

# Lower-Level Controller (Motor DC)

---



**Husnul Amri**

**Workshop SIK 2021**  
**Kelompok Keahlian Instrumentasi dan Kontrol**  
**Fakultas Teknologi Industri**  
**Institut Teknologi Bandung**

## Overview

---

### Golf Cart :



Yamaha Drive<sup>2</sup> Concierge 4

# Specification

## Golf Cart Steering Actuator and Feedback Sensor



Steering Actuator  
(DC Stepper Motor)

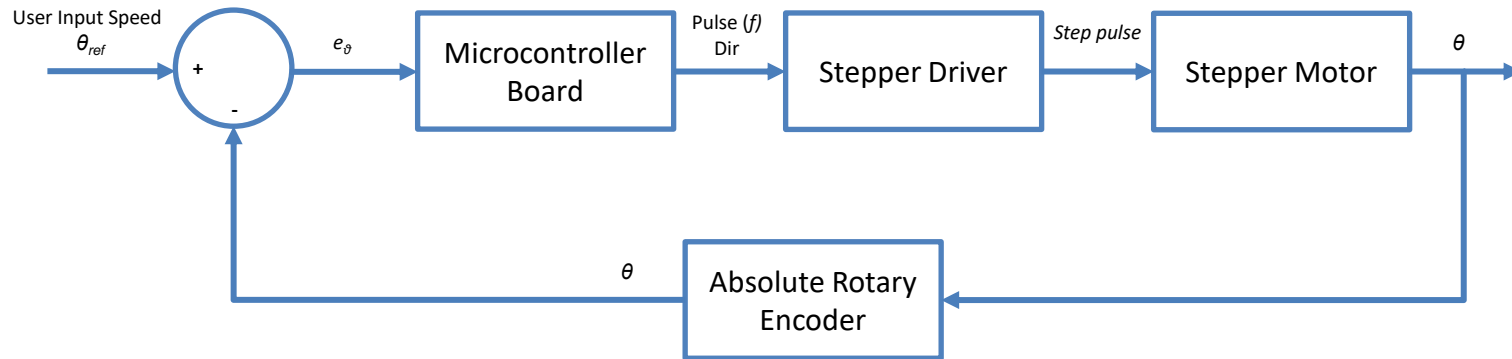


Feedback Sensor  
(Absolute Rotary Encoder)

# Control Loop

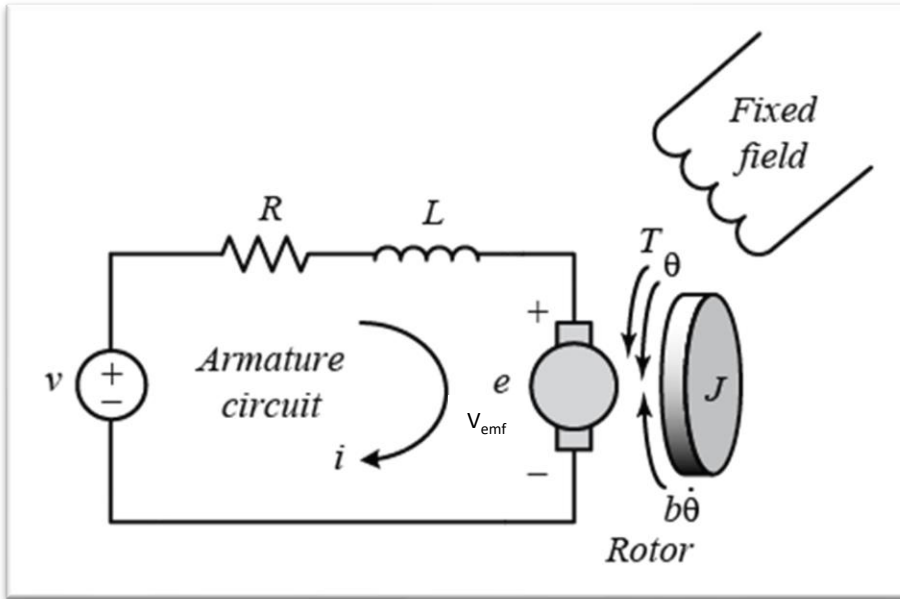


## Closed Loop Control



# DC Motor

## DC Motor Equation



Mengacu pada gambar diatas, pada rangkaian rotor dapat diperoleh Hukum Kirchoff untuk tegangan sebagai berikut:

$$V - iR - L \frac{di}{dt} - V_{emf} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

