

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКНК
_____ Д.П. Зегжда
«17» июня 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Компьютерная алгебра»

Разработчик

Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

Направление (специальность)
подготовки

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Наименование ООП

09.03.01_01 Разработка компьютерных систем

Квалификация (степень)
выпускника

бакалавр

Образовательный стандарт

СУОС

Форма обучения

Очная

СОГЛАСОВАНО

Соответствует СУОС

Руководитель ОП

Утверждена протоколом заседания

_____ Р.В. Цветков

высшей школы "ВШКТиИС"

«19» мая 2025 г.

от «19» мая 2025 г. № 4

РПД разработал:

Старший преподаватель И.А. Малышев

1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины

1. 1. приобретение теоретических знаний об основных алгебраических объектах, символьных формах их представления и алгоритмах преобразования
2. 2. получение практических навыков точного решения вычислительных задач в программных системах компьютерной алгебры

Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ИД-1 ОПК-1	Формализует постановку задачи создания новой системы, блока, модуля, устройства с использованием законов физики и математического аппарата
ИД-4 ОПК-1	Разрабатывает аналитическую модель, позволяющую решать задачу синтеза и оптимизации создаваемого объекта
ОПК-9	Способен осваивать методики использования программных средств для решения практических задач
ИД-1 ОПК-9	Использует пакеты прикладных программ для решения задач в различных областях
ИД-3 ОПК-9	Выполнение разработки процедур интеграции программных модулей
ИД-4 ОПК-9	Осуществляет интеграцию программных модулей и компонент и верификацию выпусков программного продукта

Планируемые результаты изучения дисциплины

знания:

- Знает основные операционные узлы цифровых устройств
- Знает прикладную теорию автоматов
- Знает программные средства моделирования систем ЦОС
- средства и способы интеграции программных модулей (такие как Maven, Gradle)
- методы интеграции компонентов ПО, методы верификации ПО

умения:

- Умеет описать арифметические и логические функции операционных узлов и цифровых устройств на их основе
- Умеет разрабатывать модель автомата по заданному алгоритму
- Умеет выбирать подходящие средства для решения поставленных задач
- применять средства интеграции программных модулей
- конфигурировать ПО, формализовывать задачу верификации

навыки:

- Владеет математическим аппаратом для описания функций операционных узлов цифровых систем
- Владеет навыками построения автоматов, решения задач синтеза и анализа цифровых устройств
- Владеет навыками применения программного пакета Matlab для моделирования алгоритмов ЦОС
- интеграция программных модулей
- использование технологий непрерывной интеграции и инструментов верификации программного обеспечения

2. Место дисциплины в структуре ООП

В учебном плане дисциплина «Компьютерная алгебра» не связана ни с одним модулем учебного плана.

Изучение дисциплины требует знания школьной программы, успешной сдачи вступительных или единых государственных экзаменов.

3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоемкость по семестрам
	Очная форма
Лекционные занятия	16
Лабораторные занятия	14
Самостоятельная работа	72
Промежуточная аттестация (зачет)	0
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	6
Общая трудоемкость освоения дисциплины	108, ач
	3, зет

3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
Текущий контроль	
Контрольные, шт.	1
Промежуточная аттестация	
Зачеты с оценкой, шт.	1

4. Содержание и результаты обучения

4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма		
		Лек, ач	Лаб, ач	СР, ач
1.	Введение в компьютерную алгебру			
1.1.	Модели, методы и средства компьютерной обработки информации	1	0	0

1.2.	Теория и практика символьных вычислений	1	0	4
1.3.	Основы арифметических вычислений над числами и полиномами	1	0	4
1.4.	Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы	1	0	4
2.	Основные математические объекты и их представления			
2.1.	Элементы общей алгебры и теории чисел	1	0	4
2.2.	Математические объекты компьютерной алгебры	1	0	4
2.3.	Преобразования представлений математических объектов	1	0	4
2.4.	Каноническое упрощение алгебраических выражений	2	0	4
2.5.	Каноническое упрощение полиномиальных уравнений	2	0	4
3.	Основные алгоритмы вычислений в компьютерной алгебре			
3.1.	Вычисление наибольшего общего делителя (НОД) целых чисел и полиномов	2	0	4
3.2.	Факторизация целых чисел	1	0	4
3.3.	Факторизация полиномов	1	0	4
3.4.	Точные вычисления в конечных полях	1	0	4
4.	Решение математических задач в системах компьютерной алгебры			
4.1.	Интерактивные символьные вычисления	0	4	4
4.2.	Программирование символьных вычислений	0	4	6
4.3.	Разработка алгоритмов символьных вычислений математических функций	0	2	4
4.4.	Разработка пользовательских библиотек математических объектов	0	2	6
4.5.	Анализ сложности и оптимизация эффективности вычислительных алгоритмов	0	1	2
4.6.	Тестирование умений и навыков решения математических задач методами компьютерной алгебры	0	1	2
Итого по видам учебной работы:		16	14	72
Зачеты с оценкой, ач				0
Часы на контроль, ач				0
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)				6
Общая трудоёмкость освоения: ач / зет				108 / 3

