



محتوای درسی
@moh21dar30

مجموعه سؤالات نهایی

درس: #گستته
از سال‌های ۱۳۹۸ تا ۱۴۰۱
به همراه پاسخ‌نامه

هر گونه کپی و انتشار این فایل
با ذکر منبع آن بلامانع است.

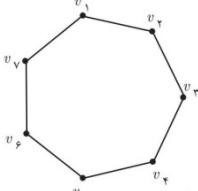
تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه رشته: ریاضی فیزیک
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.mediu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	
نمره	سوالات پاسخ نامه دارد	
	ردیف	

۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
	درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یگ گراف کامل ۸ رأسی،یال دارد.	۲
۲	ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقلراس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $= 1$ در این صورت (G) برابر است. د) مجموع درایه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر با..... است.	
۱/۵	اگر باقی مانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۳
۱	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۴
۱/۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $18 = 2y + 5x$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۵
۱/۵	<p>شکل مقابل نمودار گراف G می باشد.</p> <p>الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید.</p> <p>ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید.</p> <p>ج) مجموع درجه های رأس های گراف \bar{G} را مشخص کنید.</p>	۶
۱/۵	<p>گراف C_7 را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.</p> <p>ب) عدد احاطه گری C_7 را به دست آورید.</p> <p>ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.</p>	۷
۱/۵	<p>الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟</p> <p>ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.</p>	۸
	«بقیه سوالات در صفحه دوم»	

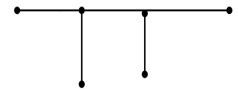
تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	رشته: ریاضی فیزیک	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوللبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
نمره	سوالات پاسخ نامه دارد		

۱	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر <u>یکتا</u> با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۹
۱	با ارقام ۱,۱,۲,۲,۳,۲,۴,۴,۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱۰
۱/۵	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱۱
۱	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 2, 3, 4, 5$ با شرط $x_i > 0$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱۲
۱/۵	اگر سه دوست هم سایز، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هر یک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱۳
۱/۲۵	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱۴
۱/۲۵	ثابت کنید اگر در یک دیبرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱۵
۲۰	جمع نمره "موفق باشید"	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۱	<p>(صفحه: ۷) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ($0/5$) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}_{(0/25)} \geq 0$ گزاره همیشه درست</p>	۱														
۲	<p>الف) ۲۸) ($0/5$) ۱۵) ($0/5$) ۱۵) ($0/5$) $p-1$ ج) ($0/5$) ب) ۳ راس</p>	۲														
۱/۵	$m = ۱۳q_۱ + ۲$ ($0/5$) $۳m = ۱۳(۳q_۱) + ۶$ ($0/5$) $\rightarrow ۵n - ۳m = ۱۳q' + ۳۹$ ($0/25$) $n = ۱۳q_۲ + ۹$ ($0/5$) $۵n = ۱۳(۵q_۲) + ۴۵$ ($0/5$) $\rightarrow ۵n - ۳m = ۱۳q'' + ۰$ ($0/25$) $\rightarrow r = ۰$ ($0/25$) صفحه: ۱۴	۳														
۱	<p>روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز در مهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: <table border="1" style="margin-left: 10px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>ج</td><td>ب</td><td>ج</td><td>س</td><td>د</td><td>ی</td><td>ش</td> </tr> <tr> <td>۶</td><td>۵</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۰</td> </tr> </table> ($0/25$) $۲۹+۳۰+۳۰+۱۲ = ۱۳۱ \rightarrow ۱۳۱ \equiv ۵$ ($0/5$) ۴ </p> <p>که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. ($0/25$)</p>	ج	ب	ج	س	د	ی	ش	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	
ج	ب	ج	س	د	ی	ش										
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰										
۱/۵	$\frac{۲y \equiv ۱۸}{(0/25)} \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv ۹$ ($0/5$) $\Rightarrow y \equiv ۹ \equiv ۴$ ($0/25$) (25 : صفحه) $y = ۵k + ۴$ ($0/25$) و $x = -۲k + ۲$ ($0/25$)	۵														
۱/۵	<p>الف) ($0/25$) $N_G(b) = \{a, d, c\}$ ب) ($0/25$) $p = ۶$ ($0/25$) ، $q = ۷$ ($0/25$) ج) ($0/25$) $\bar{G} = \frac{p(p-1)}{2}$ تعداد یالهای گراف G + تعداد یالهای گراف \bar{G} \bar{G} مجموع درجه های رئوس گراف \bar{G} ($0/25$) $\Rightarrow \bar{G}$ تعداد یالهای گراف \bar{G} ($0/25$) صفحه: ۴۱ </p>	۶														
۱/۵	<p>الف) ($0/5$) $\gamma(G) = ۳$ ($0/5$) ب) ($0/5$) $\{v_۱, v_۳, v_۴, v_۵\}$ ($0/5$) ج) ($0/5$) $\{v_۱, v_۳, v_۵\}$ و $\{v_۲, v_۴, v_۵\}$ ($0/5$) (45: صفحه)</p> 	۷														

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۸	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارد که با حذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می‌ماند. (۰/۲۵) بنا بر این عضوی مانند a_i را در نظر می‌گیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر بماند آن را حذف می‌کنیم (۰/۲۵) در غیر اینصورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. (۰/۲۵)	۱/۵	(صفحه: ۴۶)	$A = \{h, g, f, i, j\}$ (۰/۷۵)
۹	(الف)  (۰/۵)	۱	(صفحه: ۵۳) (۰/۵)	(ب)  (۰/۵)
۱۰	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} \quad (۰/۷۵) \rightarrow P = 3 \times 7! \quad (۰/۲۵)$	۱	(صفحه: ۵۸) (۰/۵)	
۱۱	الف) $6! \times 5! \times 4! \times 3! \times 2! \times 1! \quad (۰/۵)$ (ج) $7! \times 5! \times 4! \quad (۰/۵)$ (ب) $5! \times 6! \times 7! \quad (۰/۵)$	۱/۵	(صفحه: ۵۷) (۰/۵)	
۱۲	$x_1 + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۰ \rightarrow x_۱ + y_۱ + ۱ + y_۲ + ۱ + y_۳ + ۱ + y_۴ + ۱ + y_۵ + ۱ = ۱۰$ $x_۱ + y_۱ + y_۲ + y_۳ + y_۴ + y_۵ = ۶ \quad (۰/۲۵) \xrightarrow[(۰/۲۵)]{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{6+5-1}{5-1} \quad (۰/۵)$ (صفحه: ۷۲)	۱		
۱۳		۱/۵	(۰/۵)	(۰/۵) (صفحه: ۶۹)
۱۴	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $n(A \cup B) = \left[\frac{۹۰}{۲} \right] + \left[\frac{۹۰}{۳} \right] - \left[\frac{۹۰}{۶} \right] \quad (۰/۷۵) \quad n(A \cup B) = ۶۰ \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۸۴)	۱/۲۵		
۱۵	تعداد لانه‌ها: ۵۰۵ دانش آموز (۰/۲۵) $\begin{array}{r} 505 \\ - 504 \\ \hline 1 \end{array} \quad \frac{184}{6} \quad 6+1=7 \quad (۰/۵)$ طبق اصل کبوتری لااقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)	۱/۲۵	(۰/۲۵) $7 \times 12 = 84$	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۸ http://aee.medu.ir		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

