

به نام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

گزارش تکلیف سری 2 کامپیوتری

درس پردازش سیگنال‌های دیجیتال (DSP)

استاد:

دکتر نظری

سوال اول

سیگنال chirp سیگنالی است که در آن با گذشت زمان فرکانس افزایش (up-chirp) و یا کاهش (down-chirp) می‌یابد. این سیگنال اغلب در رادار، سیستم‌های لیزری و سونار استفاده می‌شود. این سیگنال انواع گوناگونی دارد که از جمله آن می‌توان به خطی و نمایی اشاره کرد. در این جا به بررسی حالت خطی (linear) می‌پردازیم. در این حالت فرکانس تابعی خطی از زمان است. در پایین روابط آن را می‌بینیم:

$$f(t) = ct + f_0$$

که در آن c ثابت chirpiness نامیده می‌شود و از رابطه:

$$c = \frac{f_1 - f_0}{T}$$

بدست می‌آید. در رابطه فوق؛ T مدت زمانی است که طول می‌کشد تا سیگنال از f_0 (فرکانس ابتدایی) تا f_1 (فرکانس انتهایی) sweep کند.

به طور کلی این موج به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$x(t) = \sin(\varphi(t))$$

که در آن $\varphi(t)$ از روابط ریاضی بدین صورت می‌باشد:

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= \varphi_0 + 2\pi \int_0^t f(\tau) d\tau \\ &= \varphi_0 + 2\pi \int_0^t (c\tau + f_0) d\tau \\ &= \varphi_0 + 2\pi \left(\frac{c}{2} t^2 + f_0 t \right)\end{aligned}$$

با جایگذاری $\varphi(t)$ بدست آمده در رابطه نخست، در نهایت سیگنال chirp به صورت زیر بدست می‌آید:

$$x(t) = \sin\left(\varphi_0 + 2\pi \left(\frac{c}{2} t^2 + f_0 t \right)\right)$$

سوال دوم)

در این جا پارامترهای مذکور بدین شکل بدست می آید:

$$c = \frac{4000 - 0}{16} = 250$$

و در نهایت با جایگذاری c و همچنین f_0 در سیگنال اصلی خواهیم داشت:

$$x(t) = \sin(\varphi_0 + 250\pi t^2)$$

که به نظر می رسد به مرور زمان فرکانس سیگنال افزایش یافته و صدای تیزتری به گوش برسد.

سوال سوم)

مطابق انتظار در طول شبیه سازی به مدت 16 ثانیه هر چه پیش رفتیم صدای شنیده شده تیزتر شد که نشان دهنده افزایش فرکانس می باشد. در زیر کد آن را می بینیم:

```
clear all;

close all;

Td=16;           % The period of simulation;

Fs=30000;

t=0:1/Fs:Td;      %initialization

f_start=0;

f_final=4000;    %signal start @ 0Hz ,finish @ 4000Hz

C = (f_final - f_start)/Td;

y=sin(2*pi*(C*(t.^2)/2+ f_start*t));    % create chirp waveform

sound(y,Fs);
```

سوال چهارم)

تحلیل ریاضی: از آنجا که فرض بر آن گذاشته شده که تغییرات فرکانس آرام است و در بازه های کوتاه یک سینوسی خالص داریم لذا به نظر می رسد که در 3 حالت اول (حالت چهارم هم احتمالا مشکل جدی نداریم) طبق قضیه نایکوئیست؛ چون فرکانس نمونه برداری بزرگتر (مساوی) دو برابر فرکانس انتهایی (4000Hz) می باشد. لذا احتمالا طبق انتظار در طول 16 ثانیه شبیه سازی؛ فرکانس به مرور افزایش می یابد و صدا تیزتر می شود. اما احتمالا برای دو حالت پایانی از لحظه ای به بعد فرکانس سیگنال از نصف نرخ نمونه برداری بیشتر شده و الیاسینگ رخ می دهد یعنی از جایی به بعد برخلاف انتظارمان فرکانس کاهش می یابد.