4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
1. Введение в компьютерную алгебру	
1.1. Модели, методы и средства компьютерной обработки информации	<p>Понятие о компьютерной алгебре (определение, примеры задач, место и роль в учебном процессе, результаты изучения дисциплины).</p> <p>Эволюция абстракций информационных объектов. Примеры.</p> <p>Понятие об основных проблемах вычислений. Подходы к решению проблем и характеристика их эффективности.</p> <p>Особенности решения проблем точности и сложности в численном анализе. Примеры.</p> <p>Особенности решения проблем точности и сложности в компьютерной алгебре. Примеры.</p> <p>Классы сложности задач обработки информации. Примеры.</p> <p>Понятие об алгоритмически неразрешимых задачах. Теоремы Гёделя о неполноте.</p> <p>Аспекты и проблемы алгоритмической неразрешимости.</p> <p>Примеры. Алгоритмически неразрешимые задачи компьютерной алгебры.</p> <p>Понятие об алгоритмически разрешимых задачах. Классы трудоёмкости алгоритмов.</p> <p>Понятие сложности алгоритма. Типы асимптотических оценок. Примеры.</p> <p>Функция времени вычисления. Оценки времени вычислений для базисных алгоритмических операций, алгоритмических конструкций, простых алгоритмов. Примеры.</p> <p>Классы сложности алгоритмов. Проблема классификации. Шкала сложности.</p>
1.2. Теория и практика символьных вычислений	<p>Понятие о структурах данных. Диаграммы отношений, экземпляры, схемы.</p> <p>Списочные структуры данных. Основные операции над списками.</p> <p>Базовые типы данных систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Типы представлений чисел и полиномов. Примеры. Распределение памяти в системах компьютерной алгебры.</p> <p>LISP-машина символьных вычислений. Типы LISP-выражений.</p> <p>Классы функций LISP-машины. Общая схема вычисления LISP-выражения.</p> <p>Пример LISP-программирования аналитических преобразований над полиномами.</p>

	<p>Символьные объекты целочисленной арифметики. Критерии выбора их представлений.</p> <p>Спецификация класса длинных целых чисел: конструкторы и операции над объектами класса.</p> <p>Целочисленные интерфейсы ввода-вывода систем компьютерной алгебры.</p> <p>Схемы выполнения, программная реализация и оценка сложности аддитивных операций над длинными целыми числами.</p> <p>Схемы выполнения, программная реализация и оценка сложности операции умножения целых чисел.</p> <p>Схемы выполнения, программная реализация и оценка сложности операции деления целых чисел.</p> <p>Правило угадывания цифр частного. Теорема Кнута о пробном частном. Пример применения теоремы.</p> <p>Списочные представления полиномов от одной и нескольких переменных. Примеры.</p> <p>Нормы сложности выполнения операций над полиномами.</p> <p>Функции времени вычислений аддитивных и мультипликативных операций. Примеры.</p>
<p>1.4. Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы</p>	<p>Классификация систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Типовая архитектура системы компьютерной алгебры. Требования к функциональным блокам.</p> <p>Характеристика библиотек алгоритмов, пакетов расширения и пользовательских интерфейсов систем компьютерной алгебры.</p> <p>Примеры.</p> <p>Программные и программно-аппаратные реализации систем компьютерной алгебры. Примеры.</p> <p>Направления развития систем компьютерной алгебры.</p>
<p>2. Основные математические объекты и их представления</p>	

