

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКНК
_____ Д.П. Зегжда
«17» июня 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Дискретная математика»

Разработчик	Высшая школа программной инженерии
Направление (специальность) подготовки	09.03.04 Программная инженерия
Наименование ООП	09.03.04_01 Технология разработки и сопровождения качественного программного продукта
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Образовательный стандарт	СУОС
Форма обучения	Очная

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОП
_____ А.В. Петров
«21» мая 2024 г.

Соответствует СУОС
Утверждена протоколом заседания
высшей школы "ВШПИ"
от «21» мая 2024 г. № 1

РПД разработал:
Специалист по учебно-методической работе 1 категории Т.А. Вишневская

1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины

Цель изучения дискретной математики – сформировать специалистов, умеющих применять дискретные (символьные) модели при решении задач профессиональной области; владеющих логическим мышлением и математической культурой; умеющих анализировать как предметную область, так и процесс ее познания и вовлечения в практическую деятельность на основе изучаемых модельных представлений, алгоритмов и методов.

Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ИД-6 ОПК-1	Применяет формальные математические модели при решении задач в профессиональной деятельности

Планируемые результаты изучения дисциплины

знания:

- Знает понятия и методы дискретной математики как прикладной дисциплины, логики высказываний и предкатов как средства представления знаний при анализе предметной области и обосновании применяемых методов решения задач, основных положений теории графов, моделей теории графов для представления изучаемых дискретных структур и алгоритмов решения типовых задач в профессиональной деятельности

умения:

- Умеет применять математические методы дискретной математики, математической логики, теории графов для решения практических задач

навыки:

- Владеет методами дискретной математики, математической логики, теории графов

2. Место дисциплины в структуре ООП

В учебном плане дисциплина «Дискретная математика» относится к модулю «Математические основы программной инженерии».

Изучение дисциплины базируется на результатах освоения следующих дисциплин:

- Алгоритмизация и программирование

3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоёмкость по семестрам
	Очная форма
Лекционные занятия	30
Практические занятия	14
Самостоятельная работа	58
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	6
Общая трудоёмкость освоения дисциплины	108, ач
	3, зет

3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
Текущий контроль	
Контрольные, шт.	1
Промежуточная аттестация	
Зачеты с оценкой, шт.	1

4. Содержание и результаты обучения

4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма		
		Лек, ач	Пр, ач	СР, ач
1.	Введение в дискретную математику			
1.1.	Основные модели в дискретной математике	2	1	2
2.	Элементы теории множеств			

2.1.	Множества и их спецификации	2	1	2
2.2.	Бинарные отношения	3	1	2
2.3.	Специальные типы бинарных отношений	4	1	2
2.4.	Контрольная работа по разделу	0	1	3
3.	Элементы теории графов			
3.1.	Основные понятия теории графов	2	1	2
3.2.	Типовые задачи и алгоритмы на графах	4	1	2
3.3.	Планарные графы	2	1	2
3.4.	Контрольная работа по разделу	0	1	4
4.	Введение в формальные алгебры			
4.1.	Бинарные алгебры с одной операцией	2	1	2
4.2.	Специальные виды алгебр	3	1	2
4.3.	Алгебры с двумя операциями	2	1	2
4.4.	Контрольная работа по разделу	0	0	3
5.	Элементы теории кодирования			
5.1.	Введение в помехоустойчивое кодирование	2	1	2
5.2.	Алгебраические методы кодирования	2	1	5
Итого по видам учебной работы:		30	14	58
Зачеты с оценкой, ач				0
Часы на контроль, ач				0
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)		6		
Общая трудоёмкость освоения: ач / зет		108 / 3		

4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
1. Введение в дискретную математику	
1.1. Основные модели в дискретной математике	<p>Модельные представления в формальных теориях.</p> <p>Математическая логика. Исчисление высказываний и логика предикатов. Двоичные функции и алгебра логики. Формальные доказательства.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Высказывания, предикаты, логические связки, представление суждений формулами. Простые и составные высказывания. Функции на двоичном множестве. Отношения между высказываниями. Логическое следствие и равносильность. Общезначимые формулы. Логический вывод. Умения в решении задач Проверка эквивалентности формул. Проверка общезначимости.</p>
2. Элементы теории множеств	
2.1. Множества и их спецификации	<p>Основные понятия и определения. Понятия множества и элемента, отношения принадлежности. Алгебраическая система множеств. Определение отношений включения и равенства. Определение операций пересечения, объединения, прямого произведения и степени, разности. Диаграммы Венна. Методика доказательств.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Определения для основных операций над множествами и отношений между ними как составные высказывания с соответствующими логическими связками. Представление операций диаграммами Венна. Знания на уровне доказательств и выводов Доказательства алгебраических свойств операций. Умения в решении задач Установление соотношений между заданными множествами различными способами (графически, аналитически, вычислением).</p>