برای حالتی که نرخ نمونه برداری برابر با 8000Hz می باشد، برای تمام لحظات به جز لحظه پایانی که طبق فرض گفته شده در سوال (در بازه های کوتاه یک سینوسی خالص) یک سینوسی با فرکانس کمتر از 4000Hz است و مشکلی نداریم.

کد متلب این قسمت دقیقا مانند قبل است و نتایج نمونه برداری در هر قسمت آن در متغیرهای y_1 تا y_6 قرار دارد. کد این قسمت بدین صورت است که هر 16 ثانیه نه یکبار (($\text{pause}(16)$) با یک نرخ نمونه برداری صدا پخش می شود. نتایج با آنچه انتظار می رفت مطابقت دارد.

سوال پنجم)

در این قسمت نیز شکل های رسم شده با تصورات قبلی نیز مطابقت دارد و برای حالت هایی که سیگنال دچار الیاسینگ نمیشد اینجا نیز به مرور زمان سیگنال جمع و جمع تر می شود که نشان دهنده افزایش فرکانس می باشد.

لازم به ذکر است؛ چون متلب یک زبان توصیفی است لذا سیگنال مربوطه را (در هر نرخ نمونه برداری دلخواه) تشکیل می دهیم و سپس به کمک یک for قسمت هایی از آن را یک بار با نقطه و بار دیگر با خط می کشیم تا کل 16 ثانیه شبیه سازی را پوشش دهد.