	<p>Понятие множества. Основные типы множеств. Примеры.</p> <p>Понятие отношения над множествами. Бинарные отношения и их свойства. Отношения эквивалентности и порядка. Замыкание отношений.</p> <p>Понятие операции. Свойства бинарных операций. Примеры.</p> <p>Аксиоматические системы теории множеств.</p> <p>Универсальные алгебры. Системы образующих. Конечно-порождённые алгебры.</p> <p>Понятие алгебраической системы. Морфизмы универсальных алгебр.</p> <p>2.1. Элементы общей алгебры и теории чисел</p> <p>Группоиды. Типы операционных структур. Примеры.</p> <p>Арифметические структуры: кольца и области целостности. Примеры.</p> <p>Арифметические структуры: поля. Векторные и топологические пространства.</p> <p>Упорядоченные множества. Решётки. Диаграммы Хассе.</p> <p>Булевы и нечёткие алгебры. Обобщения алгебраических систем. Примеры.</p> <p>Основные типы чисел. Примеры. Обобщения базовых числовых систем.</p> <p>Свойство делимости чисел. Основная теорема арифметики.</p> <p>Цепные дроби. Отношение сравнимости чисел по модулю.</p>
--	---

	<p>2.2. Математические объекты компьютерной алгебры</p> <p>Жизненный цикл обработки информации. Представления и преобразования математических объектов. Иерархия абстракций представлений. Примеры.</p> <p>Виды эффективных представлений. Канонические и нормальные, плотные и разреженные представления. Примеры.</p> <p>Язык и алгебра термов. Задача унификации термов и алгоритм её решения.</p> <p>Группа подстановок. Теорема Кэли. Примеры применения теоремы.</p> <p>Алгебраическая система списковых структур. Примеры.</p> <p>Характеристика задач представления математических объектов: упрощение и канонизация. Отношения эквивалентности выражений. Конгруэнция.</p> <p>Понятия вычислимости и разрешимости математического объекта.</p> <p>Канонические упрощения на основе вычислимости и разрешимости. Примеры.</p> <p>Неканонические упрощения. Проблема выбора представления математического объекта.</p> <p>Базовые объекты компьютерной алгебры, их канонические и нормальные представления. Примеры.</p> <p>Алгебраические числа и алгебраические функции. Представления простых и вложенных радикалов. Представления алгебраических функций общего вида.</p> <p>Представления трансцендентных функций и матриц.</p>
2.3. Преобразования представлений математических объектов	<p>Цели, условия и показатели качества преобразований представлений математических объектов.</p> <p>Требования к свойствам представлений. Примеры представлений чисел и полиномов. Прикладные задачи преобразования представлений.</p> <p>Типы средств эквивалентных преобразований представлений. Примеры.</p> <p>Понятие исчисления. Классификация логик.</p> <p>Классические и неклассические логики. Примеры.</p> <p>Равенство математических объектов. Исчисление равенств.</p>

2.4. Каноническое упрощение алгебраических выражений	<p>Методы неканонических упрощений. Система переписывания термов. Определение и свойства отношения редукции.</p> <p>Методы построения канонизаций. Примеры.</p> <p>Основные понятия метода локализации. Алгоритм нормальной формы. Общая схема построения теста его каноничности.</p> <p>Основные леммы метода локализации: формулировки и доказательства.</p> <p>Локальный критерий каноничности. Эффективность метода локализации.</p> <p>Неформальное введение в метод критических пар. Пример описания и разметки дерева термов. Операция «местной» замены.</p> <p>Отношение «местной» редукции.</p> <p>Определение и пример выявления критической пары. Теорема Кнута-Бендикса. Алгоритм критической пары.</p> <p>Стойкость и совместность отношения редукции. Метод критических пар в теории групп.</p> <p>Метод пополнения: ключевые идеи и проблемы применения.</p> <p>Алгоритм пополнения и его результативность.</p>
2.5. Каноническое упрощение полиномиальных уравнений	<p>Полиномиальный идеал. Исходная и уточнённая постановки задачи полиномиального упрощения. Простота системы образующих идеала.</p> <p>Понятие редукции полинома. Пример. Цепочки редукций.</p> <p>«Запасной» метод редукции полинома. Пример. Вполне редуцированный полином.</p> <p>Понятие и пример построения стандартного базиса (базиса Грёбнера).</p> <p>Теоремы о стандартных базисах. Редуцированный базис.</p> <p>Теорема о числе решений системы полиномиальных уравнений.</p> <p>Метод определения решений. Гипотеза об изолированности переменной.</p> <p>Размерность множества решений системы образующих идеала.</p> <p>Пример.</p> <p>Прямая и обратная задачи о стандартном базисе идеала.</p> <p>Определение и свойства S – полинома</p> <p>Критерий стандартности базиса идеала. Метод и пример построения стандартного базиса.</p> <p>Критерий Бухбергера. Проблема выбора S – полинома. Сложность алгоритма Бухбергера. Метод повторного исключения.</p>
3. Основные алгоритмы вычислений в компьютерной алгебре	