<p>2.2. Бинарные отношения</p>	<p>Отношения и функции на множествах. Определения для отношений на множествах как подмножеств прямых произведений. Специальные случаи: бинарные отношения, бинарные отношения на одном множестве. Алгебра бинарных отношений: теоретико-множественные операции, обращение и композиции, степени. Взаимосвязь между отношениями и графами. Операции с графами и их интерпретация в алгебре отношений: обращение, достижимость. Матричная форма записи для бинарных отношений и вычисление результатов операций в матричной форме. Отношения на конечных множествах. Достижимость в конечных графах. Образы и прообразы подмножеств по бинарным отношениям. Функциональные отношения (функции на множествах). Типы функций: сюръекции, инъекции, биекции.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Определения классификационных свойств отношений: функциональность, инъективность, биективность. Рефлексивность, симметричность, транзитивность. Умения в решении задач</p> <p>Вычисление результатов операций над отношениями (композиция, степень, достижимость) и их представление в виде матриц, графов, списков. Доказывание свойств рекурсивно построенных объектов с использованием принципа математической индукции. Их интерпретация как операций над формулами, структурами их синтаксических диаграмм и их строковым представлением в алфавите. Запись соответствующей схемы нормального алгоритма Маркова и пошаговое вычисление.</p>
---------------------------------------	--

<p>2.3. Специальные типы бинарных отношений</p>	<p>Разбиения и отношения эквивалентности. Определения классификационных признаков бинарных отношений на множестве: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Графы соответствующих отношений. Отношения эквивалентности и разбиения множеств. Классы эквивалентности. Теорема взаимосвязи отношений эквивалентности и разбиений. Определения фактормножества. Отношение подобия отношений как эквивалентность. Отношения порядка. Сравнимость элементов. Диаграммы Хассе для частично упорядоченных множеств. Примеры отношений порядка: включение множеств, делимость чисел, диаграммы для конечных множеств. Двойственные порядки. Множества экстремальных элементов: наибольшие и наименьшие элементы, минимальные и максимальные элементы, верхние и нижние грани.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Определения для отношений специального вида на основе изученных классификационных признаков. Знание типовых примеров специальных отношений и соответствующих им дискретных структур: классы вычетов и отношение сравнимости по модулю. Конгруэнции (алгебры классов: кольцо классов вычетов). Отношение подобия (изоморфизма графов). Частичное упорядочение двоичных последовательностей (векторов). Знания на уровне доказательств и выводов Доказательство свойств классов эквивалентности как классов разбиения множества.</p> <p>Умения в решении задач Построение таблиц алгебры классов вычетов. Представление отношения порядка в виде диаграммы Хассе. Нахождение множеств экстремальных элементов заданного отношения порядка.</p>
<p>2.4. Контрольная работа по разделу</p>	<p>Диаграммы Венна. Перевод формул с теоретико-множественными операциями в формулы алгебры логики и обратно. Проверка общезначимости формул графически, символьным методом и таблично.</p> <p>Построение диаграмм и матриц бинарных отношений. Вычисление результатов операций графически и в матричной форме.</p> <p>Индуктивное доказательство утверждения в формальной арифметике.</p> <p>Вычисление по заданному нормальному алгоритму Маркова.</p>
<p>3. Элементы теории графов</p>	