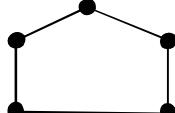
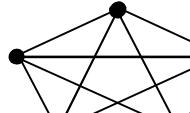
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ ، عدد $1 - 3^n$ اول است.	.۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $c = ab$ [] اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots$ ب) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $(C_n)_2$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید:	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵, ۶ به ترتیب ۲, ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۵ بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + 7^7$ را بر ۱۳ بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $29000 = 2000x + 5000y$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه راس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی $-k$ -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	« بقیه سوالات در صفحه دوم »	

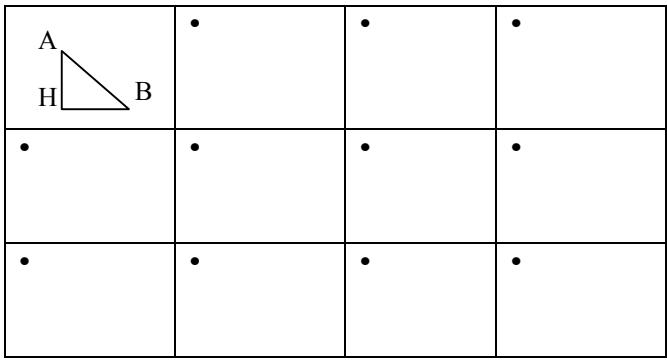
نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک ۷-مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 12$ با شرط $x_1 > 2, x_2 \geq 4$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقا یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $350 \leq n \leq 1$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	۲۰ جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب	۰/۵	
۲	الف) ۰/۵ ب) همبند $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ صفحات ۳۹ و ۳۹ و ۸۲ و ۸۲ کتاب د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ج) $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$	۱/۵	
۳	چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. صفحه ۱۱ کتاب $\begin{aligned} x^r + y^r + z^r &\geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^r + 2y^r + 2z^r \geq 2xy + 2yz + 2xz \\ &\Leftrightarrow (x^r + y^r - 2xy) + (y^r + z^r - 2yz) + (x^r + z^r - 2xz) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x-y)^r + (y-z)^r + (x-z)^r \geq 0 \end{aligned}$ ۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۲۵	۱/۵	
۴	صفحه ۱۶ کتاب $\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 5q' + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3$ ۰/۵ $\Rightarrow a = 30r + 27$ ۰/۵	۱/۵	
۵	صفحه ۲۱ کتاب $\underbrace{27 \equiv 1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{(27)^7 \equiv 1^7}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{(27)^7 + 19 \equiv 1^7 + 19 \equiv 20}_{(0/25)} \Rightarrow (27)^7 + 19 \equiv 7$ ۰/۵	۱/۵	
۶	صفحه ۲۷ کتاب $\begin{aligned} 2x + 5y &\equiv 29 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow 2x \equiv 29 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow 2x \equiv 4 \quad ۰/۲۵ \Rightarrow x = 5k + 2 \quad ۰/۵ \\ y &= -2k + 5 \quad ۰/۲۵ \end{aligned}$	۱/۵	
۷	الف) رسم شکل (نمره) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب 	۲	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																									
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه																										
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																										
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																										
۸	 <p>ب) ۰/۵</p>  <p>الف) ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۲ کتاب</p>	۱																										
۹	<p>الف) ۰/۵</p> <p>ب) ۰/۵</p> <p>لطفا به پاسخ های دیگر برای قسمت های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p> <p>صفحه ۵۴ کتاب</p> <p>ج) ۰/۵</p> <p>{a,d,e,h}</p> <p>{a,d,g}</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a,h,f,b} است.</p> <p>صفحه ۴۷ کتاب</p>	۱/۵																										
۱۰	<p>الف) ۰/۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱/۵																										
۱۱	<p>۰/۲۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>																											
۱۲	<p>۰/۲۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p> <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 3 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$</p> <p>$y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5 \quad ۰/۲۵ \xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1} (۰/۵)$</p>	۱																										
۱۳	<table border="1"> <tr> <td></td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr> <td>C₁</td><td>T₁</td><td>T₂</td><td>T₃</td><td>T₄</td></tr> <tr> <td>C₂</td><td>T₄</td><td>T₁</td><td>T₂</td><td>T₃</td></tr> <tr> <td>C₃</td><td>T₂</td><td>T₄</td><td>T₁</td><td>T₃</td></tr> <tr> <td>C₄</td><td>T₃</td><td>T₂</td><td>T₄</td><td>T₁</td></tr> </table> <p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ های ممکن است، لطفا به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p>		۱	۲	۳	۴	C ₁	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	C ₂	T ₄	T ₁	T ₂	T ₃	C ₃	T ₂	T ₄	T ₁	T ₃	C ₄	T ₃	T ₂	T ₄	T ₁	۱	
	۱	۲	۳	۴																								
C ₁	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄																								
C ₂	T ₄	T ₁	T ₂	T ₃																								
C ₃	T ₂	T ₄	T ₁	T ₃																								
C ₄	T ₃	T ₂	T ₄	T ₁																								