	<p>Делимость в коммутативных кольцах. Неприводимые элементы кольца. Кольцо главных идеалов. Факториальное кольцо.</p> <p>Понятие наибольшего общего делителя (НОД). Свойства и алгоритмы вычисления НОД в кольце целых чисел. Евклидовы кольца.</p> <p>Простейший алгоритм вычисления НОД и его сложность.</p> <p>Алгоритм Евклида вычисления НОД и его сложность. Теорема Ламе. Обобщение алгоритма Евклида.</p> <p>Бинарный алгоритм вычисления НОД и его сложность. Алгоритм вычисления НОД с помощью разложения на простые числа.</p> <p>Теорема существования НОД. Расширенный алгоритм Евклида и его сложность. Методы уменьшения сложности алгоритмов вычисления НОД.</p> <p>Евклидовы области. НОД полиномов. Расширенный алгоритм Евклида для полиномов над полем и его сложность.</p> <p>Понятие последовательности полиномиальных остатков (PRS).</p> <p>Проблема вычисления PRS. Лемма Гаусса. Этапы вычисления НОД в кольце $Z[x]$.</p> <p>Содержание и примитивная часть полинома. Операция псевдоделения полиномов. Пример применения псевдоделения в $Z[x]$.</p> <p>Обобщённый алгоритм Евклида для полиномов над целыми числами и его сложность.</p> <p>Алгоритм Евклида вычисления PRS. Пример. Полные и неполные PRS.</p> <p>Алгоритм примитивных PRS. Пример.</p> <p>Матрица Сильвестра. Результант и субрезультанты полиномов.</p> <p>Алгоритм вычисления результанта.</p> <p>Лучший метод выбора коэффициентов полиномиальных остатков.</p> <p>Пример вычисления НОД на основе последовательности полиномиальных субрезультантов.</p>
--	---

	<p>Представление рациональных чисел цепными дробями. Алгоритм Евклида порождения цепной дроби. Свойства конечных цепных дробей.</p> <p>Свойства бесконечных цепных дробей. Обобщение алгоритма Евклида для цепных дробей. Примеры.</p> <p>Характеристика задач факторизации целых чисел. Теоремы о существовании и единственности неприводимого разложения.</p> <p>Проблема однозначности разложения на множители.</p> <p>Произведение степеней простых чисел. Формула вычисления функции Эйлера.</p> <p>3.2. Факторизация целых чисел</p> <p>Метод решета Эратосфена и его эффективность. Теорема о количестве простых чисел.</p> <p>Метод генерации больших простых чисел. Алгоритм генерации простых чисел и его сложность. Пример.</p> <p>Детерминированные тесты простоты целых чисел и их сложность.</p> <p>Вероятностные тесты (тесты псевдопростоты), их эффективность и сложность. Числа Кармайкла.</p> <p>Метод Лежандра разложения целых чисел на множители и его сложность. Пример.</p> <p>Числа Ферма и Мерсенна. Разложение целых чисел на множители по методу Ферма и по методу цепных дробей.</p>
--	--

	<p>Понятие корня полинома. Простые и кратные корни. Теорема о количестве корней полинома.</p> <p>Метод Руффини – Горнера и его сложность. Применение метода для вычисления значения полинома. Интерполяционная задача Лагранжа.</p> <p>Задача факторизации полиномов. Неприводимые полиномы и их свойства в различных алгебраических структурах.</p> <p>Простые и кратные сомножители. Теоремы об однозначном разложении полиномов на множители.</p> <p>Неприводимые полиномы в $Q[x]$ и $Z[x]$. Примитивные полиномы в $Q[x]$. Критерий Эйзенштейна неприводимости полиномов.</p> <p>Метод Кронекера разложения полинома на неприводимые множители в $Z[x]$. Одномерный алгоритм Кронекера.</p> <p>Многомерный метод и алгоритм Кронекера факторизации полиномов. Анализ метода Кронекера.</p> <p>Свободные от квадратов полиномы. Понятие и свойство делимости производной полинома.</p> <p>Метод и алгоритм разложения полиномов на свободные от квадратов множители. Анализ сложности алгоритма и пример его применения.</p> <p>«Окольный» метод факторизации полиномов и его сложность.</p> <p>Алгоритм Берлекэмпа факторизации полиномов в $Z_p[x]$ и его сложность. Теорема Берлекэмпа.</p>
3.3. Факторизация полиномов	