3.1. Основные понятия теории графов	<p>Основные понятия. Виды графов. Формы задания и представления. Матрица смежности. Матрица инцидентности. Изоморфизм графов. Степени вершин. Маршруты. Виды маршрутов: простые маршруты и циклы. Отношение связности. Компоненты связности.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Многообразие моделей и форм их представления. Определение простого графа. Формы представления простого графа. Умения в решении задач Для простого графа, заданного в одной из форм, построить другие формы представления (диаграмму. матрицу смежности, матрицу инцидентности).</p>
3.2. Типовые задачи и алгоритмы на графах	<p>Размеченные графы. Поиск кратчайшего маршрута. Алгоритм Флойда-Уоршалла. Алгоритм Дейкстры. Задача о минимальном остове. Алгоритм Прима.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок</p> <p>Основные положения, исходные данные, формы представления исходных и конечных данных. Принципы, лежащие в основе алгоритмов и их обоснование. Умения в решении задач</p> <p>Вычисление матрицы весов маршрутов минимального веса и маршрутной матрицы для простого или ориентированного графа по алгоритму Флойда-Уоршалла. Построение минимального остова по алгоритму Прима в матричной записи.</p>
3.3. Планарные графы	<p>Основные понятия и определения. Критерии планарности. Необходимые и достаточные условия.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Грани и простые циклы. Формула Эйлера. Критерий на основе формулы Эйлера. Теорема Куратовского (формулировка).</p>
3.4. Контрольная работа по разделу	<p>Вычисление маршрутов минимального веса по алгоритму Флойда-Уоршалла.</p> <p>Вычисление минимального остова по алгоритму Прима.</p> <p>Вычисление маршрута минимального веса для заданной пары вершин по алгоритму Дейкстры.</p>
4. Введение в формальные алгебры	

<p>4.1. Бинарные алгебры с одной операцией</p>	<p>Определение операции, алгебры и алгебраической системы. Разбор рассмотренных примеров: алгебры множеств, отношений, функций. Отношение изоморфизма - классы эквивалентных алгебр (теорема об изоморфизме как эквивалентности). Бинарные алгебры.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Специальные элементы бинарных алгебр: левые и правые нейтральные и нулевые элементы. Левая и правая обратимость элементов. Левые и правые обратные элементы. Левая и правая сократимость. Специальные бинарные алгебры: полугруппы, моноиды, группы. Знания на уровне доказательств и выводов. Единственность двусторонних нейтральных и нулевых элементов. Связь между обратимостью и сократимостью.</p>
<p>4.2. Специальные виды алгебр</p>	<p>Моноиды. Определение степени элемента. Единственность двусторонних обратных элементов в моноидах. Группы. Потребность в алгебрах с полной обратимостью. Унарная операция обращения элемента. Свойства групп: правила решений уравнений и обращения выражений. Подгруппы. Подалгебры и расширения. Циклические подгруппы конечных групп. Левые и правые смежные классы элемента по подгруппе. Циклические группы, их изоморфизм</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Определения и классификации для специальных алгебр. Знания на уровне доказательств и выводов. Взаимосвязь между обратимостью и сократимостью в конечных моноидах. Теорема о разбиении группы на смежные классы по подгруппе. Умения в решении задач. Построение таблиц Кэли для групп заданного порядка. Построение семейства классов эквивалентности элементов на основе разбиения на смежные классы по подгруппе. Построение ряда степеней элементов, проверка цикличности.</p>

<p>4.3. Алгебры с двумя операциями</p>	<p>Алгебры с двумя бинарными операциями. Обозначения для основных и вспомогательных операций и специальных элементов. Определение кольца. Свойства элементов. Области целостности. Поля. Взаимосвязь для конечных алгебр между областью целостности и полем на основе свойств обратимости и сократимости в конечных моноидах. Подполе элементов, кратных единице. Характеристика поля. Построение полей простого порядка. Примеры. Представление элементов полей. Подполя и расширения. Векторное представление. Теорема об однозначном представлении элемента в выбранном базисе. Многочленное представление последовательностей элементов поля. Алгебра многочленов. Операция деления с остатком для многочленов. Построение расширений полей простого порядка. Примеры. Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Определения и классификации для специальных алгебр с двумя операциями. Формы представления для конечных полей и реализации вычислений на базе элементов двоичной логики. Знания на уровне доказательств и выводов Свойства Характеристики конечного поля. Построение векторного представления конечного поля. Умения в решении задач Построение таблиц Кэли поля простого порядка. Построение расширений полей простого порядка как кольца классов вычетов по модулю неразложимого многочлена.</p>
<p>4.4. Контрольная работа по разделу</p>	<p>Построение таблицы конечной алгебры, заданной как набор преобразований некоторого объекта, например, повороты геометрических фигур, композиции перестановочных функций. Построение формальных степенных рядов. Поиск обратных элементов. Построение семейств смежных классов в конечных группах.</p>
<p>5. Элементы теории кодирования</p>	
<p>5.1. Введение в помехоустойчивое кодирование</p>	<p>Постановка задачи исправления ошибок. Внесение избыточности. Блочное кодирование. Декодирование по максимуму правдоподобия и минимуму расстояния Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок Постановка задачи. Блочный двоичный код. Вес вектора и расстояние Хэмминга. Умения в решении задач Вычисление весов и расстояний для простейших кодов и исправление ошибок по методу минимального расстояния в простейших примерах.</p>