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$ \overline{A_1 \cap A_2} = \underbrace{ A_1 \cup A_2 }_{. / ۲۵} - \underbrace{ A_1 }_{. / ۲۵} - \underbrace{ A_2 }_{. / ۲۵} + \underbrace{ A_1 \cap A_2 }_{. / ۲۵} = ۳۵۰ - \left[\frac{۳۵۰}{۴} \right] - \left[\frac{۳۵۰}{۶} \right] + \left[\frac{۳۵۰}{۱۲} \right] = ۲۳۴ . / ۷۵$ <p>صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱/۵
۱۵	<p>تعداد لانه ها: ۱۲ مربع به مانند شکل . / ۲۵</p>  <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < ۲ \\ BH < ۲ \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < ۸ \quad . / ۵ \Rightarrow AB^2 < ۸ \Rightarrow AB < \sqrt{۸} \quad . / ۵$ <p>صفحه ۸۵ کتاب</p>	۱/۵

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

محتوای درسی | @moh21dar30

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: 1399/04/08
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
21	در این مسئله $6 = k + 1 \Rightarrow k = 5$ و تعداد لانه ها $12 = 6 \times 2$ است. پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان حداقل می بایست $73 = 6 \times 12 + 1$ باشد. (82 صفحه 72)	1
22	برای برنامه ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین ها و مربع B مشخص کننده الیاف است. (72 صفحه 14)	1
	$ \begin{array}{c} \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 \\ \hline 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{matrix} & = A & \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 \\ \hline 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{matrix} & = B \Rightarrow & \begin{matrix} W_1 & W_2 & W_3 \\ \hline 12 & 31 & 23 \\ 33 & 22 & 11 \\ 21 & 13 & 32 \end{matrix} \end{array} $ <p style="text-align: center;"> عدد سمت چپ هر در آیه نشان دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص کننده نوع الیاف است.</p>	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

محتوی درسی | @moh21dar30

ر شهرت: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	تعداد صفحه: ۲	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه سراسرکشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		
نمره	سوالات پاسخ نامه دارد		ردیف

(ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۲۱ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱	فرض کنیم $a^m \equiv b^m$ اگر $a, b \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$, $a \equiv b$ ثابت کنید: $n \in \mathbb{N}$.	۱۴																		
۱	آیا گراف ۷ رأسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه گنید.	۱۵																		
۱	گراف P_5 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.	۱۶																		
۱	متعمد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید.	۱۷																		
	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می‌کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می‌کنند و نه والیبال، به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند.	۱۸																		
۱	تعداد تابعهای یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تا است؟ (با ذکر دلیل)	۱۹																		
۱	۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده‌اند، انتخاب کرده‌ایم و می‌خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه‌کشی) به دلخواه بدھیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (یک نفر می‌تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۲۰																		
۱	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۲۱																		
۲۴	جمع نمره "موفق باشد"																			

نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره

۱۲	معادله $x_۶ > ۲$, $x_۵ = ۲$, $x_۴ + x_۳ + x_۲ + x_۱ + x_۰ = ۱۷$ باشد.	۱/۵
۱۳	مربع لاتین A را در نظر بگیرید.	۲
۱۴	الف) با اعمال یک جایگشت روی درآیه های مربع لاتین A ، مربع لاتین B را تولید کنید. ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	
۱۵	مجموعه $\{1, 2, \dots, ۴۰۰\}$ را در نظر بگیرید. چند عدد در S وجود دارند به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند.	۱/۵
۱۵	حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آنها مانند هم و غیر تکراری است؟	۱
	"موفق باشید"	۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۹/۱۰/۲۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۹ مرکز سنجش و پیش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		راهنمای تصحیح	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست ($0/25$) $n = 4 \Rightarrow 2^4 - 1 = 15 \notin P$ ب) درست ($0/25$) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) (قضیه صفحه ۲۵)	۱
۲	فرض خلف: $\alpha - \beta \in Q$ ($0/25$) $\begin{aligned} \alpha - \beta &= m \in Q \quad (0/25) \\ \alpha + \beta &= n \in Q \quad (0/25) \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{m+n}{2} \quad (0/25) \end{aligned}$ تناقض با فرض $\alpha \in Q$ ($0/25$)	۱/۵
۳	$a = 17q + r \quad (0/25)$ $b = 17q' + s \quad (0/25)$ $\Rightarrow 2a - \Delta b = \underbrace{17 \times 2q + 10 - 17 \times \Delta q' - 15}_{(0/25)} = \underbrace{17(2q - \Delta q' - 1)}_{(0/25)} + 12 = 17k + 12 \Rightarrow r = 12 \quad (0/25)$ (مثال صفحه ۱۴)	۱
۴	$(5a+4, 2a+3) = d \Rightarrow \begin{cases} d 2a+3 \quad (0/25) \\ d 5a+4 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow d -2(5a+4) + 5(2a+3) \quad (0/25)$ $\Rightarrow d 7 \quad (0/25) \Rightarrow d = 1, 7 \quad (0/25)$ (مشابه تمرين ۶ صفحه ۱۶)	۱/۲۵
۵	$38 \equiv 2 \quad (0/25) \rightarrow 38^2 \equiv 4 \equiv 0 \quad (0/25) \rightarrow 38^{36} \equiv 0 \quad (0/25), 19 \equiv 3 \quad (0/25) \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)	۱/۲۵
۶	$8x \equiv 2 \circ \equiv 32 \quad (0/25) \xrightarrow{(8,12)=4 \quad (0/25)} x \equiv 4 \quad (0/25) \Rightarrow x = 3k + 4 \quad (0/25)$ (قسمت ب تمرين ۱۴ صفحه ۳۰)	۱
۷	الف) رئوس ($0/25$) (تعریف مرتبه صفحه ۳۵) ب) طوقه ($0/25$) (تعریف طوقه صفحه ۳۶) ت) زوج ($0/25$) (نتیجه قضیه صفحه ۴۰) پ) مجاور ($0/25$) (تعریف دو یال مجاور صفحه ۳۶)	۱
۸	الف) ۳ ($0/25$) (مسئله ۱ صفحه ۳۸) ب) $a, b, d, c, a \quad (0/5)$, $a, b, c, a \quad (0/5)$, $b, d, c, b \quad (0/5)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) توجه: در قسمت (ب) ممکن است دانش آموز شروع دور را با رأس دیگری آغاز کرده باشد. مثلًا دور b, d, c, b را به فرم d, b, c, d نوشته باشد. به این دورها نیز نمره داده شود. پ) ۴ ($0/25$) (مفهوم ماکریم درجه صفحه ۳۷)	۲
۹	الف) گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. ($0/5$) (تعریف گراف منتظم صفحه ۳۵) ب) بله ($0/25$) (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵) پ) P_n صفحه ۳۸ ($0/25$) (تعریف P_n صفحه ۳۸)	۱