Serta, berdasarkan Hukum Kedua Newton dapat diperoleh :

$$\tau_m = J\ddot{\theta} + k_f\dot{\theta} \dots\dots\dots (4)$$

Atau :  $k_\tau i = J\ddot{\theta} + k_f\dot{\theta} \dots\dots\dots (5)$

Interaksi arus rotor  $i_a$  dan medan magnet *stator* menghasilkan gaya torka induksi  $\tau_m$  sebesar:

$$\tau_m = k_\tau i \dots\dots\dots (1)$$

$k_\tau$  merupakan konstanta torka yang menyebabkan motor berputar. Pergerakan konduktor juga akan menyebabkan terjadinya  $V_{emf}$  atau tegangan *electromotive-force* (emf) sebesar:

$$V_{emf} = k_{emf}\dot{\theta} \dots\dots\dots (2)$$

Interaksi arus rotor  $i_a$  dan medan magnet *stator* menghasilkan gaya torka induksi  $\tau_m$  sebesar:

Dengan  $k_f$  merupakan konstanta gesekan dan J adalah inersia rotor atau beban mekanik yang ekuivalen. Kemudian, apabila persamaan (2) disubstitusi ke (3) dan disusun ulang, dapat diperoleh :

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L}i - \frac{k_{emf}}{L}\dot{\theta} + \frac{1}{L}V \dots\dots\dots (6)$$

Serta, dari persamaan (5) yang disusun ulang dapat diperoleh:

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{k_\tau}{J}i - \frac{k_f}{J}\dot{\theta} \dots\dots\dots (7)$$

## DC Motor

Dikarenakan perubahan arus terhadap waktu sangat kecil dibandingkan dengan perubahan kecepatan sudut, maka komponen arus pada persamaan (6) akan berpengaruh langsung terhadap tegangan armature dan kecepatan sudut dalam bentuk :

$$i = -\frac{k_{emf}}{L} \dot{\theta} + \frac{1}{L} V \dots \dots \dots (8)$$

Sehingga, apabila persamaan (8) disubstitusikan ke persamaan (7) dapat diperoleh :

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{k_{\tau}}{J} \left( -\frac{k_{emf}}{L} \dot{\theta} + \frac{1}{L} V \right) - \frac{k_f}{J} \dot{\theta} \dots \dots \dots (9)$$

Apabila (9) disusun ulang, diperoleh:

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} + \left( \frac{k_{\tau} k_{emf}}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \dot{\theta} = \frac{k_{\tau}}{JL} V \dots \dots \dots (10)$$

Kemudian, persamaan (10) ditulis ulang akan menjadi:

$$\ddot{\theta} + \left( \frac{k_{\tau} k_{emf}}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \dot{\theta} = \frac{k_{\tau}}{JL} V \dots \dots \dots (11)$$

Keluaran dari persamaan (11) merupakan sudut setir yang diinginkan ( $\theta$ ) dengan masukan kontrolnya adalah tegangan ( $V$ ). Keluaran berupa nilai sudut setir kemudian akan di-*feedback* oleh sensor *absolute rotary encoder* yang terpasang.