کد متلب مربوط به این قسمت:

```
clc;

clear all;

close all;

T=16;          % The period of simulation

Fs=4000;

f_start=0;

f_final=4000;  %signal starts @ 0Hz ,finishes @ 4000Hz

C = (f_final-f_start)/T;

t=0:1/Fs:16;

y=sin(2*pi*(C*(t.^2)/2+f_start*t ));    % create chirp waveform

N=1000;

for i=1:50:160000

plot(t(i:i+N),y(i:i+N),'r');

xlim([t(i) t(i+N)]);

ylim([-1 1]);

hold on;

plot(t(i:i+N),y(i:i+N),'k. ');

xlim([t(i) t(i+N)]);

ylim([-1 1]);

title("signal with Fs=4kHz");

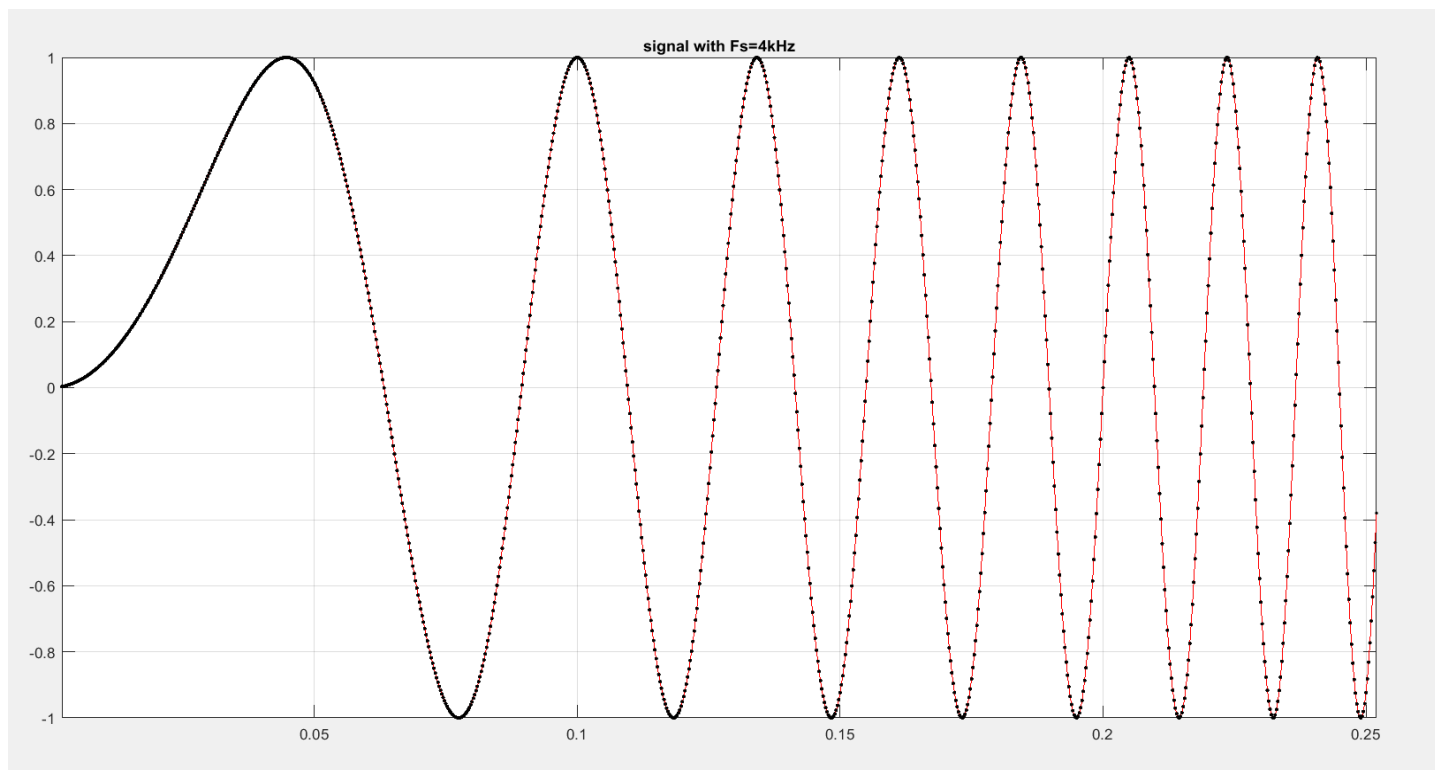
grid on

drawnow;

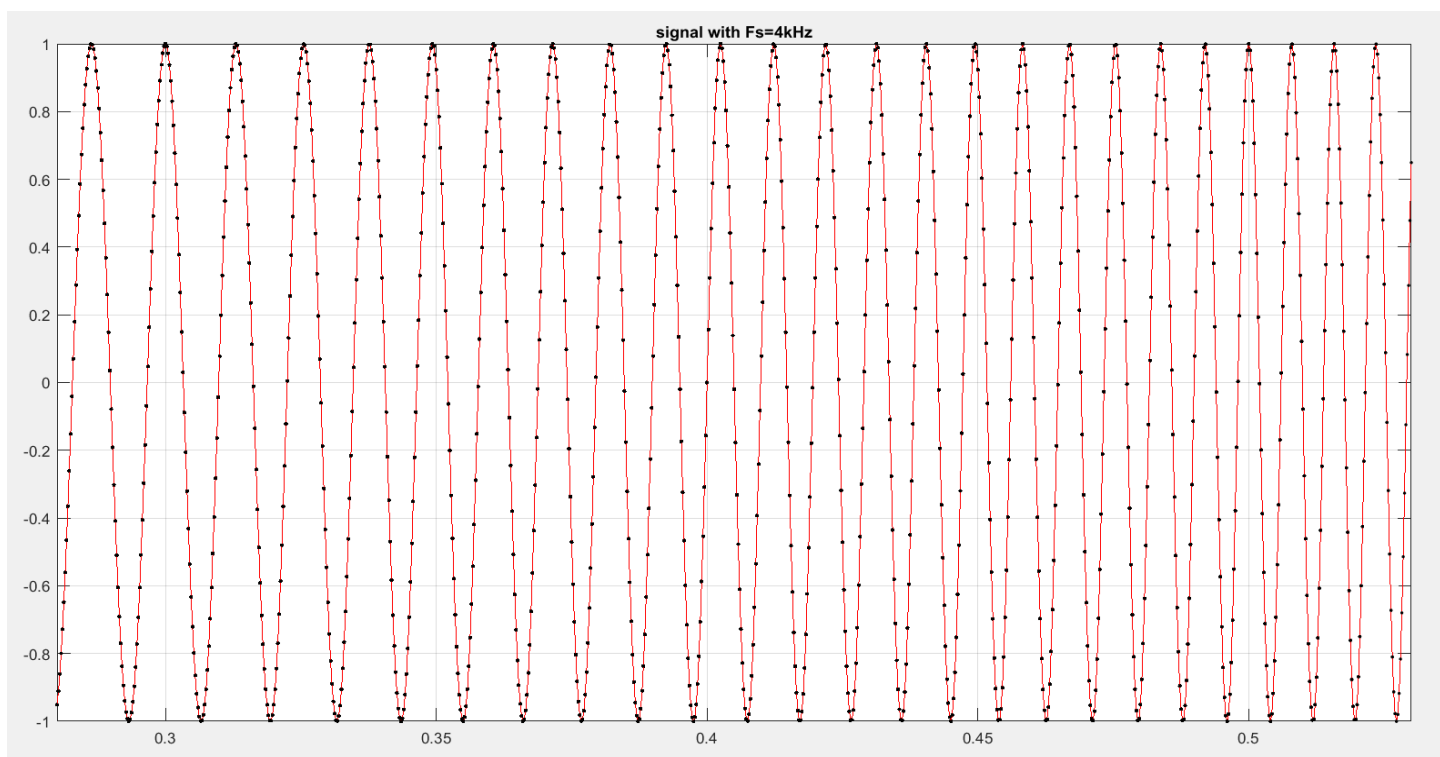
pause(0.001);

end
```