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۹			
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۹	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۰	الف) $\{1, 5, 7\} \cup \{1, 6, 4\}$ یا $\{1, 5, 7, 1, 6, 4\}$ (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴) ب) $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵). از سوی دیگر $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) نتیجه می‌شود که $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). از (*) و (**) نتیجه می‌شود که $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). از (*) و (**) نتیجه می‌شود که $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵).	۲	
۱۱	الف) $2! \times 4!$ (۰/۵) ب) $2! \times 4! \times 3!$ (۰/۵)	۱	(مشابه مثال صفحه ۵۶)
۱۲	جواب ها = $\binom{16}{4}$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۵ کار در کلاس صفحه ۶۱)	۱/۵	$y_۱ = x_۱ - ۳$, $y_۲ \geq ۰$ (۰/۲۵), $x_۵ = ۲$ $x_۱ + \underbrace{y_۱ + ۳}_{(۰/۲۵)} + x_۲ + x_۳ + x_۴ + ۲ + x_۶ = ۱۷$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_۱ + y_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۶ = ۱۲$ (۰/۲۵)
۱۳	الف) $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۷۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴ و مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۵)	۲	(مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴ و مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۵) متعاد نیستند. زیرا در مربع آخر، عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)
۱۴	(مشابه فعالیت صفحه ۷۵)	۱/۵	$A = \{n \in S \mid n = ۵k, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow n(A) = \left[\frac{۴۰۰}{۵} \right] = ۸۰$ (۰/۲۵) $B = \{n \in S \mid n = ۷k, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow n(B) = \left[\frac{۴۰۰}{۷} \right] = ۵۷$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{n \in S \mid n = ۳۵k, k \in \mathbb{Z}\} \Rightarrow n(A \cap B) = \left[\frac{۴۰۰}{۳۵} \right] = ۱۱$ (۰/۲۵) $ A \cup B = S - A \cap B = \underbrace{۴۰۰}_{(۰/۲۵)} - (\underbrace{۸۰ + ۵۷ - ۱۱}_{(۰/۲۵)}) = ۲۷۴$ (۰/۲۵)
۱۵	(سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۲)	۱	$n = ۳۲ \times ۳۱ = ۹۹۲$ (۰/۲۵), $k+1=۳ \Rightarrow k=۲$ (۰/۲۵) $2 \times ۹۹۲ + 1 = ۱۹۸۵$ (۰/۵)
	جمع نمره	۲۰	«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰ http://aee.medu.ir			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

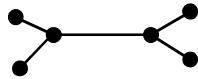
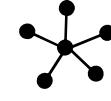
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متولی بر ۶ بخش پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) a و b اعدادی صحیح و a مخالف صفر است. اگر $b a$ آن گاه عدد شمارنده عدد است. ب) عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $1 + 4k$ یا $3 + 4k$ نوشته می‌شود.	۰/۷۵
۵	باقي‌مانده تقسیم عدد $11 + 9 \times 2^5$ بر ۷ بیاید.	۰/۷۵
۶	معادله $7x \equiv 1 \pmod{11}$ حل کنید.	۱
۷	گراف G که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ‌ترین درجه در گراف \bar{G} مربوط به کدام رأس و چند است? پ) دوری به طول ۵ برای رأس a بنویسید. ت) آیا گراف G همبند است؟	۲
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه‌گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید. @moh21dar30 محتوا درسی	۱/۵
۱۱	الف) یک گراف ۶ رأسی که ۷-مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که ۷-مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می‌خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن‌ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. ب) تعداد رمزهایی که در آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

رشنده: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گستته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره	

۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم: از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.	۲
۱۴	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع A را جایه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جایه جا کنید و مربع حاصل را B نام گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	۱/۵
	$A = \begin{array}{ c c c } \hline & 3 & 1 \\ \hline 1 & & 2 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$	
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدایم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟	۱/۷۵
۱۶	الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟	۱
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
۲۰		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پیش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷) ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)	۰/۵
۲	الف) عدد a شمارنده عدد b است. (۰/۰۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹) ب) $2m$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	$xy \leq \frac{x^r + y^r}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2xy \leq x^r + y^r$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^r + y^r - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x-y)^r \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست (۰/۰۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)	۱/۲۵
۴	$p = 4k$ (۱) ، $p = 4k+1$ (۲) ، $p = 4k+2 = 2(2k+1)$ (۳) ، $p = 4k+3$ (۴) (۰/۲۵) در حالت (۱) و (۳) ، p عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۰۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۰۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۰/۷۵
۵	$1000 \equiv -1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (1000)^{25} \times 9 + 11 \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2$ (۰/۰۵) $\Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۲۱)	۰/۷۵
۶	$\forall x \equiv 1 \Rightarrow \forall x \equiv 4 \times 5 + 1$ (۰/۰۵) $\Rightarrow \forall x \equiv 21$ (۰/۰۵) $\stackrel{(7,4)=1}{\Rightarrow} x \equiv 3$ (۰/۰۵) $\Rightarrow x = 4k+3$ (۰/۰۵) (مشابه سوال ۱۴ صفحه ۳۰)	۱
۷	الف) رأس f و 5 (۰/۰۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶) پ) خیر (۰/۰۵) (تعريف دور صفحه ۳۸) $N_G(c) = \{a, e, d\}$ (۰/۰۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷)	۲
۸	مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گری است که <u>کمترین تعداد عضو را دارد</u> ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که <u>با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نیست</u> و <u>می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد.</u> هر مورد (۰/۰۵) (تعاریف صفحات ۴۴ و ۴۶)	۱
۹	(در صورتی که مجموعه های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتن، نمره داده شود.) $D = \{a, c, i, d\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتن، نمره داده شود.) (سوال ۴ صفحه ۴۶)	۱
۱۰	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = \left\lceil \frac{10}{4+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G)$. بنابراین $2 \leq \gamma(G) \leq 2$ (۰/۰۵) (مشابه سوال ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	الف) (سوال ۸ صفحه ۵۳) (۰/۰۵) (۰/۰۵)  (۰/۰۵) 	۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 2!$ (۰/۰۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶) ب) $2! \times 7!$ (۰/۰۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)	۱
۱۳	۱) $x_1 + x_r + x_\tau + x_f + x_\delta + x_e = 12$ ، $x_1 \geq 1$ ، $x_r > 3$ ، $x_e = 1$ (۰/۰۵) $y_1 = x_1 - 1$ ، $y_r \geq 0$ (۰/۰۵) ، $y_f = x_f - 4$ ، $y_\tau \geq 0$ (۰/۰۵) $y_1 + 1 + x_r + x_\tau + y_f + 4 + x_\delta + 1 = 12$ (۰/۰۵) $\Rightarrow y_1 + x_r + x_\tau + y_f + x_\delta = 6$ (۰/۰۵) $\Rightarrow \gamma = \binom{10}{4}$ (۰/۰۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)	۲