	<p>Сравнимость целых чисел по модулю. Эквивалентность и конгруэнция по модулю. Модулярные арифметики.</p> <p>Проблема мультипликативных обратных элементов в системе вычетов. Теорема об алгебраических структурах систем вычетов.</p> <p>Примеры колец и полей Z_m.</p> <p>Вычисление мультипликативного обратного элемента в Z_m.</p> <p>Методы возведения числа в целую степень. Алгоритм бинарного метода и его сложность.</p> <p>Группа обратимых элементов кольца Z_m. Примитивный корень по модулю. Свойство цикличности группы U_m.</p> <p>Модулярные уравнения. Примеры.</p> <p>Обоснование, формулировка и доказательство греко-китайской теоремы об остатках.</p> <p>Пример применения и обобщение греко-китайской теоремы об остатках. Греко-китайское представление чисел.</p> <p>Исходный и обобщённый греко-китайские алгоритмы и их сложность.</p> <p>Одномодульная арифметика вычетов. Изоморфизм одномодульных вычетов. Проблемы выполнения операции деления. Примеры.</p> <p>Многомодульная арифметика вычетов. Стандартный набор остатков. Изоморфизм модульных арифметик. Проблемы выполнения операций. Представление чисел со смешанными основаниями.</p>
3.4. Точные вычисления в конечных полях	

4. Решение математических задач в системах компьютерной алгебры

4.1. Интерактивные символьные вычисления	<p>Пользовательский интерфейс. Справочная информация.</p> <p>Скалярные и списочные переменные. Константы.</p> <p>Вычисление выражений. Опции вычислений.</p> <p>Преобразование символьных представлений.</p> <p>Решение уравнений и систем уравнений.</p> <p>Режимы отображения результатов.</p>
4.2. Программирование символьных вычислений	<p>Операторы описания математических объектов.</p> <p>Операторы структурного программирования.</p> <p>Операторы файлового ввода-вывода.</p> <p>Операторы обработки 2D и 3D графических объектов.</p> <p>Библиотеки функциональных расширений.</p> <p>Внешние программные модули.</p>
4.3. Разработка алгоритмов символьных вычислений математических функций	Разработка и программная реализация аналитически вычислимой, непрерывной или дискретной математической функции от параметрически заданного аргумента.

4.4. Разработка пользовательских библиотек математических объектов	Разработка библиотеки изоморфных представлений логически управляемых комбинаторных математических объектов для событийного моделирования, анализа состояний и анимации динамики клеточного автомата.
4.5. Анализ сложности и оптимизация эффективности вычислительных алгоритмов	Встроенные средства профилирования выполняемых программ. Оптимизация емкостной и временной сложности программных реализаций вычислительных алгоритмов.
4.6. Тестирование умений и навыков решения математических задач методами компьютерной алгебры	Решение задач символьных вычислений по разделам математического анализа, дискретной математики и процедурного программирования. Решение задач оценивания и оптимизации сложности программных реализаций алгоритмов компьютерной алгебры.

5. Образовательные технологии

1. 1. В преподавании дисциплины используются лекции, лабораторные занятия, домашние задания и контрольные работы.
2. 2. Лекционные занятия проводятся как в классической, так и в интерактивной формах.
3. 3. Лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе в форме решения типовых задач символьных вычислений.
4. 4. Для всестороннего изучения наиболее важных разделов дисциплины используется творческая самостоятельная работа (выполняемая индивидуально или коллективно).

6. Лабораторный практикум

№ раздела	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Интерактивные вычисления в СКА Maxima	2
2.	Основы программирования символьных вычислений	2
3.	Аналитические вычисления математических выражений	2
4.	Абстрактные алгебраические структуры и их приложения	2
5.	Эффективные алгоритмы компьютерной алгебры	2
6.	Проектирование систем компьютерной алгебры	2
7.	Решение прикладных задач методами компьютерной алгебры	2
Итого часов		14

7. Практические занятия

Не предусмотрено

8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Для более глубокого изучения дисциплины используются две формы самостоятельной работы студентов: текущая и творческая.

Общедоступная публикация презентаций всех лекций на сайте курса обеспечивает опережающую подготовку студента к лекционным занятиям, проводимым в интерактивной форме, а также может служить опорным конспектом по теоретическим вопросам курса.

Все домашние задания выполняются студентами индивидуально на персональных компьютерах в программной системе компьютерной алгебры Maxima. Описания задач, входящих в задания, а также варианты исходных данных опубликованы на сайте курса, для сложных заданий приведены рекомендации по их выполнению.

Основной формой творческой самостоятельной работы является выполнение студентами (индивидуально или коллективно - в зависимости от трудоёмкости задания) тематического задания. Для творческого задания определены три тематических раздела: 1) эффективные алгоритмы; 2) алгебраические объекты; 3) прикладные задачи. В каждом тематическом разделе содержится рекомендуемый список тем заданий. Выбор студентом

тематического раздела и конкретной темы в этом разделе выполняется студентом самостоятельно, и результат выбора согласовывается с преподавателем.

