алгебра, 4) высшая арифметика. Контрольная работа выполняется студентом самостоятельно в виде домашней контрольной работы. Для каждой из задач контрольной работы определены 30 заданий с различными вариантами исходных данных. Распределение вариантов заданий между студентами осуществляет преподаватель. Результаты написания контрольной работы представляются студентом в виде совокупности файлов с программами решений задач.

В ходе проведения промежуточной аттестации каждый студент представляет своё индивидуальное портфолио и проходит краткое устное собеседование в форме опроса без подготовки, направленное на подтверждение результатов обучения. Темами собеседования являются теоретические вопросы построения и анализа моделей и методов компьютерной алгебры, изучаемые студентом в лекционном курсе, а также вопросы практической реализации алгоритмов символьных вычислений, изучаемые студентом на лабораторных занятиях, при выполнении домашних и тематического заданий, при написании контрольной работы. Количество вопросов, заданных на устном собеседовании, выбирается лицом, проводящим промежуточную аттестацию, и варьируется от одного до четырёх в зависимости от правильности ответов обучающегося. Устное собеседование может быть (по выбору студента) полностью или частично заменено на представленные и документально подтверждённые студентом индивидуальные достижения, к которым относятся, в том числе, следующие: 1) участие в тематическом семинаре; 2) публичное выступление на тематическом семинаре с докладом о результатах выполнения тематического задания.

Оценки **"отлично"** заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

Таким образом, для получения оценки "отлично" необходимо соблюдение всех следующих условий:

- 1) успешно выполнить все пять лабораторных работ, входящих в состав портфолио;
- 2) успешно выполнить все четыре домашних задания;
- 3) успешно выполнить тематическое задание и представить разработанные программные коды и реферат, содержащий не менее трёх основных разделов;
- 4) успешно решить все четыре задачи контрольной работы;
- 5) правильно ответить на все вопросы устного собеседования.

Оценки **"хорошо"** заслуживает студент обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Таким образом, для получения оценки "хорошо" необходимо соблюдение всех следующих условий:

- 1) успешно выполнить не менее 3/4 от общего количества лабораторных работ, в том числе, не менее трёх основных лабораторных работ;
- 2) успешно выполнить все четыре домашних задания;
- 3) успешно выполнить тематическое задание и представить разработанные программные коды и реферат, содержащий не менее двух основных разделов;

- 4) успешно решить не менее трёх любых (по выбору студента) задач, входящих в состав задания на контрольную работу;
- 5) правильно ответить на более, чем половину вопросов устного собеседования.

Оценки **"удовлетворительно"** заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка **"удовлетворительно"** выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на вопросы устного собеседования и при выполнении отчётных заданий, входящих в состав портфолио, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Таким образом, для получения оценки **"удовлетворительно"** необходимо соблюдение всех следующих условий:

- 1) успешно выполнить не менее половины от общего количества лабораторных работ, в том числе, не менее двух основных лабораторных работ;
- 2) успешно выполнить не менее трёх любых (по выбору студента) домашних заданий, входящих в состав портфолио;
- 3) успешно выполнить тематическое задание и представить разработанные программные коды и реферат, содержащий, по крайней мере, один основной раздел (теоретический или практический);
- 4) успешно решить не менее двух любых (по выбору студента) задач, входящих в состав задания на контрольную работу;
- 5) правильно ответить, по крайней мере, на треть вопросов устного собеседования.

Оценка **"неудовлетворительно"** выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка **"неудовлетворительно"** ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Таким образом, для получения оценки "неудовлетворительно" достаточно соблюдения любого из следующих условий:

- 1) успешное выполнение студентом менее половины от общего количества лабораторных работ, в том числе, менее двух основных лабораторных работ;
- 2) успешное выполнение студентом менее трёх любых (по выбору студента) домашних заданий, входящих в состав портфолио;
- 3) не выполнение тематического задания: отсутствие разработанных программных кодов или отсутствие реферата, содержащего полученные результаты;
- 4) успешное решение студентом менее двух любых (по выбору студента) задач, входящих в состав задания на контрольную работу;
- 5) правильные ответы студента менее, чем на треть вопросов устного собеседования.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачтено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачтено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачтено
90 и более	Отлично/зачтено

11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале etk.spbstu.ru.

12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Данная дисциплина должна:

- 1) расширить состав алгебраических объектов, ранее изученных в курсах математики и информатики;
- 2) конкретизировать понятие о вычислительном алгоритме, его свойствах и критериях оценки эффективности;
- 3) проверить степень готовности студентов к практическому применению знаний, умений и навыков программирования для решения расчетных и проектных задач реальной сложности (в предметной области символьных и аналитических вычислений).

Для более глубокого и всестороннего изучения отдельных, профессионально значимых тем (арифметика, алгоритмика, информатика) учебные занятия проводятся в интерактивной форме.

Для закрепления знаний, умений и навыков, полученных студентами на практических занятиях в компьютерном классе, предусмотрены обязательные для выполнения и контролируемые домашние задания.

Эффективными формами текущей комплексной проверки знаний, полученных при изучении основных тематических разделов курса, служат контрольная работа и творческая самостоятельная работа.

Контрольная работа состоит из заданий обычной и повышенной сложности. Задания повышенной сложности позволяют оценить способности студентов к совместному применению знаний, полученных при изучении не только данной, но и смежных с ней по содержанию учебных дисциплин.

Творческая самостоятельная работа позволяет реализовать практико-ориентированный подход к изучению сложного математического курса в форме решения задач, профессионально значимых, но принципиально не требующих специальных знаний. Результаты творческих работ студентов рекомендуется публично обсуждать на тематических семинарах, проводимых с участием как отдельных студенческих групп, так и учебных потоков.

Промежуточная аттестация проводится в комбинированной форме: портфолио + устное собеседование.

13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.