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸			پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$\begin{array}{ c c c } \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow B = \begin{array}{ c c c } \hline 1 & 3 & 2 \\ \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ c c c } \hline 21 & 33 & 12 \\ \hline 12 & 21 & 33 \\ \hline 33 & 12 & 21 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p> <p>(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲) (متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵))</p>	۱/۵
۱۵	$ F =15, V =11, B =9, F \cap V =5, B \cap V =6, F \cap B =3$ $ F \cap B \cap V =3$ <p>= $F - F \cap V - F \cap B + F \cap B \cap V =15-5-3+3=10$ (۰/۵)</p> <p>= $V - F \cap V - V \cap B + F \cap B \cap V =11-5-6+3=3$ (۰/۵)</p> <p>= $B - F \cap B - V \cap B + F \cap B \cap V =9-3-6+3=3$ (۰/۵)</p> <p>$\Rightarrow \text{ج}=10+3+3=16$ (۰/۲۵)</p> <p>(ت سوال ۳ صفحه ۸۳)</p>	۱/۷۵
۱۶	<p>الف) $36 = 3^6 = (3 \times 2^4 - 3)^6 = (3 \times 15)^6 = 45^6$ (۰/۵)</p> <p>(مثال صفحه ۷۸) (ب) $\frac{8!}{4!} = 1680$ (۰/۵)</p> <p>(مثال صفحه ۷۷)</p>	۱
۱۷	$k+1=5 \Rightarrow k=4 \quad (۰/۲۵), \quad kn+1=54 \Rightarrow 4n=53 \quad (۰/۲۵), \quad n=\left\lceil \frac{53}{4} \right\rceil=13 \quad (۰/۲۵)$ <p>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)</p>	۰/۷۵
۲۰	جمع نمره	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

با اسمه تعالی

رشرته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	س ساعت گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰		
نمره	سوالات پاسخ نامه دارد		

۱	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ ، گویا) است. ب) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a m)$ پ) اگر $a b$ آن گاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با (a , b) است.	۱
۱/۵	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\beta - \alpha$ گنگ است.	۲
۱/۵	ثابت کنید باقیمانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.	۳
۱/۲۵	اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقیمانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۴
۱/۷۵	معادله سیاله $185 = 7y + 6x$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۵
۰/۷۵	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟	۶
۱	درست یا نادرست بودن حملات زیر را مشخص کنید. الف) هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است. ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن گاه $\gamma(G) > \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ پ) در گراف P_n عدد احاطه‌گری برابر با $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ت) $\left\lceil \frac{3}{48} \right\rceil = 4$	۷
۱/۵	عدد احاطه‌گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۸
۱/۵	گراف C_{10} را رسم کنید. الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.	۹

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

رشه: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	تعداد صفحه: ۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره	

۱۰	می خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ث» و ۵ عدد ۹،۷،۵،۳،۱ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آنها حروف کنار هم باشند.	۰/۵
۱۱	با حروف کلمه <u>جیرجیرک</u> چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت؟	۱
۱۲	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۳	در مربع لاتین A (شکل زیر) جای سطر اول و سوم را با هم جایه جا کنید تا مربع لاتین B ایجاد شود. سپس با ذکر دلیل بررسی کنید آیا A و B دو مربع لاتین متعامد هستند؟	۱/۲۵
	$A = \begin{array}{ c c c } \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$	
۱۴	از بین اعداد طبیعی ۱ تا n ($1 \leq n \leq 300$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ بخش پذیر نیست؟	۱/۵
۱۵	ثبت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است؟	۱
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) گنگ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵) $a mb \quad (0/25)$ $\frac{m}{d} \quad (0/25)$ ت) $a \equiv b \quad (0/25)$ (ویژگی ۷ صفحه ۲۲) (کار در کلاس صفحه ۱۳) (۰/۲۵) $ a \quad (0/25)$ پ)	۱
۲	فرض خلف: فرض کنیم $\alpha - \beta \neq 0$ باشد. (۰/۲۵) می‌دانیم جمع دو عدد گویا عددی گویا است. پس $2\alpha \in Q$ (۰/۲۵) و $(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) \in Q$ (۰/۲۵). یعنی $2\alpha \in Q$ (۰/۲۵). در نتیجه $\alpha \in Q$ (۰/۲۵) و این با فرض گنگ بودن α تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. (۰/۲۵)	۲
۳	$a = 2k+1 \quad (0/25) \Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1 \quad (0/25) = 4\underbrace{k(k+1)}_{\text{ضرب دو عدد صحیح متوالی}} + 1 \quad (0/25) = 4 \times 2q + 1 \quad (0/25) = 8q + 1 \quad (0/25)$ $\Rightarrow r = 1 \quad (0/25)$ (مسئله ۳ صفحه ۱۵)	۳
۴	$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b \quad (0/25) \Rightarrow a - bq = r \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} n a \\ n b \end{cases} \quad (0/25) \Rightarrow n a - bq \quad (0/25)$ $\Rightarrow n r \quad (0/25)$ (تمرین ۱۲ صفحه ۱۷)	۴
۵	$6x \equiv 185 \equiv 23 \times 7 + 24 \quad (0/25) \Rightarrow 6x \equiv 24 \quad (0/25) \xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x = 7k + 4 \quad (0/25) \Rightarrow 6(7k + 4) + 7y = 185 \quad (0/25) \Rightarrow y = -6k + 23 \quad (0/25)$ (مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)	۵
۶	الف) $7 - 4 = 3 \quad (0/75)$ ب) $a d b c a$ یا $ab cda$ (۰/۵) پ) $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \quad (0/25) \Rightarrow 7 + q(\bar{G}) = 15 \quad (0/25) \Rightarrow q(\bar{G}) = 8 \quad (0/25)$ (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکریم درجه صفحه ۳۷) (تعریف دور صفحه ۳۸)	۶
۷	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵) (مفهوم سقف یک عدد در صفحه ۴۸)	۷
۸	طبق قضیه داریم $(G) = \left[\frac{10}{3+1} \right] = 3 \leq \gamma(G)$. (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 3$. (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) = 3$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)	۸