Результаты творческих СРС представляются в форме рефератов, содержащих один или более разделов. В первом разделе необходимо изложить базовую и расширенную постановки целевой задачи, привести обзор подходов, методов и средств решения творческой задачи, обосновать выбор алгоритма решения и программных средств его реализации. Во втором разделе должны быть представлены результаты разработки программного обеспечения и проверки его функциональной работоспособности. В остальных разделах (при их наличии в реферате) следует сравнить собственные результаты с альтернативными решениями, привести результаты дополнительных исследований свойств изучаемых алгебраических объектов и/или решаемых с их помощью прикладных задач и т.п..

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
Текущая СР	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	8
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	0
самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	14
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	8
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	8
Итого текущей СР:	38
Творческая проблемно-ориентированная СР	
выполнение расчётно-графических работ	0
выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	12
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	12
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	10
Итого творческой СР:	34
Общая трудоемкость СР:	72

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Адрес сайта курса

<https://etk.spbstu.ru>

9.2. Рекомендуемая литература

Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Новиков Ф.А. Дискретная математика: Москва [и др.]: Питер, 2014.	2014	ИБК СПбПУ
2	Васильев Н.Н., Новиков Ф.А. Компьютерная алгебра, 2011. URL: http://elib.spbstu.ru/dl/2963.pdf	2011	ЭБ СПбПУ

Ресурсы Интернета

1. Демьянович Ю.К. Компьютерная алгебра. Системы аналитических вычислений. Учебное пособие. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского гос. ун-та, 1999. – 106 с.: http://www.math.spbu.ru/parallel/pdf/d_algebra.pdf
2. Кузнецов М.И. и др. Компьютерная алгебра. Учебное пособие. – Н. Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та, 2002. – 223 с.: <http://www.itlab.unn.ru/archive/docs/coaBook.pdf>
3. Панкратьев Е.В. Введение в компьютерную алгебру: Курс лекций. - НОУ ИНТУИТ.: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/compalgebra/>
4. Зюзьков В.М. Компьютерная алгебра. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2014. - 121 с.: http://www.math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/Computer_algebra_Zyuzkov.pdf
5. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры : учебное пособие / А. П. Горюшкин, В. А. Горюшкин. — 2-е изд., испр. и доп. — Петропавловск-Камчатский : КамГУ им. Витуса Беринга, 2011. — 518 с.: <http://bibl.kamgpu.ru/biblonline/avtrab/368-2013-01-28-01-55-02.html>
6. Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов / Е.А. Чикарёв. - М.: ALT Linux, 2012. - 384 с.: <https://www.altlinux.org/Images/0/0b/MaximaBook.pdf>

9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

При изучении курса используется свободно распространяемая система компьютерной алгебры (СКА) Maxima (<http://sourceforge.net/projects/maxima/>), которая содержит встроенную подсистему справочной информации, содержащую все необходимые сведения для пользователя СКА.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для выполнения лабораторных занятий в компьютерном классе необходимо наличие установленной на каждом персональном компьютере операционной системы общего назначения, под управлением которой функционирует система компьютерной алгебры Maxima. Кроме того, необходим доступ всех пользователей к информационным Интернет-ресурсам, представленным на специализированных тематических сайтах.

11. Критерии оценивания и оценочные средства

11.1. Критерии оценивания

Для дисциплины «Компьютерная алгебра» формой аттестации является зачёт с оценкой. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

Текущий контроль успеваемости

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Форма проведения промежуточной аттестации: **портфолио + устное собеседование**

Промежуточная аттестация проводится на зачётном занятии (в период экзаменационной сессии). Портфолио, представляемое на промежуточную аттестацию, включает работы, выполненные студентом в течение учебного семестра. Портфолио состоит из четырёх видов отчётных работ:

- 1) лабораторные работы;
- 2) домашние задания;
- 3) тематическое задание;
- 4) контрольная работа.

В состав портфолио включены пять из семи лабораторных работ, предусмотренных учебным планом. При этом первые четыре лабораторные работы являются основными (они обязательно входят в состав портфолио), а три остальные - факультативными (в состав портфолио входит одна из указанных работ - любая по выбору студента, согласованному с преподавателем). Оценка выполнения заданий, предусмотренных программами и основных, и факультативных лабораторных работ, производится преподавателем непосредственно в компьютерном классе на основании учёта посещаемости занятий (такая форма контроля успеваемости полностью соответствует специфике фронтального выполнения лабораторных работ - все студенты выполняют одни и те же задания самостоятельно или с помощью консультаций преподавателя).