<p>5.2. Алгебраические методы кодирования</p>	<p>Двоичные групповые коды. Матричное кодирование. Пример двоичного группового (3,6)-кода. Кодовые вектора как подгруппа. Разбиение векторов на смежные классы по исправляемым конфигурациям ошибок. Схема декодирования и исправляющая способность. Синдромный декодер.</p> <p>Знания на уровне понятий, определений, описаний, формулировок. Таблица стандартной расстановки. Лидеры классов.</p> <p>Декодирование посредством лидеров. Проверочная матрица и вектор синдрома. Умения в решении задач Построение схемы кодирования и декодирования синдромного декодера и расчет его характеристик.</p>
--	---

5. Образовательные технологии

1. В преподавании курса используются преимущественно традиционные образовательные технологии: лекции и практические занятия. Вместе с тем, нетрадиционным для курса дискретной математики является: – использование вычислительной техники в рамках самостоятельной работы для получения решений задач большей размерности, чем рассматривается на аудиторных занятиях при ручных вычислениях, что позволяет расширить набор примеров, демонстрирующих изучаемые объекты и их свойства и добиться лучшего понимания определений и алгоритмов. Кроме того, в рамках курса предусмотрено 2 расчётно-графических задания по темам «Типовые задачи и алгоритмы на графах» и «Алгебраические методы кодирования». При выполнении расчётно-графических заданий студенты могут по своему выбору либо выполнить расчет вручную, либо использовать известные им математические программные пакеты (Matlab и т.п.), либо самостоятельно реализовать изучаемые алгоритмы на языках высокого уровня (C, C++, C#, Java, Pascal и т.п.). В каждом случае результат оформляется в виде отчета с указанием выбранного способа получения результата. При сдаче работы каждый студент должен лично продемонстрировать владение выбранным средством в сочетании с пониманием метода решения задачи и умение отвечать на вопросы преподавателя.
2. Практические занятия 6 и 10 включают выдачу и контроль индивидуальных расчётно-графических заданий по темам «Типовые задачи и алгоритмы на графах» (построение матриц весов маршрутов минимального веса и маршрутных матриц по алгоритму Флойда-Уоршалла) и «Алгебраические методы кодирования» (Построение синдромного декодера и расчет его вероятностных характеристик) соответственно, выполняемых студентами в рамках самостоятельной работы. Сдача работ проводится в виде собеседования с обсуждением представленного отчета. Предусмотренные контрольные работы охватывают темы сразу нескольких занятий: работа №1 – занятия № 1, 2, 3, работа №2 – занятия № 5,6, работа №3 – занятия № 7,8. Каждая работа содержит набор индивидуальных вариантов

задач, по две задачи на вариант. Работы выполняются в письменной форме на аудиторном занятии.

6. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

7. Практические занятия

№ раздела	Наименование практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Двоичные функции и алгебра логики. Логическое следование и равносильность. Представление двоичных функций таблицами, диаграммами, формулами в различных базисах. Доказательства общезначимости формул по таблицам истинности, диаграммам Венна и аналитическим преобразованием к конъюнктивным формам.	2
2.	Множества и их спецификации. Свойства операций над множествами, отношения включения и равенства множеств. Доказательства включений и равенств при помощи диаграмм Венна и сведением к составным высказываниям.	1
3.	Бинарные отношения. Представление отношений списками, предикатами, матрицами и ориентированными графами. Операции с отношениями, композиции отношений. Степени. Вычисление композиций, степеней и достижимости при помощи матриц и графов. Функции следования, рекуррентные формулы и принцип индукции. Формальная арифметика. Доказательства. Представление формул ориентированными деревьями. Переход к бесскобочной записи (обратная польская нотация). Представление формул и ориентированных деревьев строками в алфавите. Нормальный алгоритм Маркова.	2
4.	Разбиения и отношения эквивалентности. Подобие отношений как пример эквивалентности. Разбиение множества целых чисел на классы вычетов. Отношение конгруэнции.	1
5.	Отношения порядка. Диаграммы Хассе. Отношение делимости чисел как пример отношения частичного порядка. Подмножества экстремальных элементов.	1
6.	Формы представления ориентированных и простых графов. Матрицы смежности и матрицы инцидентности. Поиск кратчайшего пути в размеченном графе по алгоритму Флойда-Уоршалла. Построение минимального остова по матричному алгоритму Прима. Проверка условий планарности графов по критерию, основанному на формуле Эйлера.	2