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		راهنمای تصحیح	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	رسم نمودار (۰/۲۵) الف) $D = \{1, 4, 7, 10\}$ (به گاما مجموعه های درست دیگر نیز نمره داده شود.) ب) $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (به مجموعه های احاطه گر مینیمال درست دیگر نیز نمره داده شود.) (مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)	۱/۵
۱۰	(۰/۵) $6! \times 3!$ (مشابه مثال صفحه ۵۶)	۰/۵
۱۱	(۱) $\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!}$ (مشابه مثال صفحه ۵۸)	۱
۱۲	(مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10 \quad (0/25)$ $x_2 \geq 4 \quad (0/25) \Rightarrow y_2 = x_2 - 4, y_2 \geq 0 \quad (0/25)$ $x_4 > 2 \quad (0/25) \Rightarrow y_4 = x_4 - 3, y_4 \geq 0 \quad (0/25)$ $x_1 + x_2 + y_2 + 4 + x_4 + x_5 + y_4 + 3 = 10 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x_1 + x_2 + y_2 + x_4 + x_5 + y_4 = 3 \Rightarrow \binom{8}{5} \quad (0/25)$	۱/۷۵
۱۳	(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲) متعادند. (۰/۲۵) زیرا در مربع آخر هیچ عدد ۲ رقمی تکراری وجود ندارد. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۴	(مشابه سوال ۲ صفحه ۸۳) $A = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 4k \ (k \in N)\} \quad (0/25) \Rightarrow A = \left[\frac{300}{4} \right] = 75 \quad (0/25)$ $B = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 5k \ (k \in N)\}$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 300 \mid n = 20k \ (k \in N)\} \quad (0/25) \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{300}{20} \right] = 15 \quad (0/25)$ $ A \cap B' = A - A \cap B \quad (0/25) = 75 - 15 = 60 \quad (0/25)$	۱/۵
۱۵	برای این که مجموع دو عدد زوج باشد، هر دو عدد یا باید زوج باشند و یا هر دو فرد. (۰/۲۵) بنابراین تعداد لانه ها برابر ۲ و تعداد کبوترها ۳ است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که دو کبوتر در آن قرار می گیرد. یعنی حداقل دو عدد طبیعی از بین سه عدد وجود دارد که مجموعشان زوج خواهد شد. (۰/۲۵) (سوال ۱ صفحه ۸۳)	۱
۲۰	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: رياضي فيزيک	پايه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقيقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	تعداد صفحه: ۲	
مرکز سنجش و پاييش كيفيت آموزشی http://aee.medu.ir	محتوای درسی @moh21dar30 زاد سراسرکشور درنوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱	<p>درست يا نادرست بودن جملات زير را مشخص کنيد.</p> <p>الف) اگر $a b$ و $b \neq 0$ ، در اين صورت $a > b$.</p> <p>ب) برای دو عدد صحيح و ناصفر a و b اگر $(a m, b m \Rightarrow c \leq m)$ و $(a c, b c)$ آنگاه $a b$.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحيح a و b و عدد طبیعی m ، اگر باقیمانده تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \equiv r \pmod{m}$.</p> <p>ت) بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر ۲- است.</p>	۱
۱	ثابت کنيد برای هر عدد طبیعی زوج n $-5n+7, n^3-5n+7$ عددی فرد است.	۲
۰/۷۵	اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد، به طوری که $25 16k^3+28k+6$ ، ثابت کنيد $5 4k+1$.	۳
۱	باقیمانده تقسیم عدد $A=27^{20}+18$ را برابر ۱۳ بیابید.	۴
۱/۲۵	اگر در يك سال، اول مهر شنبه باشد، در اين صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۵
۱	<p>جاهای خالی را با عدد يا کلمه مناسب پر کنيد.</p> <p>الف) اگر درجه يك رأس فرد باشد، آن را رأس می ناميم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می ناميم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف K_4 ، برابر با است.</p> <p>ت) گراف G را می ناميم هرگاه بين هر دو رأس آن حداقل يك مسیر وجود داشته باشد.</p>	۶
۱	<p>به سوالات زير کوتاه پاسخ دهيد.</p> <p>الف) گراف C_7 را درسم کنيد. سپس يك مسیر به طول ۵ بنويسيد.</p> <p>ب) در گراف شكل زير، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنيد.</p>	۷
۱/۲۵	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنيد.</p> <p>ب) برای گراف شکل رو به رو، يك مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنيد.</p>	۸

ادامه سوالات در صفحه دوم

ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: رياضي فزيك	پايه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۱۲۰ دقيقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	تعداد صفحه: ۲	
مرکز سنجش و پایش كيفيت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر كشور در فوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		

