

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИКНК
_____ Д.П. Зегжда
«17» июня 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Разработчик	Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем
Направление (специальность) подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Наименование ООП	09.03.01_01 Разработка компьютерных систем
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Образовательный стандарт	СУОС
Форма обучения	Очная

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОП

_____ Р.В. Цветков
«19» мая 2025 г.

Соответствует СУОС

Утверждена протоколом заседания
высшей школы "ВШКТиИС"
от «19» мая 2025 г. № 4

РПД разработал:

Доцент, к.т.н., доц. К.К. Семенов

1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

Цели освоения дисциплины

1. Овладение навыками решения типовых задач по теории вероятностей и математической статистике
2. Усвоение методики анализа выборочных данных с вычислением основных статистических показателей и идентификацией типа распределения
3. Овладение навыками аппроксимации выборочных данных с применением методов регрессионного анализа
4. Изучение Байесовского подхода к оценке вероятностей на примере решения задачи о передаче дискретных сообщений

Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ИД-3 ОПК-1	Применяет методы теории вероятностей и математической статистики для решения научных и технических задач
ОПК-2	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, и использовать их при решении задач профессиональной деятельности
ИД-1 ОПК-2	Применяет современные информационные технологии для решения практических задач теории вероятности и математической статистики
ИД-2 ОПК-2	Применяет современные информационные технологии при разработке, отладке, анализе и испытаниях, при создании проектной документации, при общении с другими разработчиками и руководителем проекта.

Планируемые результаты изучения дисциплины

знания:

- Знает методы вероятностно - статистического анализа данных, используемые при реальных испытаниях изделий, при моделировании, при вероятностном описании случайных факторов, воздействующих на объекты и на информационные системы;
- программные средства решения задач системного анализа и принятия решений

- способы выявления и анализа требований к программным системам, методы организации требований

умения:

- Умеет применять полученные знания при решении практических задач, возникающих при анализе и синтезе измерительных и управляющих систем, при оценке параметров систем и объекта и при проверке статистических гипотез в отсутствие сведений о виде законов распределения, применять свободные от законов распределения методы статистической обработки данных и проверки статистических гипотез;
- обоснованно выбирать методы статистической обработки данных и успешно выполнять её с использованием распространённых математических пакетов (Excel, Mathcad или Matlab)
- формировать спецификацию требований к программному обеспечению

навыки:

- навыками применения пакета MATLAB (Optimization Toolbox, Symbolic Toolbox и др.)
- навыками использования стандартных шаблонов спецификаций требований

2. Место дисциплины в структуре ООП

В учебном плане дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» не связана ни с одним модулем учебного плана.

Изучение дисциплины базируется на результатах освоения следующих дисциплин:

- Высшая математика

3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоёмкость по семестрам
	Очная форма
Лекционные занятия	60
Практические занятия	60
Самостоятельная работа	63
Часы на контроль	16
Промежуточная аттестация (экзамен)	11
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)	6
Общая трудоёмкость освоения дисциплины	216, ач
	6, зет

3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
Текущий контроль	
Расчетно-графические работы, шт.	4
Промежуточная аттестация	
Экзамены, шт.	1
Зачеты с оценкой, шт.	1

4. Содержание и результаты обучения

4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма		
		Лек, ач	Пр, ач	СР, ач

