

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Галунин Сергей Александрович  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 23.12.2025 13:42:26  
Уникальный программный ключ:  
08ef34338325bdb0ac5a47baa5472ce36cc3fc3b

Приложение к ОПОП  
«Разработка программно-  
информационных систем»



**СПбГЭТУ «ЛЭТИ»**  
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)»  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)**

---

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины  
**«ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ»**  
для подготовки бакалавров  
по направлению  
09.03.04 «Программная инженерия»  
по профилю  
**«Разработка программно-информационных систем»**

Санкт-Петербург

2025

## **ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**

Разработчики:

доцент, к.ф.-м.н., доцент Виноградова Т.К.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АМ  
17.01.2025, протокол № 6

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией  
ФКТИ, 28.01.2025, протокол № 1

Согласовано в ИС ИОТ

Начальник ОМОЛА Загороднюк О.В.

## **1 СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ**

Обеспечивающий факультет	ФКТИ
Обеспечивающая кафедра	АМ
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	4
Курс	3
Семестр	6

## **Виды занятий**

Лекции (академ. часов)	34
Лабораторные занятия (академ. часов)	34
Иная контактная работа (академ. часов)	1
Все контактные часы (академ. часов)	69
Самостоятельная работа, включая часы на контроль (академ. часов)	75
Всего (академ. часов)	144

## **Вид промежуточной аттестации**

Зачет (курс) 3

## **2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ»**

Дисциплина «Вариационное исчисление» посвящена изучению теоретических и практических основ вариационного исчисления и оптимального управления, а также вопросам постановки задач оптимизации и численных методов их решения. Рассматривается широкий круг математических аспектов оптимизации: безусловная минимизация функций, задачи выпуклого и линейного программирования, классического вариационного исчисления. Большое внимание уделено построению численных методов решения задач оптимизации и описанию алгоритмов их реализации. Методы вариационного исчисления широко применяются в различных областях математики, в дифференциальной геометрии с их помощью ищут геодезические и минимальные поверхности.

### **SUBJECT SUMMARY**

### **«VARIATIONAL CALCULUS»**

The discipline "Variational calculus" is devoted to the study of the theoretical and practical foundations of calculus of variations and optimal control, as well as the formulation of optimization problems and numerical methods for their solution. A wide range of mathematical aspects of optimization is considered: unconditional minimization of functions, problems of convex and linear programming, classical calculus of variations. Much attention is paid to the construction of numerical methods for solving optimization problems and the description of algorithms for their implementation. Calculus of variations methods are widely used in various fields of mathematics, in differential geometry they are used to search for geodesic and minimal surfaces.

## **3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

### **3.1 Цели и задачи дисциплины**

1. Целью дисциплины является:

- изучение современных направлений теоретической и прикладной математики;
- освоение простейших приёмов и методов решения задач вариационного исчисления и оптимального управления;
- изучение основных понятий теории выпуклого анализа и вариационного исчисления;
- формирование умений решать задачи из области математического программирования и вариационного исчисления;
- получение практических навыков в применении методов решения типовых задач указанных областей.

2. Задачи дисциплины:

- приобретение знаний в области математического программирования, вариационного исчисления, минимизации функций; постановки задач выпуклого, линейного и нелинейного программирования, вариационного исчисления;
- формирование умений применять методы условной и безусловной минимизации функций; решать стандартные задачи безусловной минимизации функций, анализировать полученные результаты решения практических задач на количественном и качественном уровне; решать задачи математического программирования и вариационного исчисления;
- приобретение навыков решения основных типов оптимизационных задач и применения методов решения задач оптимизации.

3. Знания:

- основных понятий теории выпуклого анализа, предполагающей знание математического программирования, вариационного исчисления, минимизации функций

- ций;
- основных постановок задач оптимизации, и достаточных условий экстремума функционалов, зависящих от одной и нескольких функций, или от производных высших порядков;
- постановки задач выпуклого, линейного и нелинейного программирования, вариационного исчисления;
- различных видов критериев качества;
- методов решения типовых задач указанных областей.

#### 4. Формирование умений:

- самостоятельно ставить задачи оптимального управления;
- обобщать и ставить задачи вариационного исчисления в случае зависимости функционала от многих функций, либо от функций и некоторого количества их производных, либо от функций многих переменных;
- применять методы условной и безусловной минимизации функций;
- решать простейшие задачи различных типов;
- решать стандартные задачи безусловной минимизации функций, анализировать полученные результаты решения практических задач на количественном и качественном уровне;
- решать задачи математического программирования и вариационного исчисления.

#### 5. Приобретение навыков:

- методики решения основных типов оптимационных задач;
- применения методов решения задач оптимизации;
- использования современного математического аппарата решения прикладных задач.