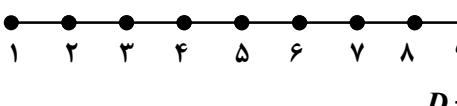
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱/۲۵	<p>محتوای درسی @moh21dar30 اه حل، تعیین کنید.</p>	
۱	ابتدا گراف P_9 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱۰
۱/۵	<p>گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک γ-مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p>	۱۱
۱	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱۲
۱	با ارقام ۹، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۱، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱۳
۱/۵	معادله $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۲$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_۳ = ۴$ و $x_۵ > ۲$ باشد؟	۱۴
۲	$1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ <p>الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت B را به دست آورید.</p> <p>$A = \begin{array}{ c c c c } \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \\ \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۴ & ۳ & ۲ & ۱ \\ \hline \end{array}$</p> <p>ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.</p>	۱۵
۱/۲۵	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرده، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱۶
۱/۲۵	ثبت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول تحصیل باشند، لااقل ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱۷
۲۰	جمع نمره "موفق باشید"	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) (تعریف ک.م.صفحه ۱۳) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱)	۱																
۲	$n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6}_{(0/5)} + 1 = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3)}_{(0/25)} + 1 = 2q + 1$ (مثال صفحه ۴)	۱																
۳	$5 4k+1 \Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \xrightarrow{+} 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25)$ $5 4k+1 \Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25)$ (سوال ۴ صفحه ۱۶)	۰/۷۵																
۴	$27 = 13 \times 2 + 1 \Rightarrow 27 \equiv 1 \pmod{13} \quad (0/25)$, $18 = 13 \times 1 + 5 \Rightarrow 18 \equiv 5 \pmod{13}$ $\Rightarrow (27)^{13} + 18 \equiv 1 + 5 \pmod{13} \Rightarrow r = 6 \quad (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۲۱)	۱																
۵	فاصله ۱مهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: $29 - 13 \times 2 - 1 = 29 - 26 - 1 = 2$. $29 + 3 \times 30 + 12 = 131$ (۰/۵). از طرفی $131 \equiv 5 \pmod{7}$. بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنج‌شنبه است. (۰/۲۵) <table border="1"><tr><td>ش</td><td>ش</td><td>ی</td><td>د</td><td>س</td><td>ج</td><td>پ</td><td>ج</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td><td>۷</td></tr></table> (۰/۲۵) (قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)	ش	ش	ی	د	س	ج	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۱/۲۵
ش	ش	ی	د	س	ج	پ	ج											
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷											
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰)	۱																
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). مسیر: $f \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow g$ (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود). (مشابه مثال صفحه ۳۶) (۰/۵) $N_G(c) = \{b, d\}$	۱																
۸	الف) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیممال می‌نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه‌های احاطه‌گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)	۱/۲۵																
۹	برای احاطه کردن رئوس a, d, c, b, g حداقل دو تا از آن‌ها باید در مجموعه احاطه‌گر باشند، زیرا $2 \leq \left\lceil \frac{5}{3+1} \right\rceil = 2$. برای احاطه کردن رئوس h, f, e حداقل یکی از آن‌ها باید انتخاب شوند، زیرا، $1 \leq \left\lceil \frac{3}{3+1} \right\rceil = 1$. (۰/۲۵) بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه‌گری از گراف باشد یعنی $3 \leq \gamma(G)$. از طرفی $\gamma(G) \leq 3$. بنابراین $\gamma(G) = 3$ یک مجموعه احاطه‌گر است. لذا $3 \leq \gamma(G) \leq 3$. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)	۱/۲۵																
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم																		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	رسم گراف (۰/۵).  $D = \{2, 5, 8\}$	۱
۱۱	(الف) $D = \{g, c, i, e\}$ (۰/۵) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)	۱/۵
۱۲	(الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) (۰/۵) (ب) $5! \times 6!$ (۰/۵)	۱
۱۳	(۱) $\frac{9!}{3! \times 2!}$	۱
۱۴	(تمرين ۹ صفحه ۷۱) $x_۱ = ۴, x_۵ \geq ۳ \Rightarrow x_۵ = y_۵ + ۳ \quad (۰/۵)$ $x_۱ + x_۷ + ۴ + x_۶ + ۳ + y_۵ + x_۶ = ۱۲ \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x_۱ + x_۷ + x_۶ + y_۵ + x_۶ = ۵ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \mathcal{C} = \binom{9}{4} \quad (۰/۵)$	۱/۵
۱۵	(الف) $B = \begin{array}{ c c c c } \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 4 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$ (۰/۷۵) (ب) $\begin{array}{ c c c c } \hline ۳۴ & ۴۱ & ۱۳ & ۲۲ \\ \hline ۲۲ & ۱۳ & ۴۱ & ۳۴ \\ \hline ۱۳ & ۲۲ & ۳۴ & ۴۱ \\ \hline ۴۱ & ۳۴ & ۲۲ & ۱۳ \\ \hline \end{array}$ (۰/۷۵)	۲
۱۶	(مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) معتماد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم معتماد بودن صفحه ۶۴)	۱/۲۵
۱۷	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می‌توان نوشت. (مشابه مثال صفحه ۷۸) $(۰/۵) ۱۵۰ = ۲۴۳ - ۹۳ = ۳^۵ - (۳ \times ۳^۴) = (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته \times تعداد ماه های سال. $n = ۷ \times ۱۲ = ۸۴$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn+1 = ۸۴ \Rightarrow k = \frac{84}{n} = \frac{84}{7} = 12 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow k+1 = 13 \quad (۰/۲۵)$ در این صورت لانه ای وجود دارد که لااقل ۷ کبوتر در آن قرار می‌گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

محتوای درس

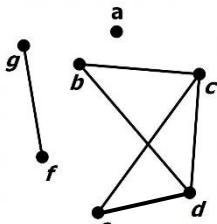
@moh21dar30

با اسمه تعالی

رشنده: ریاضی - فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	نمره	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)
------	------	---

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است. ب) اگر $a c$ و $a b$ آنگاه $a b+c$ یا $a b$. پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر a و b شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است. ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.	۱
۱	در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید. الف) حاصل $([m^{\circ}, m], m^{\circ})$ برابر با است . ب) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b داشته باشیم $a(b) = 1$ ، می گوییم a و b هستند. پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامیم. ت) تعداد یال های گراف K_7 برابر است.	۲
۱	گزاره زیر را به روش بازگشته (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: « برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $y^x + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »	۳
۱/۲۵	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(5m+4)$ و $(6m+5)$ بر a بخشیدن باشند ثابت کنید $a = \pm 1$.	۴
۱	اگر a و b عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^3 + b^3 + 5)$ را بر ۸ بیابید.	۵
۱/۵	باقي مانده تقسیم عدد $! + 200 + \dots + 5! + 4! + 3! + 2! + 1!$ را بر ۱۵ بدمست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)	۶
۱	معادله همنهشتی $4x^6 \equiv 10$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.	۷
۲	در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه ، مرتبه) می نامیم. ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر ، یال) وجود داشته باشد. پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) = \frac{n(n-1)}{2}$ است. ت) گراف C_n تنها یک (دور ، مسیر) n رأسی دارد.	۸
۱/۵	گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید. پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس b بنویسید. ت) $(f)_N$ را با اعضا مشخص کنید.	۹
«ادامه سوالات در صفحه دوم»		