1.	Определение вероятности случайных событий			
1.1.	Случайные события	2	2	2
1.2.	Вероятность событий	2	2	2
1.3.	Геометрические вероятности	2	2	2
1.4.	Вероятность произведения и суммы событий. Условная вероятность	2	2	2
1.5.	Формула полной вероятности	2	2	2
1.6.	Формула Байеса	2	2	2
1.7.	Независимые события с двумя возможными исходами	2	2	2
1.8.	Независимые испытания с числом возможных исходов, большим двух. Рекуррентные уравнения для вероятностей	2	2	2
2.	Одномерные случайные величины			
2.1.	Ряд распределения, функция распределения, производящая функция дискретной случайной величины. Основные типы распределений	2	2	2
2.2.	Моменты и характеристическая функция дискретной случайной величины	2	2	2
2.3.	Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины	2	2	2
2.4.	Числовые характеристики непрерывных случайных величин, характеристическая функция	2	2	2
2.5.	Нормальное распределение	2	2	2
2.6.	Формула полной вероятности для непрерывных случайных величин	2	2	2
3.	Многомерные случайные величины			
3.1.	Законы распределения, моменты и характеристические функции систем случайных величин	2	2	2
3.2.	Закон нормального распределения системы случайных величин	2	2	2
3.3.	Законы распределения подсистем случайных величин. Условные законы распределения. Условные моменты. Корреляционное отношение	2	2	2
4.	Функции от случайных величин			

4.1.	Моменты и характеристические функции функций случайных величин	2	2	2
4.2.	Законы распределения функций случайных величин	3	3	2
4.3.	Композиция законов распределения	2	2	2
5.	Предельные теоремы			
5.1.	Закон больших чисел	2	2	2
5.2.	Центральная предельная теорема	2	2	2
6.	Элементы математической статистики			
6.1.	Оценка параметров законов распределений случайных величин	3	3	3
6.2.	Доверительные вероятности и доверительные интервалы	3	3	4
6.3.	Метод наименьших квадратов	3	3	4
6.4.	Проверка статистических гипотез. Параметрические гипотезы	3	3	4
6.5.	Проверка статистических гипотез. Непараметрические гипотезы (о типе распределения).	3	3	4
Итого по видам учебной работы:		60	60	63
Зачеты с оценкой, ач				4
Экзамены, ач				12
Часы на контроль, ач				16
Промежуточная аттестация (экзамен)		11		
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)		6		
Общая трудоёмкость освоения: ач / зет		216 / 6		

4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
1. Определение вероятности случайных событий	
1.1. Случайные события	Алгебра событий, диаграммы Виена, правила де Моргана. Виды событий. Совместные и несовместные события, независимые и зависимые события. Противоположное и достоверное события. Примеры решения задач.
1.2. Вероятность событий	Формулы комбинаторики. Классический способ вычисления вероятности на основе подсчета исходов. Способ вычисления на основе частот. Применимость способов подсчета вероятности. Понятие равновозможности исходов. Примеры решения задач.
1.3. Геометрические вероятности	Вычисление вероятности с применением геометрических построений для случая равномерного распределения. Условия применимости геометрического подхода. Случай одного, двух и трех случайных факторов. Примеры решения задач.
1.4. Вероятность произведения и суммы событий. Условная вероятность	Определение вероятности с использованием формул сложения и умножения вероятностей. Проверка независимости событий. Условная вероятность. Понятие несовместных и совместных событий. Примеры решения задач.
1.5. Формула полной вероятности	Вспомогательные события - гипотезы. Выбор гипотез. Определение вероятности сложных событий с использованием формулы полной вероятности. Примеры решения задач.
1.6. Формула Байеса	Априорные и апостериорные вероятности. Формула Байеса для переоценки вероятностей гипотез. Использование формулы Байеса в задаче классификации. Примеры решения задач.
1.7. Независимые события с двумя возможными исходами	Биномиальное распределение, наивероятнейшее число событий, формулы Муавра-Лапласа - локальная и интегральная. Подсчет вероятностей с использованием теорем Муавра-Лапласа. Примеры решения задач.
1.8. Независимые испытания с числом возможных исходов, большим двух. Рекуррентные уравнения для вероятностей	Полиномиальное распределение. Производящая функция вероятностей и ее использование для расчета вероятностей. Рекуррентные уравнения для определения вероятностей событий. Примеры решения задач.
2. Одномерные случайные величины	