# PID Control

Berdasarkan diagram blok *closed loop* yang telah dibuat, diketahui bahwa nilai galat dari sudut setir yang terbaca oleh *absolute rotary encoder* dengan sudut setir referensi dari pengguna adalah:

$$e_{\theta} = \theta_{ref} - \theta \dots \dots \dots (12)$$

Pengontrolan PID dengan masukan kontrol berupa tegangan DC  $V$  dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$V = k_{p,\theta} [e_{\theta} + \frac{1}{T_{I,\theta}} \int e_{\theta} dt + T_{D,\theta} \frac{de_{\theta}}{dt}] \dots \dots \dots (13)$$

Dengan  $k_{p,\theta}$ ,  $T_{I,\theta}$  dan  $T_{D,\theta}$  merupakan parameter kontrol yang bernilai positif dan secara berturut-turut disebut sebagai konstanta proporsional, konstanta integral-waktu dan konstanta derivative-waktu untuk pengontrol sudut setir. Kemudian, persamaan (13) disubstitusikan ke persamaan (11) yang menghasilkan :

$$\ddot{\theta} + \left( \frac{k_{\tau} k_{emf}}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \dot{\theta} = \frac{k_{\tau}}{JL} k_{p,\theta} [e_{\theta} + \frac{1}{T_{I,\theta}} \int e_{\theta} dt + T_{D,\theta} \frac{de_{\theta}}{dt}] \dots \dots \dots (14)$$

Nilai  $\theta$  kemudian disubstitusikan ke persamaan (14) berdasarkan susunan ulang dari persamaan (12), sehingga diperoleh :

$$\left( \frac{d^2 \theta_{ref}}{dt^2} - \frac{d^2 e_{\theta}}{dt^2} \right) + \left( \frac{k_{\tau} k_{emf}}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \left( \frac{d\theta_{ref}}{dt} - \frac{de_{\theta}}{dt} \right) = \frac{k_{\tau}}{JL} k_{p,\theta} [e_{\theta} + \frac{1}{T_{I,\theta}} \int e_{\theta} dt + T_{D,\theta} \frac{de_{\theta}}{dt}] \dots \dots \dots (15)$$

Nilai dari sudut setir yang diberikan ( $\theta_{ref}$ ) bernilai konstan, sehingga  $\frac{d\theta_{ref}}{dt}$  dan  $\frac{d^2 \theta_{ref}}{dt^2}$  akan bernilai 0.

# PID Control

Apabila nilai dari  $\frac{d\theta_{ref}}{dt}$  dan  $\frac{d^2\theta_{ref}}{dt^2}$  pada persamaan (15) dibuat 0, maka diperoleh :

$$\frac{d^2 e_\theta}{dt^2} + \left( \frac{k_\tau k_{emf} + k_p k_\tau T_D}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \frac{de_\theta}{dt} + \frac{k_{p,\theta} k_\tau}{JL} \left( e_\theta + \frac{1}{T_i} \int e_\theta dt \right) = 0 \dots \dots \dots (16)$$

Kedua ruas pada persamaan (16) kemudian diturunkan terhadap waktu, sehingga diperoleh:

$$\frac{d^3 e_\theta}{dt^3} + \left( \frac{k_\tau k_{emf} + k_p k_\tau T_D}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \frac{d^2 e_\theta}{dt^2} + \frac{k_{p,\theta} k_\tau}{JL} \frac{de_\theta}{dt} + \frac{k_{p,\theta} k_\tau}{JL} \frac{1}{T_i} e_\theta = 0 \dots \dots \dots (17)$$

Apabila parameter  $k_{p,\theta}$  ,  $T_{i,\theta}$  dan  $T_{D,\theta}$  diatur sedemikian rupa, maka persamaan (17) dapat memenuhi kestabilan Routh-Hurwitz (seluruh akar riil bernilai negatif), dan berarti bahwa sistem pada persamaan (17) bersifat stabil dan galat sudut setir  $e_\theta$  juga akan menuju nol. Dengan demikian, pada akhirnya nilai dari  $\theta_{ref}$  akan sama dengan  $\theta$ .