رشنیه: ریاضی - فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گستته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

سوالات پاسخ نامه دارد.
(استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)

ردیف	نمره	سوالات
۱۰	۱	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.
۱۱	۱	یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.
۱۲	۱	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روی روی برادرش بنشینند، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟
۱۳	۱/۷۵	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه ، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه واز گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟
۱۴	۱/۲۵	قرار است سه مدرس $T_۱, T_۲, T_۳$ در سه جلسه متوالی در سه کلاس $C_۱, C_۲, C_۳$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید.
۱۵	۱/۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 63^{\circ}\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخشیدنند؟
۱۶	۱/۲۵	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.
	۲۰	جمع نمره " موفق باشد "

مدّت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) m^r (۰/۲۵) ب) نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص ۱۳) پ) مینیمال (۰/۲۵) (ص ۴۶) ت) ۲۱ (۰/۲۵)	۱
۳	$y^r + 1 \geq -2x(y+x+1) \Leftrightarrow x^r + y^r + 2xy + x^r + 2x + 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow (x+1)^r + (x+y)^r \geq 0$ (۰/۲۵) \Rightarrow این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است (۰/۲۵) (ص ۷۸)	۱
۴	$a 6(5m+4)$ (۰/۵) $\rightarrow a 5(6m+5) - 6(5m+4)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) (ص ۱۱)	۱/۲۵
۵	می دانیم مربع هر عددفرد، به صورت $1 + 8k$ می باشد (۰/۲۵) (ک $\in \mathbb{Z}$) پس داریم $\begin{cases} a^r = 8k + 1 \\ b^r = 8k' + 1 \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^r + b^r + 5 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^r + b^r + 5 = 8k'' + 7 \rightarrow r = 7$ (۰/۲۵)	۱
۶	میدانیم $1! = 1$ و $2! = 2$ و $3! = 6$ و $4! = 24$ و $5! = 120$ و $6! = 720$ و $7! = 5040$ و $8! = 40320$ و $9! = 362880$ و $10! = 3628800$ و $11! = 39916800$ و $12! = 479001600$ و $13! = 6227020800$ و $14! = 87178291200$ و $15! = 1307674368000$ و $16! = 20922789888000$ و $17! = 355687428096000$ و $18! = 6402373705728000$ و $19! = 121645100408832000$ و $20! = 2432902008176640000$ و $21! = 48658040163532800000$ و $22! = 973160803267656000000$ و $23! = 19463216065351120000000$ و $24! = 389264321307022400000000$ و $25! = 7785286426140448000000000$ و $26! = 155705728522808960000000000$ و $27! = 3114114570456179200000000000$ و $28! = 62282291409123584000000000000$ و $29! = 1245645828182471680000000000000$ و $30! = 24912912000000000000000000000000$ پس داریم $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 20! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 + \dots + 0 \equiv 3$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	چون (۱۲, ۸) معادله جواب دارد (۰/۲۵)	۱
۸	الف) مرتبه (۰/۵) ب) مسیر (۰/۵) (ص ۳۵ و ۳۸)	۲
۹	الف) $\delta(G) = 3$ (۰/۵) $\Delta(G) = 0$ ، $\Delta(G) = 3$ (۰/۵) bcd دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $bced$ یا $bdec$ یا $bcde$ پ) (۴۱/۲۵)	۱/۵
۱۰	روش اول می دانیم $\gamma(G) \leq \frac{n(n-1)}{\Delta+1}$ پس داریم $\left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) بنابراین $2 \leq \gamma(G) \leq \frac{n}{\Delta+1}$ و با توجه به $\{a, d\}$ داریم $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) و لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵)	۱
	روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می شود. پس عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد. و لذا $\gamma(G) > 1$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵).	
« ادامه در صفحه ۲ »		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گستره
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشوری ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (نمره) (ص ۵۳) (به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند:	۱
۱۲	(۰/۷۵) $۴\lambda \times ۲^۴ = ۳۸۴ (۰/۲۵)$ (ص ۷۱)	۱
۱۳	$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۱۶$ $x_۳ = ۳$ $x_۴ \geq ۳$, $x_۵ \geq ۵ (۰/۵) \xrightarrow{x_۱=x_۲=x_۴=y_۳+y_۴, x_۵=y_۵+۵}$ $x_۱ + x_۲ + ۳ + y_۳ + ۳ + y_۵ + ۵ = ۱۶ (۰/۲۵)$ $x_۱ + x_۲ + y_۳ + y_۵ = ۵$ $x_i \geq ۰$, $y_۵ \geq ۰ (۰/۲۵) \rightarrow$ $\binom{۵+۴-۱}{۴-۱} = ۵۶ (۰/۷۵)$ (ص ۷۱)	۱/۷۵
۱۴	فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس‌های حاضر در کلاس باشند. (۰/۲۵) طبق مربع لاتین ۳×۳ زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می‌شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص ۶۲)	۱/۲۵
۱۵	$ A \cup B = s - A \cap B = s - A - B + A \cap B (۰/۲۵)$ $ s = ۶۳ (۰/۲۵)$, $ A = ۲۱ (۰/۲۵)$, $ B = ۱۲ (۰/۲۵)$, $ A \cap B = ۴ (۰/۲۵)$ (ص ۸۳) $\Rightarrow A \cup B = ۳۳ (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۶	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ضلع ۶ مربع به تقسیم می‌کنیم و هوقسمت را یک لانه فرض می‌کنیم و هفت نقطه را هفت کبوتر در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است (۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 < ۲^۲ + ۲^۲ (۰/۲۵) \Rightarrow AB^2 < ۸ (۰/۲۵) \Rightarrow AB < \sqrt{۸} (۰/۲۵)$	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»