

به نام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

گزارش تکلیف سری 1 کامپیوتری

درس پردازش سیگنال‌های دیجیتال (DSP)

استاد:

دکتر نظری

سوال اول) سیگنال  $y[n]$  برحسب  $x[n]$  به صورت تئوری این گونه بدست می آیند :

$$H(z) = (1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1}) (1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1}) = 1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1} - \alpha e^{-j\theta} z^{-1} + \alpha^2 z^{-2} = 1 - 2\alpha \cos \theta z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}$$

$$h[n] = \delta[n] - 2\alpha \cos \theta \delta[n-1] + \alpha^2 \delta[n-2]$$

$$H(z) = \frac{1}{(1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1})(1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1})} = \frac{A}{(1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1})} + \frac{B}{(1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1})}$$

$$= \frac{A - A\alpha e^{-j\theta} z^{-1} + B - B\alpha e^{+j\theta} z^{-1}}{(1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1})(1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1})} \Rightarrow \begin{cases} A + B = 1 \\ -A\alpha e^{-j\theta} z^{-1} - B\alpha e^{+j\theta} z^{-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{e^{+j\theta}}{2j \sin \theta} \\ B = -\frac{e^{-j\theta}}{2j \sin \theta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow h[n] = \begin{cases} \alpha^n \cdot \frac{\sin[(n+1)\theta]}{\sin \theta} \cdot U[n] & |\alpha| < |z| \\ -\alpha^n \cdot \frac{\sin[(n+1)\theta]}{\sin \theta} \cdot U[-n-1] & |\alpha| > |z| \end{cases} \quad \text{for } \theta \neq \pi, \theta \neq 0$$

روند محاسبات ریاضی مربوط به این قسمت بدین شرح می باشد:

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] \Rightarrow a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots$$

$$x[n] \rightarrow \delta[n] \Rightarrow y[n] \rightarrow h[n]$$

$$\Rightarrow a_0 h[n] + a_1 h[n-1] + \dots = b_0 \delta[n] + b_1 \delta[n-1] + \dots$$

$$\text{if } n=0 \rightarrow a_0 h[0] + a_1 \cancel{h[-1]} + \cancel{\dots} = b_0 \cancel{\delta[0]} + b_1 \cancel{\delta[-1]} + \cancel{\dots}$$

(initial rest) آرامش اولیه

$$\text{if } n=0 \Rightarrow h[0] = \frac{b_0}{a_0}$$

$$\text{if } n=1 \Rightarrow a_0 h[1] + a_1 h[0] = b_1 \Rightarrow h[1] = \frac{b_1 - a_1 h[0]}{a_0}$$

$$\text{if } n=2 \Rightarrow a_0 h[2] + a_1 h[1] + a_2 h[0] = b_2 \Rightarrow h[2] = \frac{b_2 - [a_1 h[1] + a_2 h[0]]}{a_0}$$

⋮

$$\text{if } n=N \Rightarrow a_0 h[N] + a_1 h[N-1] + \dots = b_N \Rightarrow h[N] = \frac{b_N - \sum_{k=1}^N a_k h[N-k]}{a_0}$$

پیاده سازی تابع سیگما،  $\left( \sum_{k=1}^N a_k h[N-k] \right)$  در متلب :

```
function output = Sigma(input1,input2,input3)
```

```
%  intializing coefficients and input data
```

```
    a = input1;
```

```
    h = input2;
```

```
    N = input3;
```

```
    sum = 0;
```

```
%  Processing Sigma
```

```
    if(N>1)
```

```
        for k=2:(N);
```

```
            if (k<=length(a))
```

```
                sum = sum + (a(k)*h(N-k+1));
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    else
```

```
        sum=0;
```

```
    end
```

```
    output = sum;
```

```
end
```

پیاده سازی خروجی مد نظر در این سوال که تابعی است که ورودی آن بردار ضرایب  $a_k$  ها و  $b_k$  ها و  $x$  می باشد و خروجی آن بردار  $y$  است.

```
function output = myfilter(input1,input2,input3)
```

```
    %intializing coefficients and input data
```

```
    a = input1;
```

```
    b = input2;
```

```
    x = input3;
```

```
    size_h=12000;
```

```
    h=zeros(1,size_h);
```

```
    %processing Filter
```

```
    for i=1:size_h
```

```
        if(i <= length(b))
```

```
            h(i) = (b(i) - Sigma(a,h,i)) / a(1);
```

```
        else
```

```
            h(i) = - (Sigma(a,h,i) / a(1));
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    y = conv(h,x);
```

```
    ynew = y(1:length(x));
```

```
    %end process
```

```
    output = ynew;
```

```
end
```