В состав портфолио включены четыре домашних задания. Тематически каждое из домашних заданий соответствует одной из обязательных лабораторных работ, входящих в состав портфолио. Результаты выполнения домашних заданий представляются студентами в виде файлов, содержащих программные реализации аналитических (символьных) решений математических задач, относящихся к следующим тематическим разделам: 1) решение типовых задач высшей математики; 2) решение задач исследования свойств функций; 3) решение задач вычисления булевых функций; 4) решение задач построения и преобразования бинарных отношений. Все домашние задания выполняются на входном языке системы компьютерной алгебры Maxima.

В состав портфолио включено одно тематическое задание. Выполнение тематического задания является творческой самостоятельной работой. Определены три возможные предметные области тематического задания: 1) эффективные алгоритмы; 2) алгебраические объекты; 3) прикладные задачи. Для каждой из указанных предметных областей определён список рекомендованных тем заданий. Выбор предметной области и конкретной темы выполняется студентами самостоятельно, и результаты выбора обязательно согласовываются с преподавателем. Тематическое задание может быть выполнено студентом как индивидуально, так и в составе коллектива студентов из одной или нескольких студенческих групп. При этом максимальное количество студентов, выполняющих тематическое задание коллективно, обязательно согласовывается с преподавателем. (Это количество не должно превышать количество студенческих групп, обучающихся на потоке, при этом в состав коллектива допустимо включать не более трёх студентов одной студенческой группы). Результаты выполнения тематического задания обязательно представляются в двух формах: 1) форма программного кода; 2) форма реферата. Форма программного кода содержит исходные тексты программ (в виде текстовых файлов), разработанных и реализованных на одном из языков (самостоятельно и обоснованно выбранном авторами разработки) программирования. В качестве такого языка программирования не рекомендуется использовать входные языки систем компьютерной алгебры. Форма реферата представляет собой отчёт о результатах выполнения тематического задания. Указанный отчёт должен быть оформлен в соответствии с Правилами

оформления отчётных студенческих работ и представлен каждый автором в электронном виде (формат файла отчёта - PDF). Отчёт должен содержать один или более основных разделов. В первом разделе необходимо изложить базовую и расширенную постановку целевой задачи, привести обзор подходов, методов и средств решения творческой задачи, обосновать выбор алгоритма решения и программных средств его реализации. Во втором разделе должны быть представлены результаты разработки программного обеспечения и проверки его функциональной работоспособности. В остальных основных разделах (при их наличии в реферате) следует сравнить собственные результаты с альтернативными решениями, привести результаты дополнительных исследований свойств изучаемых алгебраических объектов и/или решаемых с их помощью прикладных задач и т.п. В Приложении к отчёту необходимо представить разработанные в ходе выполнения тематического задания программные коды и/или Интернет-ссылку на общедоступный репозиторий кодов.

В состав портфолио включена одна контрольная работа, объединяющая четыре задачи, требующие аналитического решения в системе компьютерной алгебры Maxima и относящиеся к следующим предметным областям: 1) дискретная математика, 2) вычислительная математика, 3) высшая алгебра, 4) высшая арифметика. Контрольная работа выполняется студентом самостоятельно в виде домашней контрольной работы. Для каждой из задач контрольной работы определены 30 заданий с различными вариантами исходных данных. Распределение вариантов заданий между студентами осуществляет преподаватель. Результаты написания контрольной работы представляются студентом в виде совокупности файлов с программами решений задач.

В ходе проведения промежуточной аттестации каждый студент представляет своё индивидуальное портфолио и проходит краткое устное собеседование в форме опроса без подготовки, направленное на подтверждение результатов обучения. Темами собеседования являются теоретические вопросы построения и анализа моделей и методов компьютерной алгебры, изучаемые студентом в лекционном курсе, а также вопросы практической реализации алгоритмов символьных вычислений, изучаемые студентом на лабораторных занятиях, при выполнении домашних и тематического заданий, при написании контрольной работы. Количество вопросов, заданных на устном собеседовании, выбирается лицом, проводящим промежуточную аттестацию, и варьируется от одного до четырёх в зависимости от правильности ответов обучающегося. Устное собеседование может быть (по выбору студента) полностью или частично заменено на представленные и документально подтверждённые студентом индивидуальные достижения, к которым относятся, в том числе, следующие: 1) участие в тематическом семинаре; 2) публичное выступление на тематическом семинаре с докладом о результатах выполнения тематического задания.