### **3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина изучается на основе ранее освоенных дисциплин учебного плана:

1. «Алгебра и геометрия»
2. «Информатика»
3. «Алгоритмы и структуры данных»
4. «Специальные главы математического анализа»

и обеспечивает изучение последующих дисциплин:

1. «Введение в квантовые вычисления»

### **3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

<b>Код компетенции/ индикатора компетенции</b>	<b>Наименование компетенции/индикатора компетенции</b>
ПК-0	Способен разрабатывать информационные модели и применять их для решения задач профессиональной деятельности
ПК-0.2	<i>Создает и модифицирует информационные модели для решения задач профессиональной деятельности</i>

## **4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1 Содержание разделов дисциплины**

#### **4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы дисциплины</b>	<b>Лек, ач</b>	<b>Лаб, ач</b>	<b>ИКР, ач</b>	<b>СР, ач</b>
1	Введение	1			
2	Тема 1. Минимизация функций	8	8		8
3	Тема 2. Некоторые сведения из выпуклого анализа	8	8		10
4	Тема 3. Математическое программирование	8	8		10
5	Тема 4. Основы вариационного исчисления	8	10		12
6	Заключение	1		1	35
	Итого, ач	34	34	1	75
	Из них ач на контроль	0	0	0	0
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе				144/4

#### **4.1.2 Содержание**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы дисциплины</b>	<b>Содержание</b>
1	Введение	Предмет дисциплины и ее задачи. Краткие сведения о становлении и развитии областей науки, объединенных названием «Методы оптимизации»
2	Тема 1. Минимизация функций	Релаксационные методы. Скорость сходимости релаксационного метода. Градиентный метод с дроблением шага. Метод наискорейшего спуска. Овражный метод. Метод Ньютона. Квазиньютоновы методы
3	Тема 2. Некоторые сведения из выпуклого анализа	Выпуклые функции и выпуклые множества; их свойства. Теоремы отделимости. Теоремы двойственности. Крайние точки. Теорема Крейна-Мильмана
4	Тема 3. Математическое программирование	Задача линейного программирования; каноническая и основная форма задачи. Геометрическая интерпретация. Симплексный метод. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Двойственность в задачах выпуклого программирования
5	Тема 4. Основы вариационного исчисления	Основные понятия. Задача Больца. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача классического вариационного исчисления. Изопериметрическая задача. Задачи со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона
6	Заключение	Подведение итогов изучения дисциплины. Перспективы развития

## **4.2 Перечень лабораторных работ**

<b>Наименование лабораторной работы</b>	<b>Количество ауд. часов</b>
1. Безусловная минимизация функций различными методами.	8
2. Выпуклые множества, выпуклые функции.	8
3. Графическое решение задач линейного программирования.	8
4. Решение задач классического вариационного исчисления.	10
Итого	34

## **4.3 Перечень практических занятий**

Практические занятия не предусмотрены.

## **4.4 Курсовое проектирование**

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

## **4.5 Реферат**

Реферат не предусмотрен.

## **4.6 Индивидуальное домашнее задание**

Индивидуальное домашнее задание не предусмотрено.

## **4.7 Доклад**

Доклад не предусмотрен.

## **4.8 Кейс**

Кейс не предусмотрен.

## **4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной работы, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

Текущая СРС	Примерная трудоемкость, ач
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	19
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	26
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	
Выполнение расчетно-графических работ	
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	

<b>Текущая СРС</b>	<b>Примерная трудоемкость, ач</b>
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	
Работа над междисциплинарным проектом	
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	30
<b>ИТОГО СРС</b>	<b>75</b>

## **5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

<b>№ п/п</b>	<b>Название, библиографическое описание</b>	<b>К-во экз. в библ.</b>
<b>Основная литература</b>		
1	Измаилов, Алексей Феридович. Численные методы оптимизации [Текст] : [Учеб. пособие] / А.Ф. Измаилов, М.В. Солодов, 2003. -300 с	26
2	Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс], 2015. -512 с.	неогр
3	ЛП-поиск в задачах оптимизации [Текст] : метод. указания к практическим занятиям по курсу "Методы оптимизации" / Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) "ЛЭТИ", 2002. -32 с.	206
4	Балтрашевич, Владимир Эдуардович. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / В. Э. Балтрашевич, Н. Е. Барабанов, 2012. -1 эл. опт. диск (CD-ROM)	неогр.
<b>Дополнительная литература</b>		
1	Галеев, Эльфат Михайлович. Краткий курс теории экстремальных задач [Текст] : [Учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"] / Э.М.Галеев, В.М.Тихомиров, 1989. -203 с.	14
2	Сухарев, Алексей Григорьевич. Курс методов оптимизации [Текст] / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров, 1986. -325, [1] с.	10
3	Поляк, Борис Теодорович. Введение в оптимизацию [Текст] / Б. Т. Поляк, 1983. -384 с.	13