## سوال سوم

الف) روابط ریاضی مربوط به حل این سوال به همراه تصویر نتایج اجرا شده در متلب :

$$H(z) = (1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1})(1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1}) = 1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1} - \alpha e^{-j\theta} z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}$$

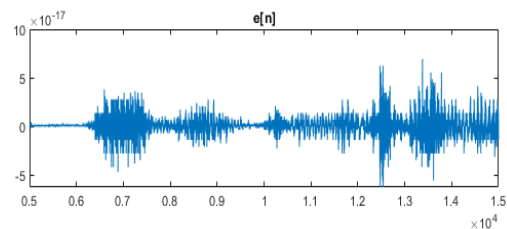
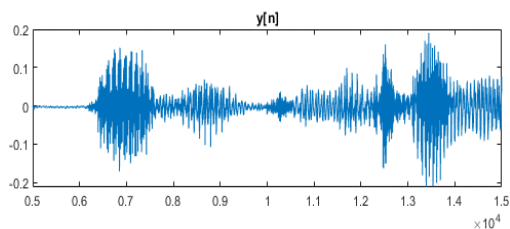
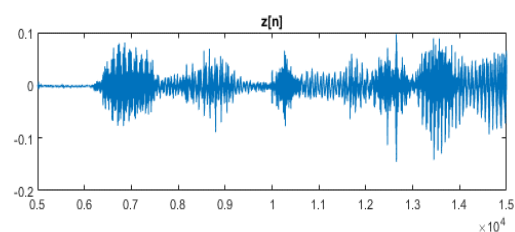
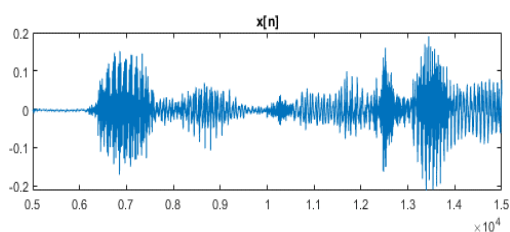
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 1 - \alpha z^{-1} (e^{+j\theta} + e^{-j\theta}) + \alpha^2 z^{-2} = 1 - 2\alpha \cos \theta z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}$$

$$Y(z) = X(z) - 2\alpha \cos \theta X(z) z^{-1} + \alpha^2 X(z) z^{-2}$$

$$y[n] = x[n] - 2\alpha \cos \theta x[n-1] + \alpha^2 x[n-2]$$

$$\text{ضرایب} \begin{cases} a_0 = 1 \\ b_0 = 1 \end{cases} \quad b_1 = -2\alpha \cos \theta \quad b_2 = \alpha^2$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.95 \\ \theta &= 0.7854 \\ H(z) &= (1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1})(1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1}) \\ &\text{myfilter} \end{aligned}$$



ب) روابط ریاضی مربوط به حل این سوال به همراه تصویر نتایج اجرا شده در متلب :

$$H(z) = \frac{1}{(1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1})(1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1})} = \frac{1}{1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1} - \alpha e^{-j\theta} z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}}$$

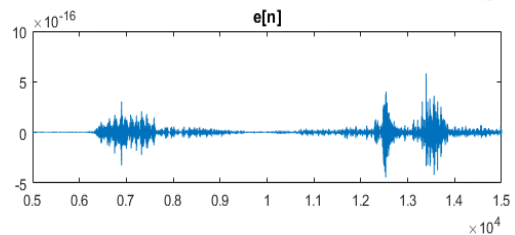
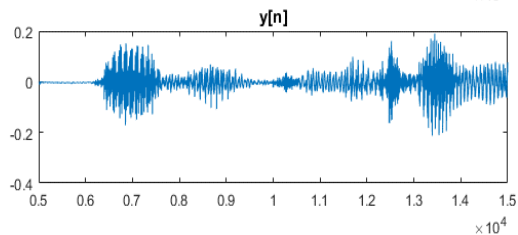
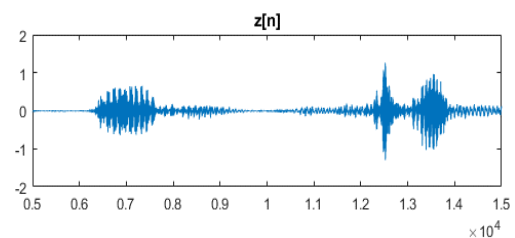
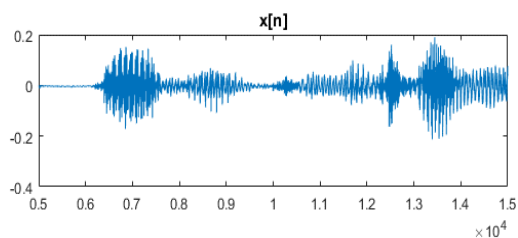
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}(e^{+j\theta} + e^{-j\theta}) + \alpha^2 z^{-2}} = \frac{1}{1 - 2\alpha \cos \theta z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}}$$