# Simulation

Simulasi pengontrolan dilakukan dengan memanfaatkan aplikasi Matlab, dengan mengacu pada persamaan dinamis posisi sudut motor DC (persamaan (11)) yang diberi masukan dari pengontrol PID (13), yaitu :

$$\ddot{\theta} + \left( \frac{k_{\tau} k_{emf}}{JL} + \frac{k_f}{J} \right) \dot{\theta} = \frac{k_{\tau}}{JL} k_{p,\theta} \left[ e_{\theta} + \frac{1}{T_{I,\theta}} \int e_{\theta} dt + T_{D,\theta} \frac{de_{\theta}}{dt} \right] \dots \dots \dots (18)$$

Persamaan tersebut kemudian disederhanakan dengan bagian derivatif dari persamaan diekspansi dengan metode penyelesaian persamaan differensial orde 2 dengan metode Euler berbasis deret Taylor dari  $y(t+h)$ . Persamaan (18) kemudian ditulis dalam bentuk sederhana sebagai berikut:

$$\ddot{\theta} + C\dot{\theta} = Au \dots \dots \dots (19)$$

Dengan :

$$C = \frac{k_{\tau} k_{emf}}{JL} + \frac{k_f}{J}$$

$$A = \frac{k_{\tau}}{JL}$$

$$u = k_{p,\theta} \left[ e_{\theta} + \frac{1}{T_{I,\theta}} \int e_{\theta} dt + T_{D,\theta} \frac{de_{\theta}}{dt} \right]$$

Kemudian, dimisalkan :

$$x_1 = \theta$$

$$x_2 = \dot{x}_1$$

$$\dot{x}_1 = -Cx_1 + Au$$

$$\dot{x}_2 = -Cx_2 + Au$$

Sehingga, diperoleh :

$$x_{1(k+1)} = x_{1k} + x_{2k} \Delta t \dots \dots \dots (20)$$

$$x_{2(k+1)} = x_{2k} + (-Cx_{2k} + Au) \Delta t \dots \dots \dots (21)$$

Persamaan (20) dan (21) kemudian digunakan untuk proses simulasi kontrol sudut setir

# Simulation

Dengan asumsi bahwa motor stepper memiliki sifat yang sama dengan motor DC, yaitu diberikan input tegangan tertentu akan menggerakkan motor, serta arah diwakili oleh perubahan arah arus, maka ditinjau nilai parameter konstan berdasarkan merk motor DC PMAC-G4845 Golf Car 36-48V 20 Hp(pk) Gen4 Transaxle-Mount Electric Motor Drive System, dengan data parameter konstan sebagai berikut :