2.1. Ряд распределения, функция распределения, производящая функция дискретной случайной величины. Основные типы распределений	Понятие дискретной случайной величины. Закон, функция распределения. Производящая функция вероятностей, характеристическая функция. Основные типы распределений - биномиальное, Пуассона, равномерное, геометрическое, Паскаля, гипергеометрическое.
2.2. Моменты и характеристическая функция дискретной случайной величины	Определение основных числовых характеристик ДСВ - начальных и центральных моментов. Свойства математического ожидания и дисперсии. Асимметрия, эксцесс, факториальные моменты, семиинварианты. Вычисление моментов по производящей функции вероятностей.
2.3. Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины	Задание непрерывной случайной величины. Связь плотности и функции распределения. Правило нормировки плотности. Определение функции распределения.
2.4. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, характеристическая функция	Определение основных числовых характеристик - начальных и центральных моментов. Свойства математического ожидания и дисперсии. Асимметрия, эксцесс. Вычисление моментов по характеристической функции.
2.5. Нормальное распределение	Одномерное нормальное распределение - плотность, функция распределения. Основные моменты, характеристическая функция, асимметрия, эксцесс. Примеры решения задач.
2.6. Формула полной вероятности для непрерывных случайных величин	Применение формул полной вероятности и Байеса для случая непрерывно распределенной величины, отражающей гипотезы. Примеры решения задач.
3. Многомерные случайные величины	
3.1. Законы распределения, моменты и характеристические функции систем случайных величин	Задание многомерных случайных величин. Многомерный закон, плотность и функция распределения. Определение моментов. Ковариационная матрица. Смешанные моменты. Примеры решения задач.
3.2. Закон нормального распределения системы случайных величин	Двумерное и многомерное нормальное распределение. Эллипс нормального распределения. Вычисление вероятностей попадания в заданную область пространства. Примеры решения задач.
3.3. Законы распределения подсистем случайных величин. Условные законы распределения. Условные моменты. Корреляционное отношение	Вычисление законов и числовых характеристик для подсистем случайных величин. Определение условных законов распределения и соответствующих им числовых характеристик. Примеры решения задач.

4. Функции от случайных величин	
4.1. Моменты и характеристические функции функций случайных величин	Определение числовых характеристик для функций от случайных величин с использованием прямого подхода и с помощью характеристической функции. Примеры решения задач.
4.2. Законы распределения функций случайных величин	Вычисление закона распределения для функции от случайных величин. Дискретный и непрерывный случаи. Общий подход. Генерация случайных величин с произвольным распределением с использованием генератора равномерного распределения. Примеры решения задач.
4.3. Композиция законов распределения	Вычисление вероятностных законов для композиции (суммы) случайных величин. Дискретный и непрерывный случаи. Упрощенные подходы с использованием формулы свертки. Общий подход. Примеры решения задач.
5. Предельные теоремы	
5.1. Закон больших чисел	Формула Чебышева. Теорема Чебышева. Неравенство Бернштейна. Законы больших чисел. Анализ случайных последовательностей на различные типы сходимостей. Примеры решения задач.
5.2. Центральная предельная теорема	Теорема Муавра-Лапласа. Теорема Ляпунова. Использование теоремы Муавра-Лапласа для расчета вероятностей биномиального распределения. Пример на иллюстрацию центральной предельной теоремы. Примеры решения задач.
6. Элементы математической статистики	
6.1. Оценка параметров законов распределений случайных величин	Вычисление статистических оценок параметров распределений. Оценка числовых характеристик. Метод моментов, метод максимального правдоподобия. Проверка смещенности, эффективности. Примеры решения задач.
6.2. Доверительные вероятности и доверительные интервалы	Определение доверительных вероятностей и доверительных интервалов для различных распределений. Доверительные интервалы для математического ожидания, дисперсии, СКО нормального распределения. Толерантные пределы. Примеры решения задач.
6.3. Метод наименьших квадратов	Применение метода наименьших квадратов для аппроксимации (регрессии) зависимостей. Полиномиальная аппроксимация. Оценивание погрешностей аппроксимации. Критерий Фишера. Критерий Кочрена. Обобщенный метод наименьших квадратов. Примеры решения задач.