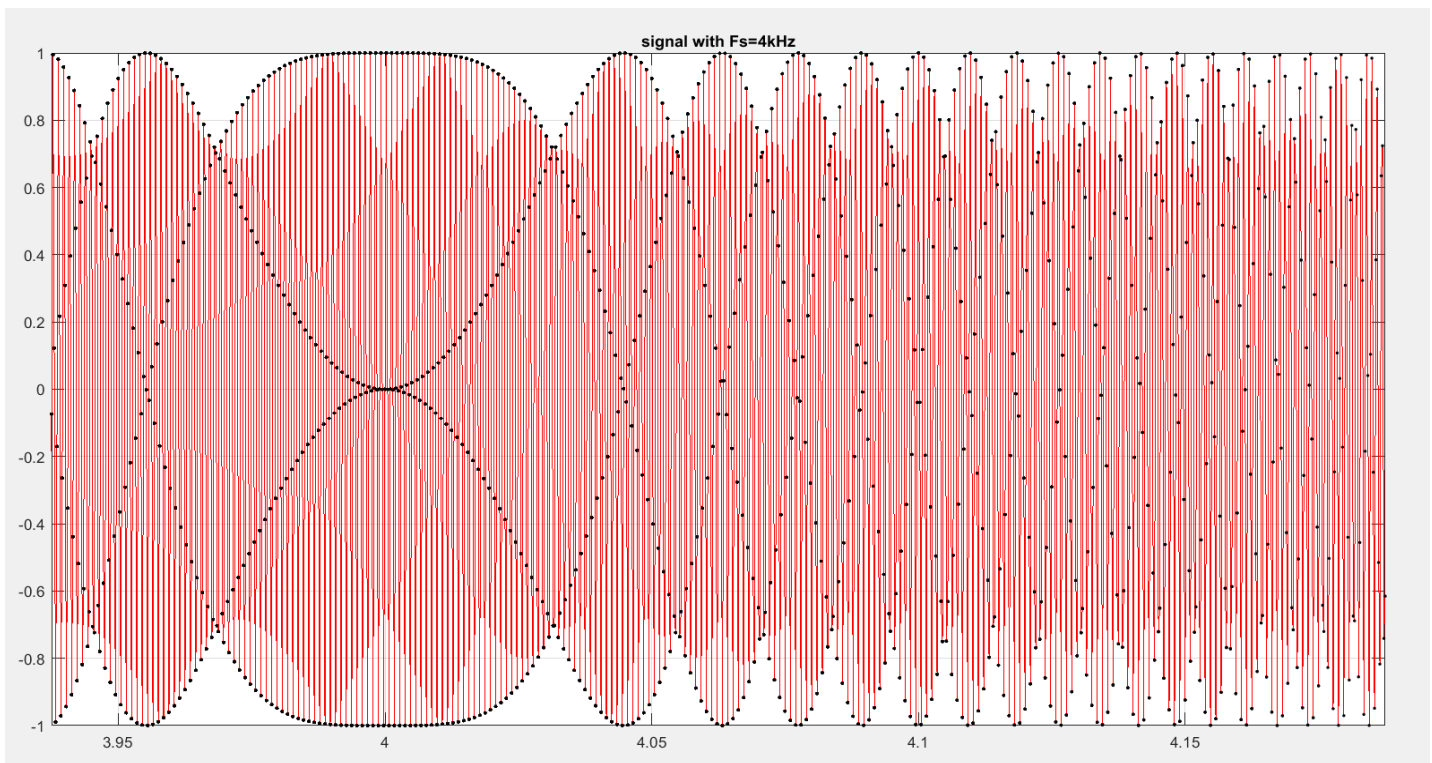
در شکل های زیر نتیجه شبیه سازی به ازای $F_s=4000\text{Hz}$ را در لحظات مهم می بینیم:



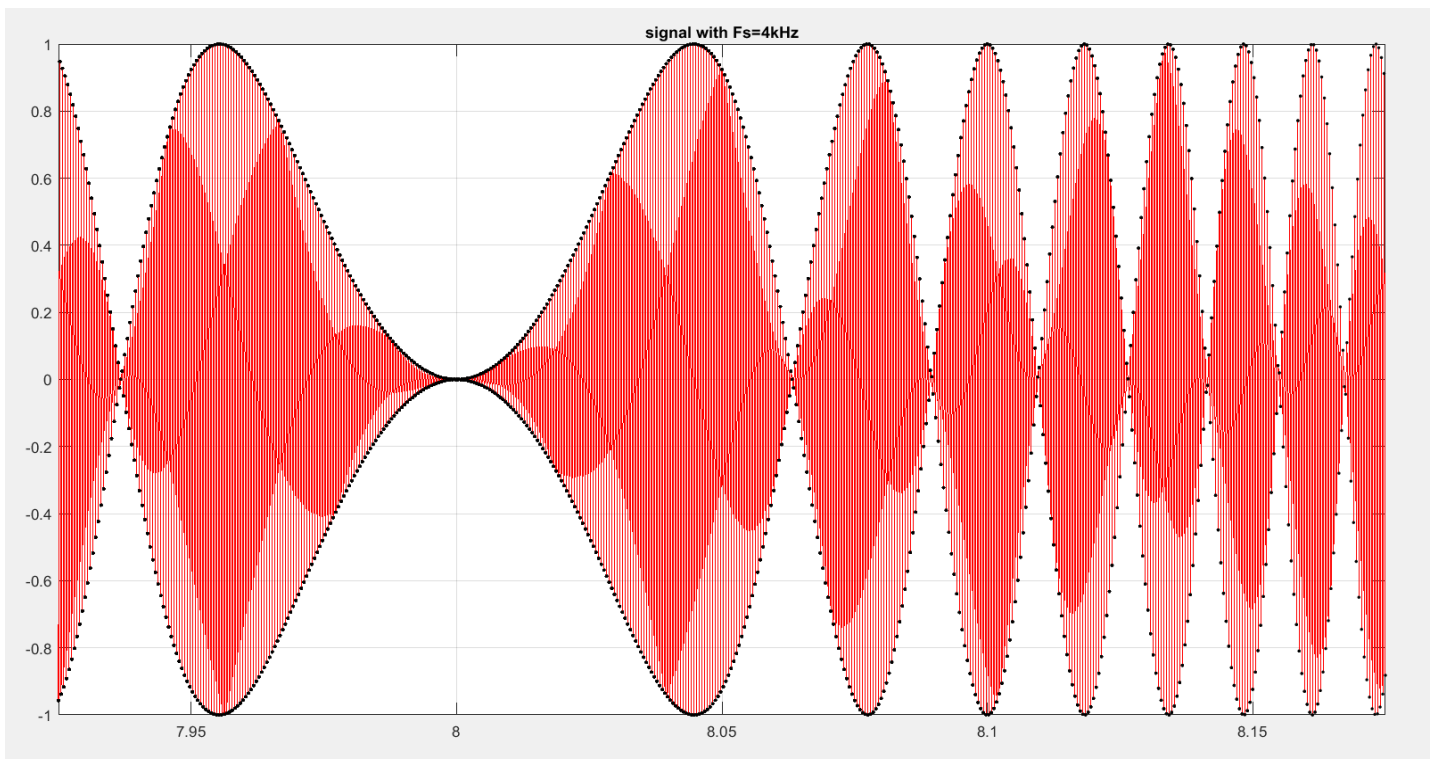
شکل 1) شروع زمان شبیه سازی سیگنال



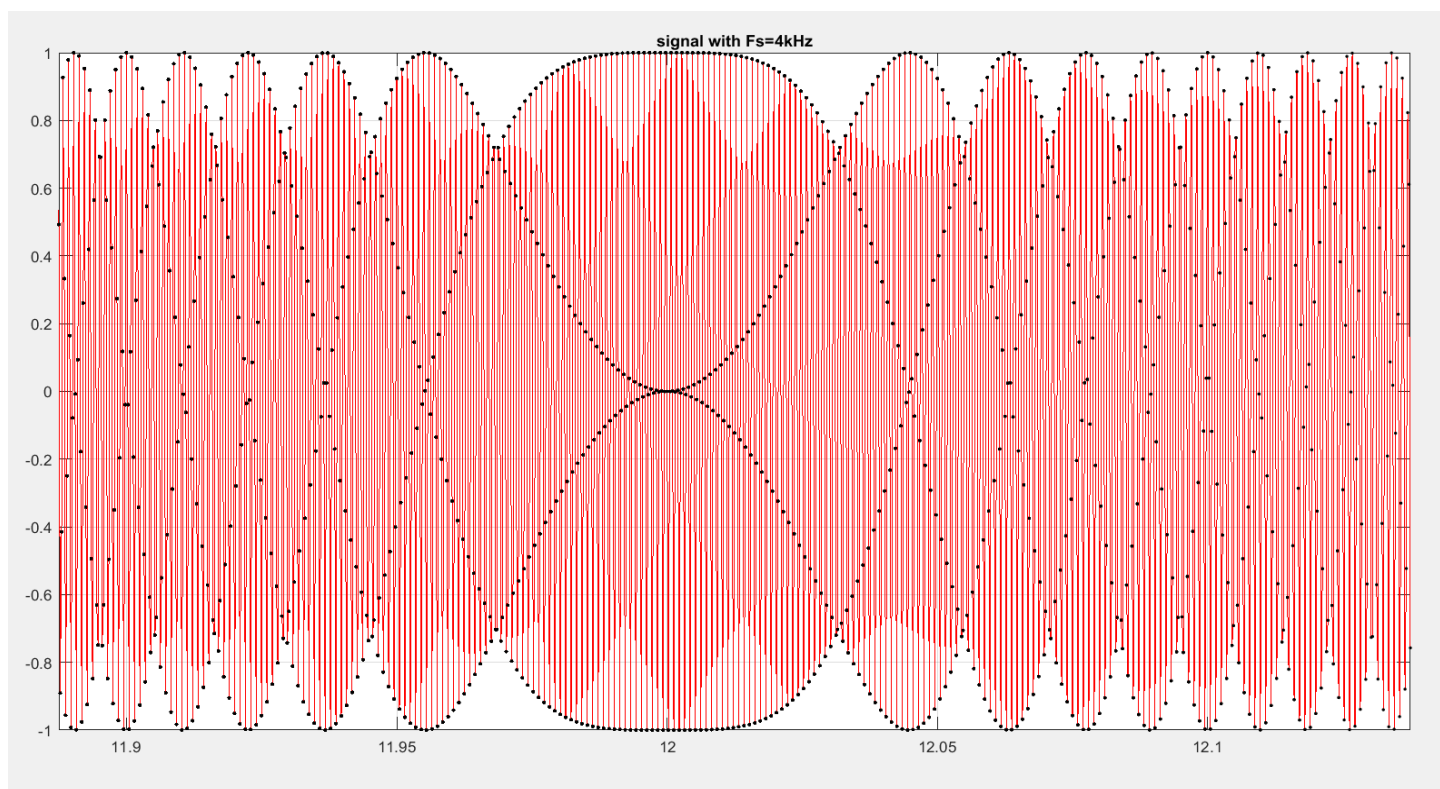
شکل 2) افزایش فرکانس سیگنال به مرور زمان



