

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Галунин Сергей Александрович  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 23.12.2025 13:42:26  
Уникальный программный ключ:  
08ef34338325bdb0ac5a47baa5472ce36cc3fc3b

Приложение к ОПОП  
«Разработка программно-  
информационных систем»



**СПбГЭТУ «ЛЭТИ»**  
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)»  
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)**

---

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины  
**«МНОГОМЕРНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**  
для подготовки бакалавров  
по направлению  
09.03.04 «Программная инженерия»  
по профилю  
**«Разработка программно-информационных систем»**

Санкт-Петербург

2025

## **ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**

Разработчики:

профессор, д.ф.-м.н., доцент Коточигов А.М.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры АМ  
17.01.2025, протокол № 6

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией  
ФКТИ, 28.01.2025, протокол № 1

Согласовано в ИС ИОТ

Начальник ОМОЛА Загороднюк О.В.

## **1 СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ**

Обеспечивающий факультет	ФКТИ
Обеспечивающая кафедра	АМ
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	2
Курс	2
Семестр	3

## Виды занятий

Лекции (академ. часов)	17
Практические занятия (академ. часов)	17
Иная контактная работа (академ. часов)	1
Все контактные часы (академ. часов)	35
Самостоятельная работа, включая часы на контроль (академ. часов)	37
Всего (академ. часов)	72

## **Вид промежуточной аттестации**

Зачет (курс) 2

## **2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«МНОГОМЕРНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Дисциплина посвящена вопросам исследования функций нескольких переменных, в первую очередь вопросам дифференциального и интегрального исчисления функции нескольких переменных и теории поля. В рамках изучения дисциплины предусматривается изучение математического подхода к анализу инженерных задач. Освоение обучающимися дисциплины позволит будущим специалистам разрабатывать информационные модели и применять их для решения задач профессиональной деятельности.

## **SUBJECT SUMMARY**

### **«CALCULUS MULTIVARIATE»**

The course is devoted to issues of studying functions of several variables, primarily issues of differential and integral calculus of functions of several variables and field theory. It is one of the key sections of the calculus, necessary for the training of specialists in engineering specialties. This course examines the relationship of the basic concepts of classical mathematical analysis with engineering applications.

## **3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

### **3.1 Цели и задачи дисциплины**

1. Целью дисциплины является освоение методов построения математических моделей для задач, возникающих в инженерной практике и решаемых методами многомерного математического анализа, знание методов математического подхода к анализу естественнонаучных задач, приобретение навыков владения методами алгоритмического моделирования при решении инженерно-технических задач.
2. В рамках заявленной цели решаются следующие учебные задачи:
  - изучение основных понятий и методов многомерного математического анализа, используемых для решения задач профессиональной деятельности;
  - приобретение навыков применения основных понятий и методов математического анализа, математического моделирования в инженерной практике и при разработке простейших информационных моделей;
  - формирование умений применять свои знания к решению практических задач.
3. В результате изучения дисциплины студенты должны приобрести знания основных понятий и методов математического моделирования (кратные, криволинейные интегралы), а так же связанные с ними современные виды информационных моделей, применяемых при решении задач профессиональной деятельности (сплайны, полилинейные функционалы и операторы).
4. В результате изучения дисциплины студенты должны приобрести общие умения:
  - активно использовать базовые знания в области естественных и гуманитарных наук в профессиональной деятельности;
  - грамотно преобразовывать свойства предметной области в многомерные функции и условия математических моделей;

- ориентироваться в постановках задач;
- использовать простейшие программные комплексы при решении задач;
- передавать результат проведенных математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в информационно-технологических терминах.

5. Навыки интерпретации результатов разложения вычисления кратных, криволинейных интегралов формируют условия для приобретения навыка применения аналитических моделей для решения задач профессиональной деятельности.

### **3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина изучается на основе ранее освоенных дисциплин учебного плана:

1. «Алгебра и геометрия»
2. «Математический анализ»

и обеспечивает подготовку выпускной квалификационной работы.