Оценки "**отлично**" заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

Таким образом, для получения оценки "отлично" необходимо соблюдение всех следующих условий:

- 1) успешно выполнить все пять лабораторных работ, входящих в состав портфолио;
- 2) успешно выполнить все четыре домашних задания;
- 3) успешно выполнить тематическое задание и представить разработанные программные коды и реферат, содержащий не менее трёх основных разделов;
- 4) успешно решить все четыре задачи контрольной работы;
- 5) правильно ответить на все вопросы устного собеседования.

Оценки "**хорошо**" заслуживает студент обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Таким образом, для получения оценки "хорошо" необходимо соблюдение всех следующих условий:

- 1) успешно выполнить не менее 3/4 от общего количества лабораторных работ, в том числе, не менее трёх основных лабораторных работ;
- 2) успешно выполнить все четыре домашних задания;
- 3) успешно выполнить тематическое задание и представить разработанные программные коды и реферат, содержащий не менее двух основных разделов;

- 4) успешно решить не менее трёх любых (по выбору студента) задач, входящих в состав задания на контрольную работу;
- 5) правильно ответить на более, чем половину вопросов устного собеседования.

Оценки "**удовлетворительно**" заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "**удовлетворительно**" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на вопросы устного собеседования и при выполнении отчётных заданий, входящих в состав портфолио, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Таким образом, для получения оценки "**удовлетворительно**" необходимо соблюдение всех следующих условий:

- 1) успешно выполнить не менее половины от общего количества лабораторных работ, в том числе, не менее двух основных лабораторных работ;
- 2) успешно выполнить не менее трёх любых (по выбору студента) домашних заданий, входящих в состав портфолио;
- 3) успешно выполнить тематическое задание и представить разработанные программные коды и реферат, содержащий, по крайней мере, один основной раздел (теоретический или практический);
- 4) успешно решить не менее двух любых (по выбору студента) задач, входящих в состав задания на контрольную работу;
- 5) правильно ответить, по крайней мере, на треть вопросов устного собеседования.

Оценка "**неудовлетворительно**" выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "**неудовлетворительно**" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Таким образом, для получения оценки "неудовлетворительно" достаточно соблюдения любого из следующих условий:

- 1) успешное выполнение студентом менее половины от общего количества лабораторных работ, в том числе, менее двух основных лабораторных работ;
- 2) успешное выполнение студентом менее трёх любых (по выбору студента) домашних заданий, входящих в состав портфолио;
- 3) не выполнение тематического задания: отсутствие разработанных программных кодов или отсутствие реферата, содержащего полученные результаты;
- 4) успешное решение студентом менее двух любых (по выбору студента) задач, входящих в состав задания на контрольную работу;
- 5) правильные ответы студента менее, чем на треть вопросов устного собеседования.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачтено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачтено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачтено
90 и более	Отлично/зачтено

11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале etk.spbstu.ru.

12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Данная дисциплина должна:

- 1) расширить состав алгебраических объектов, ранее изученных в курсах математики и информатики;
- 2) конкретизировать понятие о вычислительном алгоритме, его свойствах и критериях оценки эффективности;
- 3) проверить степень готовности студентов к практическому применению знаний, умений и навыков программирования для решения расчетных и проектных задач реальной сложности (в предметной области символьных и аналитических вычислений).

Для более глубокого и всестороннего изучения отдельных, профессионально значимых тем (арифметика, алгоритмика, информатика) учебные занятия проводятся в интерактивной форме.

Для закрепления знаний, умений и навыков, полученных студентами на практических занятиях в компьютерном классе, предусмотрены обязательные для выполнения и контролируемые домашние задания.

Эффективными формами текущей комплексной проверки знаний, полученных при изучении основных тематических разделов курса, служат контрольная работа и творческая самостоятельная работа.

Контрольная работа состоит из заданий обычной и повышенной сложности. Задания повышенной сложности позволяют оценить способности студентов к совместному применению знаний, полученных при изучении не только данной, но и смежных с ней по содержанию учебных дисциплин.

Творческая самостоятельная работа позволяет реализовать практико-ориентированный подход к изучению сложного математического курса в форме решения задач, профессионально значимых, но принципиально не требующих специальных знаний. Результаты творческих работ студентов рекомендуется публично обсуждать на тематических семинарах, проводимых с участием как отдельных студенческих групп, так и учебных потоков.

Промежуточная аттестация проводится в комбинированной форме: портфолио + устное собеседование.

13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.