### **5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины**

<b>№ п/п</b>	<b>Электронный адрес</b>
1	A.B. Плясунов Методы оптимизации. Курс лекций <a href="http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5mo.html">http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5mo.html</a>
2	А. В. Фурсиков Курс лекций "ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ" <a href="https://kafedra-opu.ru/sites/default/files/main_courses/ЛекцииВИиОУ2020.pdf">https://kafedra-opu.ru/sites/default/files/main_courses/ЛекцииВИиОУ2020.pdf</a>
3	В. Т. Волков, А. Г. Ягода ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ. (курс лекций) <a href="https://teach-in.ru/file/methodical/pdf/integral-equations-M.pdf">https://teach-in.ru/file/methodical/pdf/integral-equations-M.pdf</a>

### **5.3 Адрес сайта курса**

Адрес сайта курса: <https://vec.etu.ru/moodle/course/view.php?id=21853>

## **6 Критерии оценивания и оценочные материалы**

### **6.1 Критерии оценивания**

Для дисциплины «Вариационное исчисление» предусмотрены следующие формы промежуточной аттестации: зачет.

#### **Зачет**

Минимальными критериями получения зачета являются:

- теоретическое содержание курса освоено хотя бы частично, выявленные пробелы не носят существенного характера;
- необходимые практические навыки и умения работы с освоенным материалом в основном сформированы;
- предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены (некоторые из выполненных заданий могут содержать ошибки).

## **Особенности допуска**

К зачету допускаются студенты, выполнившие 4 лабораторные работы и получившие по ним отметку "зачтено".

## **6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **Образцы задач (заданий) для контрольных (проверочных) работ**

#### **Примеры задач на зачете**

1. С помощью классического метода найти точки минимума функций:

a)  $f(x) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$

b)  $f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2x_3 + 6x_1 + 6x_2 + 6x_3$

2. Проверить, что точки (0,3,1), (0,1,-1), (1,2,0), (2,1,1) и (2,3,-1) являются стационарными точками функции  $f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2x_3 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 2x_1 - 4x_2 + 4x_3$ .

Найти точки минимума этой функции, используя достаточное условие минимума.

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой части по адресу, указанному в п. 5.3

### **6.3 График текущего контроля успеваемости**

<b>Неделя</b>	<b>Темы занятий</b>	<b>Вид контроля</b>
1	Тема 1. Минимизация функций	
2		
3		
4		Отчет по лаб. работе
5	Тема 2. Некоторые сведения из выпуклого анализа	
6		
7		
8		Отчет по лаб. работе
9	Тема 3. Математическое программирование	
10		
11		
12		Отчет по лаб. работе
13	Тема 4. Основы вариационного исчисления	
14		
15		
16		
17		Отчет по лаб. работе

### **6.4 Методика текущего контроля**

#### **на лекционных занятиях**

Текущий контроль включает в себя:

- контроль посещаемости (не менее 80% занятий).

#### **на лабораторных занятиях**

В процессе обучения по дисциплине студент обязан выполнить и успешно защитить 4 лабораторные работы. Под выполнением работ подразумевается подготовка к работе, выполнение задания, подготовка отчета и его защита. Отчет оформляется после выполнения задания и представляется преподавателю на проверку в электронном виде. После проверки отчет либо возвращается (при наличии замечаний) на доработку, либо допускается к защите.

Работы защищаются студентами индивидуально во время занятий. На защите студент должен показать: понимание постановки задачи, подхода к ее ре-

шению, умение объяснять ход решения, выбор тех или иных методик решения задачи. Преподаватель задает вопросы, позволяющие определить глубину понимания теоретического материала, который лежит в основе решения задачи практической работы, а также самостоятельность ее выполнения.

**Критерии оценивания лабораторных работ:**

«не зачтено» - ставится, если основное содержание материала работы не раскрыто, не даны ответы на вопросы преподавателя, допущены грубые ошибки в определении понятий и в использовании терминологии;

«зачтено» ставится, если продемонстрировано усвоение основного содержания материала, работа выполнена полностью, самостоятельно и оформлена в соответствии с требованиями.

### **самостоятельной работы студентов**

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется на лекционных и лабораторных занятиях по методикам, описанным выше.

## 7 Описание информационных технологий и материально-технической базы

Тип занятий	Тип помещения	Требования к помещению	Требования к программному обеспечению
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, IBM-совместимый компьютер Pentium или выше, проектор, экран, меловая или маркерная доска	1) Linux Альт Образование 10 и выше; 2) Р7-Офис 7 и выше либо LibreOffice 7 и выше
Лабораторные работы	Лаборатория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, оборудованное ПК, проектором, экран, меловая или маркерная доска, компьютеры, ноутбук, графический планшет.	1) Свободно распространяемое ПО или ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше; 2) Linux Альт Образование 10 и выше; 3) Р7-Офис 7 и выше либо LibreOffice 7 и выше
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	1) Linux Альт Образование 10 и выше; 2) Р7-Офис 7 и выше либо LibreOffice 7 и выше

## **8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

## **ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата</b>	<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола заседания УМК</b>	<b>Автор</b>	<b>Начальник ОМОЛА</b>