7.	Отношение изоморфизма бинарных алгебр. Пример с двойственными функциями алгебры логики.	1
8.	Построение таблиц Кэли конечных групп с небольшим числом элементов по принципу латинского квадрата. Степени и порядки элементов. Циклические подгруппы. Изоморфизм групп. Построение групп композиций перестановок. Подгруппы. Разбиения на смежные классы по подгруппе.	2
9.	Построение примеров конечных полей простого порядка. Кольцо многочленов. Деление с остатком. Неразложимые многочлены. Вычисление в конечном поле характеристики 2.	1
10.	Двоичные блочные коды. Синдромное декодирование. Расчет вероятностных характеристик декодера	1
Итого часов		14

8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа направлена на закрепление и углубление освоения учебного материала, развитие практических умений. Самостоятельная работа включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с лекционным материалом и учебной литературой;
- самостоятельное изучение дополнительных разделов, на которые в лекционном материале имеются только ссылки, или подробное рассмотрение которых является составной частью программ дисциплин, использующих результаты изучения данной. Такими разделами являются: исчисления высказываний и предикатов, элементы теории алгоритмов, математические модели, отражающие схемы организации баз данных, алгоритмы поиска и сортировки, применение методов дискретной математики в области защиты информации;
- поиск, изучение и презентация информации по выбранной проблеме;
- выполнение домашних заданий;
- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к экзамену: включает систематизацию изученного материала, отслеживание связей между разделами программы, работу с лекционным материалом и материалом практических занятий.

Методам контроля для работы с лекционным материалом и подготовки к экзамену является контроль преподавателем результатов контрольных работ и ответов на экзаменационные вопросы.

Методами контроля самостоятельного изучения дополнительных разделов дисциплины является либо самоконтроль, либо выступления студентов с докладами на практических занятиях. В последнем случае студент, желающий выступить с докладом, в индивидуальном порядке согласовывает с преподавателем тему своего доклада, а преподаватель выделяет время для доклада на практическом занятии. Такая форма способствует формированию более углубленных знаний у студентов как слушающих, так и готовящих доклады, а готовящие доклады, в дополнение приобретают умения и опыт в педагогической деятельности. Участие студентов в подготовке и обсуждении докладов используется при оценивании качества освоения дисциплины.

Методом контроля расчетно-графических работ является контроль преподавателем представляемого отчета в форме собеседования с представлением выполненной работы и ответами на вопросы (содержание работ см. раздел 5 данной программы).

Методами контроля выполнения домашних заданий является либо самоконтроль, либо контроль преподавателем в ходе практического занятия, проводимого в интерактивной форме, когда данное задание является продолжением рассматриваемого примера предыдущего занятия.

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
Текущая СР	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	4
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	0
самостоятельное изучение разделов дисциплины	5
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	8
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	0
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	9
Итого текущей СР:	26
Творческая проблемно-ориентированная СР	
выполнение расчётно-графических работ	7
выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	4
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	0
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	0
Итого творческой СР:	11
Общая трудоемкость СР:	58

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Адрес сайта курса

<https://dl.spbstu.ru/course/view.php?id=4906>

9.2. Рекомендуемая литература

Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: Ижевск: НИЦ"РХД", 2001.	2001	ИБК СПбПУ

Ресурсы Интернета

1. [Электронный ресурс] Васильев Н.Н., Новиков Ф.А. Компьютерная алгебра, 2011.: <http://elib.spbstu.ru/dl/2963.pdf>

9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

Для выполнения расчетно-графических работ студенты по своему выбору могут использовать персональные компьютеры (личные или имеющиеся в учебных классах). Студенты самостоятельно выбирают необходимые им программные средства (раздел 5): свободно используемые или имеющиеся в их распоряжении лицензионное программное обеспечение.