$$X(z) = Y(z) - 2\alpha \cos \theta Y(z) z^{-1} + \alpha^2 Y(z) z^{-2}$$

$$x[n] = y[n] - 2\alpha \cos \theta y[n-1] + \alpha^2 y[n-2]$$

$$\text{ضرایب} \begin{cases} a_0 = 1 & a_1 = -2\alpha \cos \theta & a_2 = \alpha^2 \\ b_0 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.95 \\ \theta &= 0.7854 \\ H(z) &= 1 / (1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1}) \cdot (1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1}) \\ \text{myfilter} \end{aligned}$$



پیاده سازی سیگنال های خواسته شده در صورت سوال 3 در متلب :

```
%initializing MATLAB
```

```
clear all
```

```
close all
```

```
clc
```

```
%initializing Coefficients and Input Datas
```

```
[x Fs]=audioread('abc.wav');
```

```
x=x';
```

```
alpha = 0.95;
```

```
% *****
```

```
filter = 1 ;      %if filter = 0 => filter in MATLAB , if filter = 1 => myfilter
```

```
system = 1 ;      %if system = 0 =>  $h(z) = (1-\alpha e^{j(\text{tetta})}z^{-1})(1-\alpha e^{-j(\text{tetta})}z^{-1})$ 
```

```
tetta=pi/4 ;      %if system = 1 =>  $h(z) = 1 / ((1-\alpha e^{j(\text{tetta})}z^{-1})(1-\alpha e^{-j(\text{tetta})}z^{-1}))$ 
```

```
% *****
```

```
a = [1] ;
```

```
b = [1 -2*(alpha)*cos(tetta) (alpha^2)];
```

```
%Processing 1
```

```
if(filter == 1 )
```

```
    if(system == 0)
```

```
        z = myfilter(a,b,x);
```

```
        y = myfilter(b,a,z);
```

```
    else
```

```
        z = myfilter(b,a,x);
```

```
        y = myfilter(a,b,z);
```

```
    end
```



```
else
```

```
    if(system == 0)
```

```
        z = filter(b,a,x);
```

```
        y = filter(a,b,z);
```

```
    else
```

```
        z = filter(a,b,x);
```

```
        y = filter(b,a,z);
```

```
    end
```

```
end
```

```
%sound(y,Fs);
```

```
%plotting
```

```
    subplot (2,2,1);
```

```
    n = 5000:14999;
```

```
    plot(n,x(5000:14999));
```

```
    title('x[n]')
```

```
    subplot (2,2,2);
```

```
    plot(n,z(5000:14999));
```

```
    title('z[n]')
```

```
    subplot (2,2,3);
```

```
    plot(n,y(5000:14999));
```

```
    title('y[n]')
```

```
subplot (2,2,4);
```

```
e = y-x;
```

```
plot(n,e(5000:14999));
```

```
title('e[n]')
```

```
string_title = "\alpha = "+alpha;
```

```
suptitle(char(string_title))
```

```
% ynew = filter(b,a,x);
```

پ) سیستم قسمت الف همه جا پایدار است به جز صفحه  $z = 0$  یعنی نباید  $\alpha = 0$  باشد که در این قسمت (چه در قسمت پ سوال 4) این اتفاق رخ نمی دهد لذا سیستم همواره پایدار است.

$$h[n] = \delta[n] - 2\alpha \cos \theta \delta[n-1] + \alpha^2 \delta[n-2]$$

$$h^{-1}[n] \stackrel{\text{for } \theta \neq \pi, \theta \neq 0}{=} \begin{cases} \alpha^n \cdot \frac{\sin[(n+1)\theta]}{\sin \theta} \cdot U[n] & |\alpha| < |z| \\ -\alpha^n \cdot \frac{\sin[(n+1)\theta]}{\sin \theta} \cdot U[-n-1] & |\alpha| > |z| \end{cases}$$

توجه کنید که: اگر  $\alpha < 1$  باشد فقط  $y[n] = x[n]$  و در صورتی که  $\alpha > 1$  شود آنگاه این دو سیستم به صورت معکوس هم عمل نمی کنند و لذا  $y[n] \neq x[n]$ . همان طور که در تصاویر متلب برای  $\alpha = 1.1$ .