### **3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

<b>Код компетенции/ индикатора компетенции</b>	<b>Наименование компетенции/индикатора компетенции</b>
ПК-0	Способен разрабатывать информационные модели и применять их для решения задач профессиональной деятельности
ПК-0.1	<i>Знает современные виды информационных моделей, применяемых при решении задач профессиональной деятельности</i>
ПК-0.2	<i>Создает и модифицирует информационные модели для решения задач профессиональной деятельности</i>
ПК-0.3	<i>Применяет информационные модели для решения задач профессиональной деятельности</i>

## **4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1 Содержание разделов дисциплины**

#### **4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы дисциплины</b>	<b>Лек, ач</b>	<b>Пр, ач</b>	<b>ИКР, ач</b>	<b>СР, ач</b>
1	Введение	1			
2	Ряды и интегралы Фурье	3	2		4
3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	4	6		10
4	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	4	6		10
5	Интегрирование на многообразиях	2	3		6
6	Сплайны	2		1	7
7	Заключение	1			
	Итого, ач	17	17	1	37
	Из них ач на контроль	0	0	0	0
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе				72/2

#### **4.1.2 Содержание**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы дисциплины</b>	<b>Содержание</b>
1	Введение	Обзор аппарата математического анализа в моделировании.
2	Ряды и интегралы Фурье	Линейные пространства со скалярным произведением. Ортогональный базис и его свойства. Ряды Фурье и их свойства. Поточечная сходимость рядов Фурье. Быстрое преобразование Фурье. Метод Фурье для решения задачи о колебании струны. Преобразование Фурье.
3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Определение непрерывности для функции нескольких переменных. Дифференциал функции нескольких переменных. Частные производные. Необходимые условия экстремума. Второй дифференциал. Достаточные условия экстремума. Критерий Сильвессра. Теорема о неявной функции. Условный экстремум. Задачи оптимизации.
4	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Определение интеграла от функции нескольких переменных по параллелепипеду. Объем и мера множества. Условия интегрируемости функции по параллелепипеду. Определение интеграла по произвольному множеству. Замена переменных в кратном интеграле.

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы дисциплины</b>	<b>Содержание</b>
5	Интегрирование на многообразиях	Полилинейные отображения и операции над ними. Дифференциальные формы и операции над ними. Локальная структура многообразий. Интеграл от дифференциальной формы по многообразию. Формула Стокса.
6	Сплайны	Определение сплайнов. Базисы в пространстве сплайнов. В-сплайны и их свойства. Интерполяция сплайнами. Экстремальные свойства сплайнов. Кривые Бизье.
7	Заключение	Обзор приложений.

## 4.2 Перечень лабораторных работ

Лабораторные работы не предусмотрены.

## 4.3 Перечень практических занятий

<b>Наименование практических занятий</b>	<b>Количество ауд. часов</b>
1. Разложение периодических функций в ряд Фурье.	2
2. Исследование функций на экстремум.	2
3. Метод наименьших квадратов.	4
4. Расстановка пределов в кратном интеграле.	2
5. Вычисления кратных интегралов. Замена переменных в кратном интеграле.	4
6. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Формула Грина.	2
7. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формулы Гаусса и Стокса.	1
Итого	17

## 4.4 Курсовое проектирование

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

## 4.5 Реферат

Реферат не предусмотрен.

## **4.6 Индивидуальное домашнее задание**

Цель выполнения ИДЗ - формирование умений и навыков по решению прикладных задач для дальнейшего использования в профессиональной деятельности.

Согласно графику текущего контроля выдаются ИДЗ, содержащие от 1 до 3 типовых вычислительных задач:

ИДЗ №1 «Ряды и интегралы Фурье».

ИДЗ №2 «Интегральное исчисление функций нескольких переменных».

ИДЗ №3 «Интегрирование на многообразиях».