По курсу имеется набор электронных документов, подготовленных автором программы, представленных на сайте курса, а также выдаваемых студентам на электронных носителях, либо высылаемых по электронной почте (по индивидуальным запросам). Эти документы включают:

- краткий конспект лекций;
- методические указания по практическим занятиям;
- руководства к расчетно-графическим работам;
- электронные презентации по разделам курса.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Проекционное и компьютерное оборудование в лекционных аудиториях и аудиториях для практических занятий.

11. Критерии оценивания и оценочные средства

11.1. Критерии оценивания

Для дисциплины «Дискретная математика» формой аттестации является зачёт с оценкой. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

Текущий контроль успеваемости

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Итоговая оценка выводится на основании экзамена, перечень контрольных вопросов-тем приведен в разделе 11.2. Для этого составляются билеты по два вопроса-темы в каждом. Экзамен проводится в письменной форме с последующим собеседованием-обсуждением с преподавателем.

По каждой теме билета студент должен продемонстрировать:

- знание и понимание основных формулировок определений, свойств, модельных представлений, лежащих в основе соответствующего раздела дисциплины;
- умение отследить связи между разделами дисциплины, для чего при подготовке к ответу предполагается самостоятельная работа студента с заранее подготовленным им учебным материалом: конспектами, электронными документами, учебниками, материалами практических занятий;
- умение применить полученные знания по заданной (из билета) и смежным темам, прокомментировав предложенную преподавателем проблему, либо самостоятельно построить иллюстративный пример (без сложных вычислений);

- умения в решении задач;

Умения в решении задач выявляются в ходе практических занятий (по результатам контрольных работ или интерактивных занятий) или на экзамене, если студент не проявлял активности в решении контрольных работ на практических занятиях или не выполнял рекомендаций по исправлению ошибок в своих решениях.

Кроме того, при выведении оценки используется информация о работе студента на практических занятиях: участие в написании контрольных работ и выполнение расчетно-графических заданий, участие в занятиях, проводимых в интерактивной форме, выступление с докладами дополнительным самостоятельно изученным темам.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачтено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачтено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачтено
90 и более	Отлично/зачтено

11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале etk.spbstu.ru

12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

На вводных занятиях, прежде всего, следует разъяснить отличия между естественнонаучными и прикладными дисциплинами, в частности пояснить роль модельных представлений в первом и втором случае. Отметить роль символьных моделей и методов работы с ними в дискретной математике. Привести примеры из известных студентам областей знаний (естественнонаучных и прикладных), например, из области физики и математики или информатики. Особо обозначить решаемые задачи и методы математической логики как средства формализации языковых средств, специфичных для различных предметных областей, включая и изучаемую дисциплину.

Попутно следует сделать краткий обзор разделов учебной дисциплины, пояснив, что именно ввиду оговоренных причин целесообразно начать изучение с введения именно в математическую логику. Следует отметить:

- универсальность модели математической логики к различным предметным областям, и, потому, рассматриваемой в данном курсе как одни из инструментов самой дискретной математики;
- относительную простоту лежащей в основе действий с моделью двоичной алгеброй, частично знакомой студентам по смежным дисциплинам (проектирование электронных устройств, логические операции в вычислительных устройствах и т.п.). В то же время следует указать и на формальные отличия интерпретации двоичных значений в логике от, например, двоично-кодированных символов в информационных и управляющих системах.

На первых практических занятиях, пока на вводных лекциях производится рассмотрение понятийного аппарата, моделей и методов работы с ними, следует познакомить студентов с применяемой системой обозначений, формой записи утверждений и промежуточных данных при обоснованиях построений – метаязыком дискретной математики. Следует добиться понимания (чтения и репродуцирования по словесным формулировкам) формульной записи и придерживаться ее при рассмотрении последующих разделов курса. Удобнее применять формулы, использующие символы кванторов, логических связок, логических отношений, а также теоретико-множественные символы. Практически все утверждения, рассматриваемые в данном курсе, могут быть представлены такими формулами с минимумом собственных именных символов (предметных констант, символов специальных множеств и т.п.). Тогда итоговая формула будет содержать в сжатом виде практически всю информацию, как об определении рассматриваемого объекта (множестве, алгебре, операции и т.д.), так и формулируемом утверждении (свойстве, теореме и. д.). Это должно упростить запоминание: вместо выучивания специальных названий внимание должно переноситься на интерпретацию формулы в предметной области дискретной математики;