6.4. Проверка статистических гипотез. Параметрические гипотезы	Проверка различных параметрических гипотез (о значениях моментов). Гипотеза о значении математического ожидания. Гипотеза о значении дисперсии. Гипотеза сравнения математических ожиданий. Гипотеза о наличии выбросов. Примеры решения задач.
6.5. Проверка статистических гипотез. Непараметрические гипотезы (о типе распределения).	Проверка непараметрических гипотез (о типе распределения). Критерии Хи-Квадрат, Колмогорова-Смирнова, Мизеса. Вычисление мощности критериев. Примеры решения задач.

5. Образовательные технологии

1. Лабораторные работы - для получения практических навыков решения задач по анализу данных, регрессии и расчету вероятностных характеристик.
2. Практические занятия - для лучшего усвоения материала и овладения навыками решения типовых задач по теории вероятностей и математической статистике.

6. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

7. Практические занятия

№ раздела	Наименование практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Определение вероятности случайных событий	10
2.	Одномерные случайные величины	10
3.	Многомерные случайные величины	10
4.	Функции от случайных величин	6
5.	Предельные теоремы	6
6.	Элементы математической статистики	10
7.	Пояснения к выполнению расчетных заданий	8
Итого часов		60

8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
Текущая СР	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	5
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	5
самостоятельное изучение разделов дисциплины	18
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	6
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	4
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	4
Итого текущей СР:	42
Творческая проблемно-ориентированная СР	
выполнение расчётно-графических работ	10
выполнение курсового проекта или курсовой работы	6
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	0
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	5
Итого творческой СР:	21
Общая трудоемкость СР:	63

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Адрес сайта курса

<https://dl.spbstu.ru/course/view.php?id=2635>

9.2. Рекомендуемая литература

Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Свешников А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: СПб. [и др.]: Лань, 2008.	2008	ИБК СПбПУ

Ресурсы Интернета

1. Никитин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Руководство к решению задач. Практикум. Ч. 1: учебное пособие: <https://elib.spbstu.ru/dl/2/i18-136.pdf/info>
2. Солопченко Г.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. — Изд. 3-е, перераб. и доп.: <https://elib.spbstu.ru/dl/2/5192.pdf/en/info>

9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

Локальная компьютерная сеть ИКНК с выходом в глобальную сеть Internet. Электронная библиотека СПбПУ. Дистанционный курс на портале дистанционных образовательных программ СПбПУ.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения практических занятий необходима аудитория с маркерной доской для демонстрации подходов к решению задач и выполнению расчетных заданий.

Для выполнения расчетных заданий требуются компьютеры, позволяющие программировать на языках программирования: Matlab (R2012+), Python, R, C++.

11. Критерии оценивания и оценочные средства

11.1. Критерии оценивания

Для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрены следующие формы аттестации: зачёт с оценкой, экзамен. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

Текущий контроль успеваемости

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Оценка за экзамен складывается из двух составляющих, имеющих равный вес в итоговой оценке:

- а)** оценка на письменном экзамене (50%),
- б)** оценка, выставленная преподавателем практических занятий (50%),

Получение оценки «неудовлетворительно» (менее 2,5 баллов из 5 возможных) хотя бы по одной из перечисленных составляющих влечет постановку оценки «неудовлетворительно» за весь экзамен.

Посещаемость лекционных занятий учитывается в составе оценки косвенно: при числе пропусков лекций без уважительной причины, превышающем 4 лекции, на письменном экзамене студенту задаются дополнительные вопросы из произвольного места курса в числе, равном числу избыточных пропусков.

Экзамен начинается с письменного входного контроля, заключающегося в опросе по перечню вопросов, обязательных к пониманию (важнейшие формулы, термины и понятия). Выдаваемый сдающему опросник содержит 10 вопросов. Прошедшие входной контроль (т.е. ответившие правильно на 8 и более вопросов) приступают к письменному экзамену по билетам, в противном же случае выставляется оценка «неудовлетворительно».