### **Требования к выполнению ИДЗ:**

1. Выполняется письменно не менее, чем в недельный срок, максимальный срок выполнения устанавливается преподавателем, ведущим практические занятия исходя из календарного планирования;
2. Формат оформления: произвольный формат (печатный или рукописный). При выборе печатного формата следует использовать редакторы Word или Excel. При выборе рукописного формата следует оформить работу на двойных листах в клетку или листах формата А4, или в тетради (в клетку) объемом не более 12 листов.
3. При рукописном оформлении ИДЗ следует писать аккуратно черными или синими чернилами, с обязательным использованием линейки и карандаша при выполнении чертежей. При печатном оформлении ИДЗ рекомендуется использовать шрифт Times New Roman, Calibri или Arial; размер шрифта 12-14 пунктов, межстрочный интервал 1,15-1,5 пунктов. Каждую задачу рекомендуется оформлять на новом листе.
4. Таблицы и рисунки следует оформлять, придерживаясь сквозного просмотра. Т.е. если в задаче предусмотрена таблица или рисунок, то они должны быть приведены внутри или в конце решаемой задачи. Общее приложение для все

рисунков и таблиц не предусматривается.

5. Объем ИДЗ зависит только от количества задач и/или заданий. каждая задача должна содержать исходные данные, решение и ответ.

6. Каждое ИДЗ состоит из: титульного листа (название дисциплины, ФИО, учено звание преподавателя, номер группы, ФИО студента, номер варианта, дата сдачи работы) списка решенных задач и/или заданий.

7. Формат сдачи работы зависит от общих требований Университета (при очном обучении - ИДЗ сдается преподавателю в письменном виде или печатном виде; при дистанционном обучении - в электронном виде работы размещается в СДО СПбГЭТУ).

ИДЗ должны быть решены и представлены на проверку в установленное преподавателем время.

#### **Методика оценивания ИДЗ:**

- "неудовлетворительно" (или "2") - если верно решено меньше 60% заданий, но более 29%;
- "удовлетворительно" (или "3") - если верно решено меньше 75% заданий, но более 59%;
- "хорошо" (или "4") - если верно решено меньше 89% заданий, но более 74%;
- "отлично" (или "5") - если верно решено более 90% заданий.

#### **4.7 Доклад**

Доклад не предусмотрен.

#### **4.8 Кейс**

Кейс не предусмотрен.

## **4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной работы, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

Текущая СРС	Примерная трудоемкость, ач
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	15
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	10
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	7
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	
Выполнение расчетно-графических работ	
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	

<b>Текущая СРС</b>	<b>Примерная трудоемкость, ач</b>
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	
Работа над междисциплинарным проектом	
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	5
<b>ИТОГО СРС</b>	<b>37</b>

## 5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Название, библиографическое описание	К-во экз. в библ.
Основная литература		
1	Бугров Я. С., Никольский С. М. ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В 3 Т. ТОМ 3. В 2 КН. КНИГА 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ 7-е изд. : Учебник для вузов / С., Никольский С. М. Бугров Я., 2025. -288 с. -Текст : непосредственный.	неогр.
2	Косулин, Анатолий Ефимович. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы : электрон. учеб. изд. / А. Е. Косулин, А. В. Морозова, С. Г. Иванов, 2016. -1 эл. опт. диск (CD-ROM). -Текст : электронный.	неогр.
3	Математический анализ функций нескольких переменных [Электронный ресурс]. Ч. 2 : Кратные интегралы : учебное пособие, 2014. -45 с.	неогр.
4	Бугров Я. С., Никольский С. М. ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧНИК. : Учебное пособие для вузов / С., Никольский С. М. Бугров Я., 2025. -192 с. -Текст : непосредственный.	неогр.
5	Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц, 2023. -656 с. -Текст : электронный.	неогр.
Дополнительная литература		
1	Спивак М. Математический анализ на многообразиях [Электронный ресурс], 2021. -160 с.	неогр.
2	Крохин А. Л. Сплайны в вычислительной математике и компьютерной графике : учебное пособие / А. Л. Крохин, 2018. -151 с. -Текст : непосредственный.	неогр.
3	Полетаева, Наталья Григорьевна. Математическое обеспечение сплайн-восстановления случайных процессов в автоматизированных системах генерирования образцовых сигналов : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.16 / Н.Г. Полетаева ; науч. рук. д-р техн. наук, проф. Ш.Ю. Исмаилов, 1989.	неогр.
4	Коточигов, Александр Михайлович. Цифровая обработка непрерывных сигналов : электрон. учеб. пособие / А. М. Коточигов, И. Г. Зельвенский, 2019. -1 эл. опт. диск (CD-ROM). -Текст : электронный.	неогр.
5	Математический анализ / Кальней С. Г., Терещенко А. М. Ч. 2 : Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля. Ряды. Ряды Фурье. Уравнения в частных производных : учебное пособие, Ч. 2 / Кальней С. Г., Терещенко А. М., 2024. -200 с. -Текст : непосредственный.	неогр.