На занятиях по двоичным функциям следует рассматривать как табличные способы вычисления результатов (по таблицам, диаграммам Венна), так и символьные способы. Для этого следует познакомить студентов с различными формами представления двоичных функций (дизъюнктивные и конъюнктивные формы). В параллель с символьной формой следует также использовать и синтаксические диаграммы – деревья формул. Пояснить, что формальным трансформациям текста соответствуют трансформации структуры высказывания и синтаксической диаграммы. Для начала следует рассмотреть простые известные и легко проверяемые эквивалентности (формулы Де-Моргана, распределительные законы). Затем следует аналогично разобрать способ построения эквивалентной конъюнктивной формулы. Далее следует сформулировать условие общезначимости такой формулы. Это будет первым чисто символьным (формальным) методом доказательств из рассмотренных в данном разделе.

Затем можно обсудить иные методы, сказав, что специальные разделы математической логики будут более углубленно рассмотрены в отдельном учебном курсе позднее. Здесь дается только минимально необходимое введение. Применение в дополнение к символьной форме графической интерпретации будет дополнительно полезно и как иллюстрация рассматриваемых далее моделей теории графов, и как основа возможной модели структур данных для написания программной реализации интерпретатора логических формул. Со студентами можно обсудить, как изучаемые формулы могли бы быть представлены в подобном интерпретаторе и как бы выглядели манипуляции с данными структурами для построения результатов преобразований. Кроме того, подобный подход (сочетание символьной и графической модели) будет далее использован на занятиях, посвященных бинарным отношениям, рекурсии и элементам теории алгоритмов. Можно также упомянуть о таком направлении в информатике, как трансформация графов (*graph rewriting*), что можно сделать темой для дополнительного самостоятельного изучения.

На занятиях по бинарным отношениям следует продолжить использование сочетания символьной и графической моделей. На этот раз студенты должны освоить различные формы представления моделей самих отношений. Новым будет являться использование матричной формы записи и действия с матрицами. В дальнейшем эта форма будет использована и при рассмотрении моделей теории графов (матрица смежности). Далее, используя аппарат алгебры отношений, а именно, степень по композиции, дается идея рекуррентно определяемых объектов (степеней). При выполнении вычислений для построения конкретных примеров закрепляются навыки работы с изученными формами представлений (матрицами, диаграммами, символами). Рассмотрение рекуррентно определенного ряда степеней является удобным местом для введения формальной арифметики как системы, определяемой специфическими условиями для порождающего функционального отношения следования. Здесь следует ввести систему аксиом Пеано и прокомментировать определения с позиций изученных свойств функций и отношений. На практическом занятии следует, используя различные формы представления отношения следования (формулы в скобочной и бесскобочной записи, синтаксические диаграммы как отношения между символами формулы) подойти к идее алгоритмов, оперирующих строками символов некоторого фиксированного алфавита.

Для перехода можно выстроить следующую цепочку представлений: формула в скобочной записи, дерево синтаксической диаграммы формулы, текст формулы в обратной бесскобочной записи в алфавите $0, s, +$ для примера сложения двух натуральных чисел. Сложение следует выполнить как: (1) используя определение в системе аксиом Пеано в скобочной форме, (2) как серию трансформаций синтаксических диаграмм с бинарным $+$ и унарным s и (3) – как серию трансформаций строк в бесскобочной записи. Пояснить, что каждому шагу преобразования соответствует замена подстрок в некотором ассоциативном исчислении, а порядок замен – стратегии алгоритма. Следует разъяснить отличия произвольных ассоциативных исчислений от схем алгоритмов. Сформулировать стратегию для нормального алгоритма Маркова.

Студентам, хорошо владеющим программированием можно предложить написать программную реализацию универсального интерпретатора схем нормальных алгоритмов Маркова в качестве дополнительного задания. При наличии работающего интерпретатора на последующем занятии можно посмотреть решение несложных задач для нормальных алгоритмов, выполняющих такие вычисления, как: удвоение строки в двоичном алфавите, выписывание строки в обратном порядке символов, переход от унарной к двоично-позиционной записи и наоборот, умножение натуральных чисел. Необходимо, чтобы реализация предоставляла протокол вычислений для каждого шага. Удачные реализации следует использовать на интерактивных занятиях при демонстрации решений этих простых задач, но на случай их отсутствия преподаватель должен иметь свою рабочую версию.