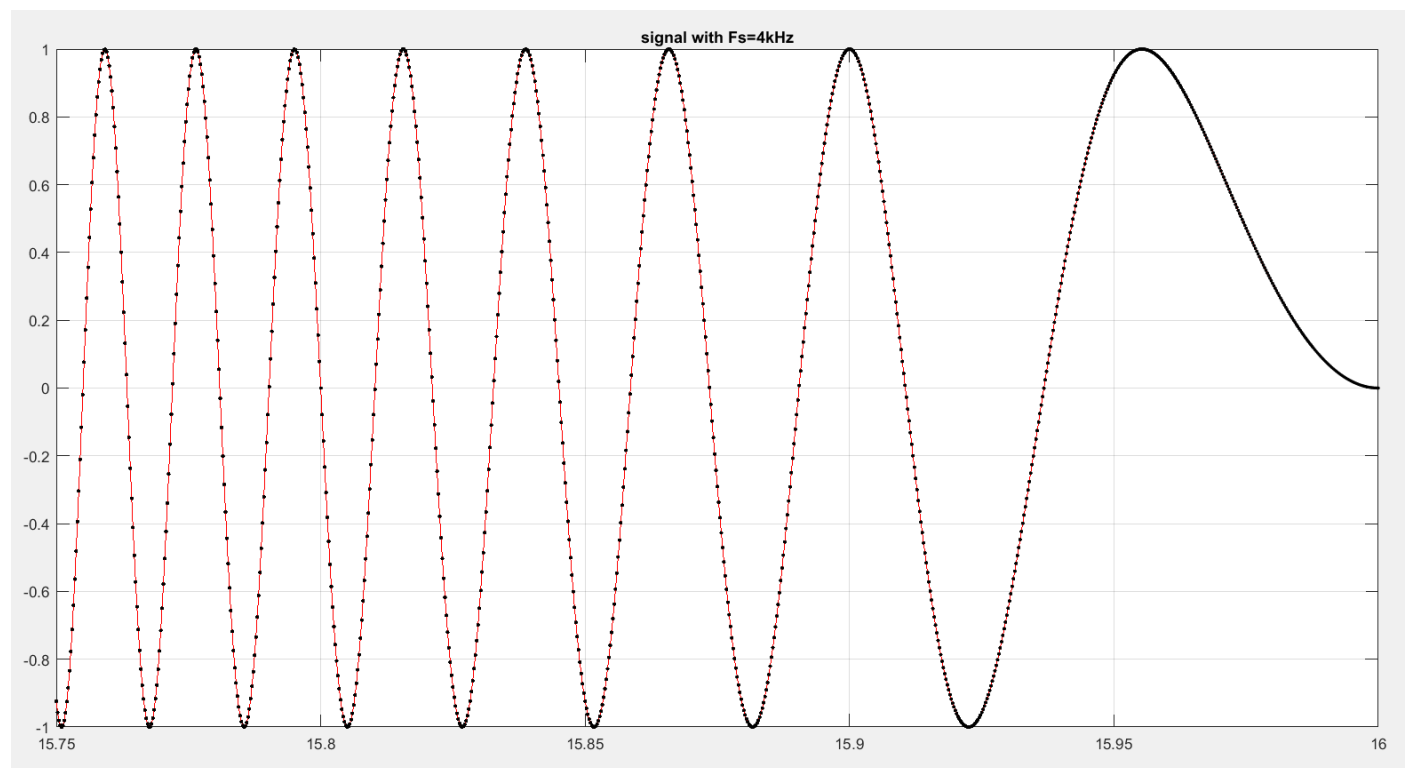
شکل 3) لحظه رخ دادن الیاسینگ (ثانیه 4)



شکل 4) تکرار مجدد سیگنال در لحظه 8



شکل 5) لحظه رخ دادن مپرد الیاسینگ (ثانیه 12)



شکل 6) پایان زمان شبیه سازی سیگنال (مشابه شروع آن)