## **5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины**

<b>№ п/п</b>	<b>Электронный адрес</b>
1	Математическое моделирование: исследования, расчёты, разработки ПО <a href="http://entr-oforce.ru/">http://entr-oforce.ru/</a>
2	Студенческая лаборатория кафедры АМ СПбГЭТУ "ЛЭТИ" по математическому моделированию <a href="http://entroforce.ru/lab">http://entroforce.ru/lab</a>

## **5.3 Адрес сайта курса**

Адрес сайта курса: <https://vec.etu.ru/moodle/course/view.php?id=25241>

## **6 Критерии оценивания и оценочные материалы**

### **6.1 Критерии оценивания**

Для дисциплины «Многомерный математический анализ» предусмотрены следующие формы промежуточной аттестации: зачет.

#### **Зачет**

Студент получает ”зачет”, если ответ дан без ошибок, обоснован теоретически и проиллюстрирован примерами, обоснования могут быть не всегда полны или корректны. Студент получает ”незачет”, если в ответе есть ошибки, либо студент не видит связи между приводимыми формулами и утверждениями, не понимает их смысла.

## **Особенности допуска**

Посещение не менее 80 % лекционных и практических занятий и положительная оценка (не менее, чем "удовлетворительно") по результатам текущего контроля.

## **6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой части по адресу, указанному в п. 5.3

### **6.3 График текущего контроля успеваемости**

<b>Неделя</b>	<b>Темы занятий</b>	<b>Вид контроля</b>
3	Ряды и интегралы Фурье	
4		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
10	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	
11		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ
15	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	
16		ИДЗ / ИДРГЗ / ИДРЗ

### **6.4 Методика текущего контроля**

#### **на лекционных занятиях**

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий), по результатам которого студент получает допуск на промежуточную аттестацию.

#### **на практических занятиях**

Текущий контроль включает в себя контроль посещаемости (не менее **80** % занятий), по результатам которого студент получает допуск на промежуточную аттестацию.

Предусматривает проверку преподавателем ИДЗ согласно графику ТК, а далее, если это необходимо, защиту выполненной работы над ошибками.

#### **Методика оценивания ИДЗ:**

- "неудовлетворительно" (или "0"), если верно ИДЗ не предоставлено на проверку в течение 3 недель после контрольной точки;
- "неудовлетворительно" (или "1"), если верно решено меньше 30% заданий;
- "неудовлетворительно" (или "2"), если верно решено меньше 60% заданий, но более 29%;
- "удовлетворительно" (или "3"), если верно решено меньше 75% заданий,

но более 59%;

- "хорошо" (или "4"), если верно решено меньше 89% заданий, но более 74%;

- "отлично" (или "5"), если верно решено более 90% заданий.

В ходе проведения практических занятий целесообразно привлечение студентов к как можно более активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов также может учитываться преподавателем, как один из способов текущего контроля на практических занятиях (добавляется 5% к оцениванию ИДЗ по соответствующей теме). Итоговый балл текущего контроля рассчитывается как среднее арифметическое из баллов за каждое ИДЗ с округлением в пользу студента.

### **самостоятельной работы студентов**

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях студентов по методикам, описанным выше.

## 7 Описание информационных технологий и материально-технической базы

<b>Тип занятий</b>	<b>Тип помещения</b>	<b>Требования к помещению</b>	<b>Требования к программному обеспечению</b>
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, меловая или маркерная доска, проектор, экран, ноутбук или ПК.	ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.
Практические занятия	Аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, меловая или маркерная доска, проектор, экран, ноутбук или ПК.	ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше. Математические пакеты прикладных программ (например, Mathematica, Matlab, Maple и др.)
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	ПО, разработанное в РФ, соответствующее по характеристикам Windows XP, Microsoft Office 2007 и выше.

## **8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

## **ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата</b>	<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола заседания УМК</b>	<b>Автор</b>	<b>Начальник ОМОЛА</b>