Все пропуска, по которым студентом предъявлены документы, подтверждающие уважительную причину отсутствия на занятии (медицинская справка), пропусками не считаются.

Преподаватель практики вправе поощрить студента, проявившего отличную успеваемость на практических занятиях рекомендацией экзаменатору повысить итоговый балл (увеличение балла производится после вычисления первичной оценки).

При расчете в оценке удерживается один знак после запятой.

Расчет итоговой оценки производится как средневзвешенное значение. Допустим, студент, сдавая экзамен, получил следующие результаты по разным компонентам оценки:

- а) получил за письменный экзамен оценку x_1 ,
- б) получил по практическим занятиям оценку x_2 .
- в) получил от преподавателя практики поощрение в размере x_3 баллов.

Тогда итоговая оценка получается округлением до целого следующей суммы (по обычным правилам округления):

$\text{round}(0,5 \times x_1 + 0,5 \times x_2)$ – первичная оценка,

$\text{round}(0,5 \times x_1 + 0,5 \times x_2) + x_3$ – итоговая оценка за экзамен.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачтено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачтено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачтено
90 и более	Отлично/зачтено

11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале etk.spbstu.ru.

12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Все материалы по занятиям доступны в электронном виде и выдаются студентам на занятиях. Студенты решают свои варианты задач и сдают их на проверку в письменном или электронном виде. Также каждый студент получает варианты для выполнения трех расчетных заданий. К зачетной неделе студенту необходимо представить отчеты по этим заданиям.

Успешное усвоение курса предполагает активное, творческое участие студента на всех этапах ее освоения путем планомерной, повседневной работы.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, методических указаний и разработок, указанных в программе, особое внимание уделяется целям, задачам, структуре и содержанию курса.

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на текущей консультации или на ближайшей лекции за помощью к преподавателю. Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

После каждого занятия решайте задачи дома самостоятельно. Прорабатывайте углубленно вспомогательную литературу.

Студентам предлагается решить 27 задач (по одной на каждую из 27 разделов) и выполнить три расчетных задания.

На основе рейтинговой системы, учитывающей также посещаемость, каждому студенту выставляется оценка в рейтинг для экзамена

Темы задач

- 1.Случайные события
- 2.Вероятность событий
- 3.Геометрические вероятности
- 4.Вероятность произведения событий. Условная вероятность

- 5.Вероятность суммы событий.
- 6.Формула полной вероятности
- 7.Формула Байеса
- 8.Независимые события с двумя возможными исходами
- 9.Независимые испытания с числом возможных исходов, большим двух. Рекуррентные уравнения для вероятностей
- 10.Ряд распределения, функция распределения, производящая функция дискретной случайной величины. Основные типы распределений
- 11.Моменты и характеристическая функция дискретной случайной величины
- 12.Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины
- 13.Числовые характеристики непрерывных случайных величин, характеристическая функция
- 14.Нормальное распределение
- 15.Формула полной вероятности для непрерывных случайных величин
- 16.Законы распределения, моменты и характеристические функции систем случайных величин
- 17.Закон нормального распределения системы случайных величин
- 18.Законы распределения подсистем случайных величин. Условные законы распределения. Условные моменты. Корреляционное отношение
- 19.Моменты и характеристические функции функций случайных величин
- 20.Законы распределения функций случайных величин
- 21.Композиция законов распределения
- 22.Закон больших чисел
- 23.Оценка параметров законов распределений случайных величин
- 24.Доверительные вероятности и доверительные интервалы
- 25.Метод наименьших квадратов
- 26.Проверка статистических гипотез. Параметрические гипотезы

27. Проверка статистических гипотез. Непараметрические гипотезы (о типе распределения).

Темы расчетных заданий

1. Идентификация сообщений, передаваемых по зашумленному каналу связи
2. Статистическая обработка случайных последовательностей. Идентификация законов распределения
3. Аппроксимация результатов измерений зависимых переменных

13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.