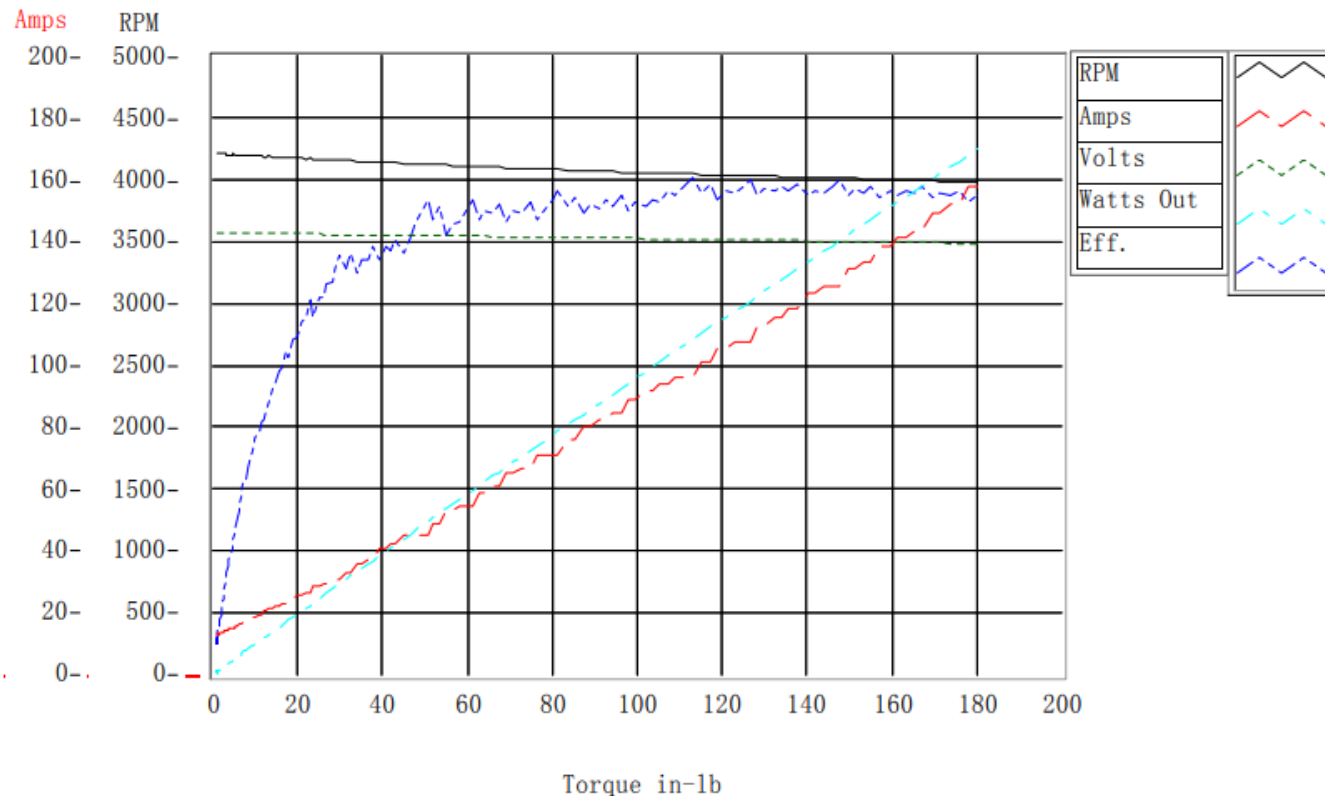
Parameter	Nilai
<b>Momen Inersia Rotor (<math>J</math>)</b>	0.45 kgm <sup>2</sup>
<b>Motor torque constant (<math>k_\tau</math>)</b>	0.12 Nm/A
<b>Electric Inductance (<math>L</math>)</b>	0.05 H
<b>Electromotive force constant (<math>k_{emf}</math>)</b>	0.12 Nm/A

Sumber : <https://www.electricmotorsport.com/pmac-g4845-48v-450a-atv-golf-car-nev-motor-drive-system.html>

Nilai parameter  $k_{emf}$  diperoleh dengan menggunakan asumsi bahwa motor DC yang digunakan bersifat ideal, sehingga konstanta torka dan konstanta emf akan bernilai sama (Wolm, P et al. 2008). Kemudian, untuk menentukan nilai konstanta hambatan karena adanya gaya viskositas (*viscous friction constant* atau  $k_f$ ) digunakan pendekatan perhitungan dari Wolm,P. et al., berdasarkan dari data grafik performansi motor yang diberikan oleh vendor. Perhitungan nilai  $k_f$  diperoleh dengan menggunakan persamaan berikut :

$$k_f = \frac{k_\tau i}{\omega} \dots \dots \dots (22)$$

# Simulation



Ditinjau nilai arus dan kecepatan sudut pada nilai torsi 20 in-lb, sehingga diperoleh nilai arus  $i \sim 25 \text{ A}$ , kemudian  $\omega \sim 4200 \text{ RPM}$  atau apabila dikonversi,  $\omega \sim 440 \text{ rad/s}$ . Sehingga, apabila dimasukkan ke persamaan 20, diperoleh :

$$k_f = \frac{0.12 \times 25}{440} \text{ Nms} = 0.0068 \text{ Nms} \dots \dots \dots (23)$$

Nilai parameter tersebut kemudian akan digunakan untuk proses simulasi menggunakan perangkat lunak Matlab

TERIMA KASIH

---