مشابها در سوال چهارم قسمت پ نیز همین گونه است فقط جابه جا می شود و باز هم مشاهده می شود که شرط قبلی برقرار است همان گونه که در شکل های متلب دیده می شود.

## سوال چهارم)

مشابه سوال سوم است با این تفاوت که  $\alpha = 1.1$  . هم چنین تصویر نتایج اجرا شده در متلب به شرح زیر است :

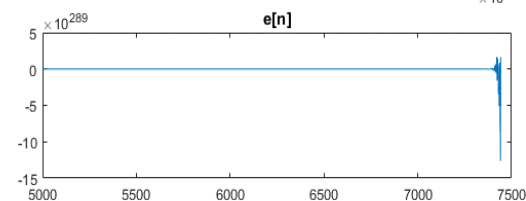
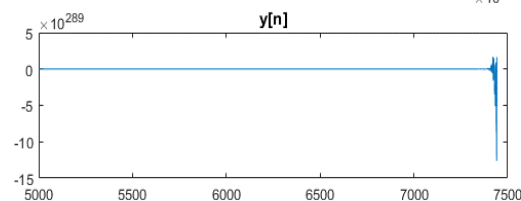
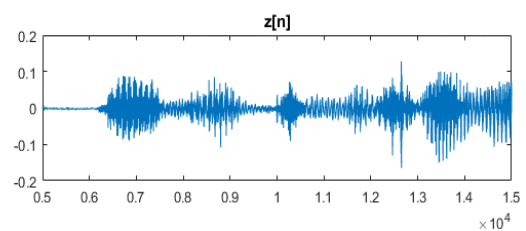
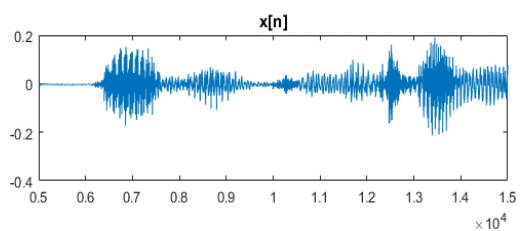
## قسمت الف)

$$\alpha = 1.1$$

$$\theta = 0.7854$$

$$H(z) = (1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1}) \cdot (1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1})$$

myfilter



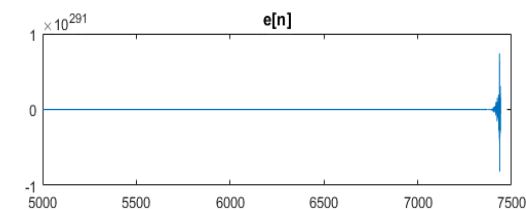
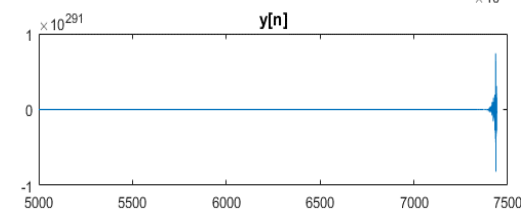
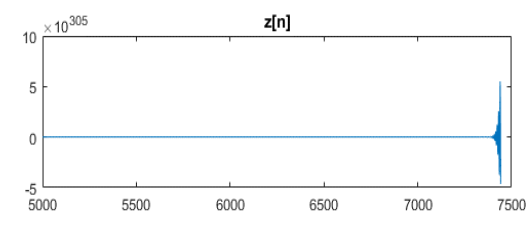
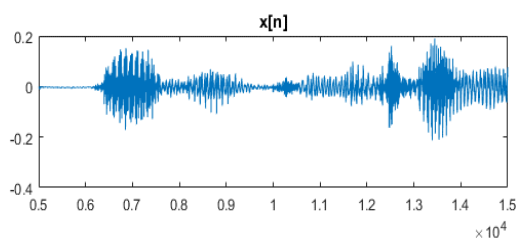
## قسمت ب)

$$\alpha = 1.1$$

$$\theta = 0.7854$$

$$H(z) = 1 / (1 - \alpha e^{+j\theta} z^{-1}) \cdot (1 - \alpha e^{-j\theta} z^{-1})$$

myfilter



### سوال پنجم )

همان طور که در شکل های مربوط به  $\alpha = 1.1$  مشاهده می شود ( صفحه قبل ) ،  $y[n]$  یک ضربه با مقادیر بسیار بزرگ (  $10^{291}$  ) که تبدیل فوریه آن DC می شود که در همه فرکانس ها مقادیر بزرگی دارد که وقتی با دستور sound آن را اجرا می کنیم به علت مقادیر زیادی که دارد نمی توند به درستی پخش کند لذا گوش خراش به نظر می رسد.