На занятиях по бинарным отношениям специального вида (эквивалентности и порядки) следует использовать уже накопленный набор примеров для иллюстрирования изучаемых свойств. Рассмотреть отношения эквивалентности (равномощности) множеств, отношения логического следования, эквивалентности слов в ассоциативном исчислении. При рассмотрении равномощности обсудить понятия конечных, счетно-бесконечных и несчетных множеств. Новым материалом в данном разделе будет отношение сравнимости целых чисел по модулю и алгебра классов вычетов, а также отношение подобия (изоморфизма) бинарных отношений (и, соответственно, графов). Рассматривая отношения порядка можно обсудить применяемые в практике программирования алгоритмы сортировки.

Следующей группой тем (разделом) дисциплины являются элементы теории графов. Здесь имеется два вида занятий: (1) собственно изучение моделей, форм представления и методов работы с ними и (2) изучение специфических задач, для формализации и решения которых используется аппарат этой теории. В основном это задачи оптимизации. К моменту начала изучения данного раздела студенты уже рассмотрели примеры, в которых применяются модели теории графов (в основном это ориентированные графы для представления предикатов, функций, отношений, а также структур формул). Здесь следует обсудить многообразие других моделей. Формы представления далее рассматриваются в основном для простых графов. В отношении задач оптимизации (маршруты минимального веса, минимальный остов) предлагается расчетное задание, для выполнения которого студенты либо самостоятельно разрабатывают программную реализацию изучаемых алгоритмов, либо пользуются готовым решением, разбираясь в способах представления исходных данных и интерпретации результатов. Во всех случаях для контроля выполнения заданий следует провести индивидуальное собеседование с каждым студентом с целью проверки овладения изученным материалом при самостоятельной работе. Детали интересных реализаций следует обсудить при проведении интерактивных занятий.

Занятия по формальным алгебрам целесообразно начать с рассмотрения уже знакомых по первому разделу двоичных операций, сделав акцент на алгебраической интерпретации вне связи

с математической логикой. Рассмотреть изоморфизмы двойственных двухместных операций. Составление таблиц для специальных операций с большим числом элементов давать как задание для самостоятельной подготовки к следующему занятию и использовать эти результаты для последующего разбора. При рассмотрении циклических групп следует напомнить изученные ранее рекуррентно определенные последовательности степеней, а при рассмотрении разбиений на классы – бинарные отношения эквивалентности.

Рассмотрение двоичных кодов для исправления ошибок является иллюстрацией к применению изученных свойств алгебр-групп. Так как пример достаточно обширен, его рассмотрение может потребовать нескольких занятий. Занятия в лекционной форме следует посвятить в значительной части введению в предметную область и постановке задачи, так как этот материал может оказаться достаточно сложным для восприятия ввиду отсутствия у студентов знаний в данной области. Практические занятия следует посвятить рассмотрению конкретных примеров небольших по объему кодов с пояснениями к предстоящему расчетному заданию по данной теме. Следует наметить примерную последовательность действий и каркас (псевдокод) программной реализации процедуры расчета вероятностных характеристик синдромного декодера. Конкретные средства реализации студенты выбирают самостоятельно.

Занятия по последним темам (алгебры с двумя операциями) приходятся на конец учебного семестра. Студенты будут заняты выполнением и сдачей последнего расчетного задания, поэтому по данной теме не предусмотрено контрольных мероприятий. На практических занятиях в это время целесообразно рассмотреть примеры в подкрепление изучаемого в лекционной форме материала. При образовании резерва времени на заключительных практических занятиях его целесообразно использовать для проведения занятий в форме обсуждения докладов студентов (по их желанию) по самостоятельно изученным дополнительным разделам, не вошедшим в изученный в лекционной форме материал. Темы докладов в этом случае заранее согласовываются с преподавателем так, чтобы имелась возможность планировать время на заключительные занятия и формировать список тем, охваченных такими сообщениями. На каждого студента следует выделить 10 минут собственно доклада и 10 минут на последующее обсуждение (вопросы студентов и замечания преподавателя). По результатам доклада можно выставлять оценки, используемые в дальнейшем при выведении общей оценки на экзамене. В этом случае следует требовать предоставления копии тезисов доклада в письменной форме. Темы для докладов следует выбирать из обозначаемых по ходу рассмотрения основного материала смежных вопросов из различных разделов, а также по предложениям студентов, если они сами указывают на знакомую и интересную для них тему, связанную с их практической деятельностью.

13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.