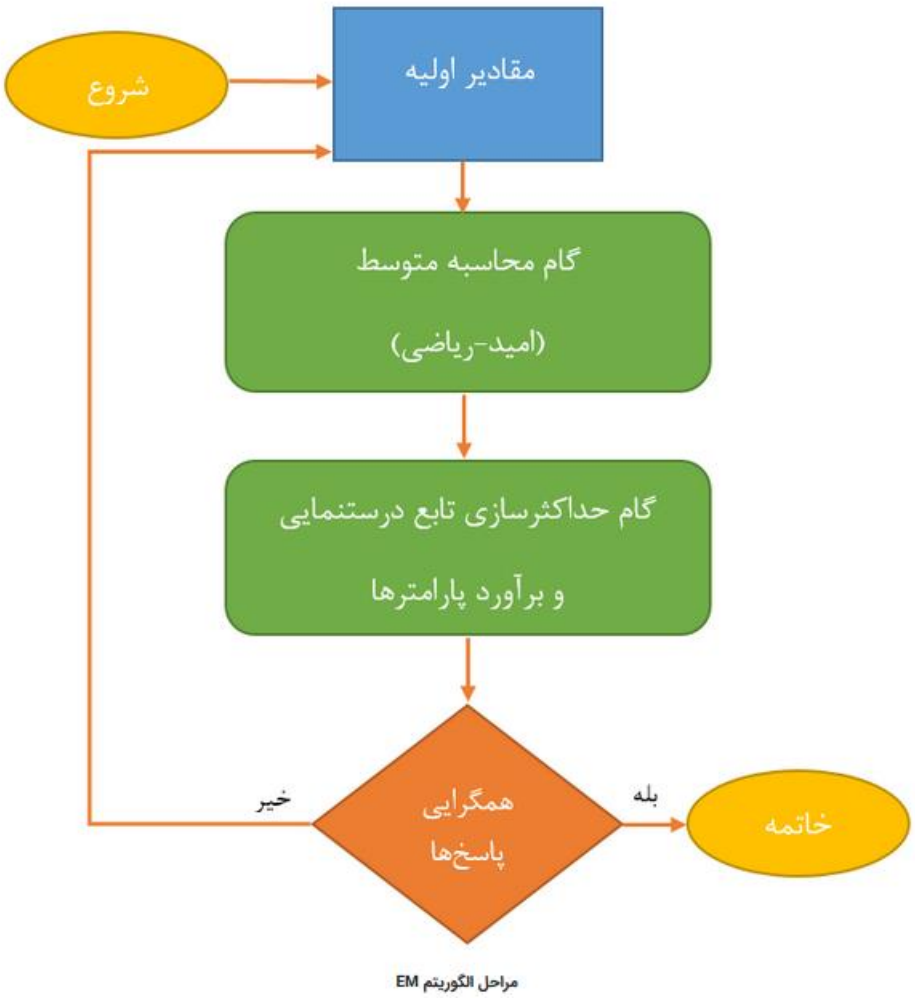
در کل machine learning به دو دسته تقسیم میشود:

Supervise learning

Unsupervised learning

الگوریتم EM نوعی الگوریتم soft clustering از زیر شاخه های Unsupervised learning میباشد

مراحل الگوریتم EMبدین شرح میباشد:



مراحل الگوریتم EM

برای درک بهتر این الگوریتم با هم یک مثال را حل میکنیم:

فرض کنید دو سکه A و B در اختیار داریم که احتمال شیر آمدن برای سکه A برابر با p_Aو برای سکه B نیز این احتمال برابر با p_Bاست. هدف برآورد این احتمالات (p_A,p_B)است. یک آزمایش به صورت زیر ترتیب می‌دهیم و آن را ۵ بار تکرار می‌کنیم .یک سکه را به تصادف انتخاب می‌کنیم و آن را ده بار پرتاب می‌کنیم و X را متغیر تصادفی تعداد شیرها در نظر می‌گیریم. اگر بدانیم 3 بار سکه A انتخاب شده است، مشخص است که $X\sim B(30,p_A)$

.

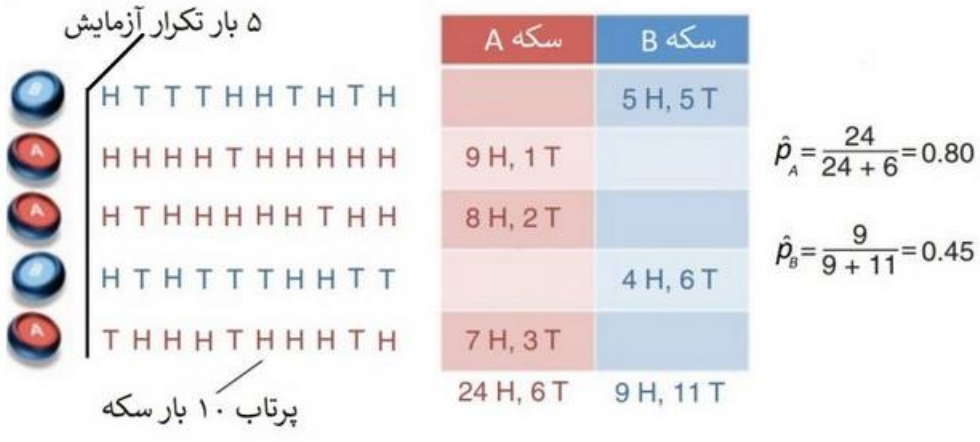
مقدارهای مشاهده شده برای این آزمایش شامل ۵۰ بار پرتاب سکه‌ها است .نتایج را در تصویر 1 می‌توان مشاهده کرد. همانطور که مشخص است احتمال اینکه شیر از سکه A مشاهده شود برابر با 0.80 و احتمال مشاهده شیر در سکه B برابر با 0.45 است. این مقدارها، برآورد براساس تابع درستنمایی هستند. زیرا لگاریتم تابع درستنمایی برای سکه A به صورت زیر است که با گرفتن مشتق، مشخص می‌شود که تابع درستنمایی دارای مقدار حداکثر در نقطه $p=\sum_{i=1}^{30}x_i30$

خواهد بود.

$$l(p_A)=\sum_{i=1}^{30}x_i\ln(p_A)+(30-\sum_{i=1}^{30}x_i)\ln(1-p_A)$$

به همین شکل نیز می‌توان تابع درستننمایی را برای پارامتر p_B

نوشت و محاسبات مربوطه را انجام داد.

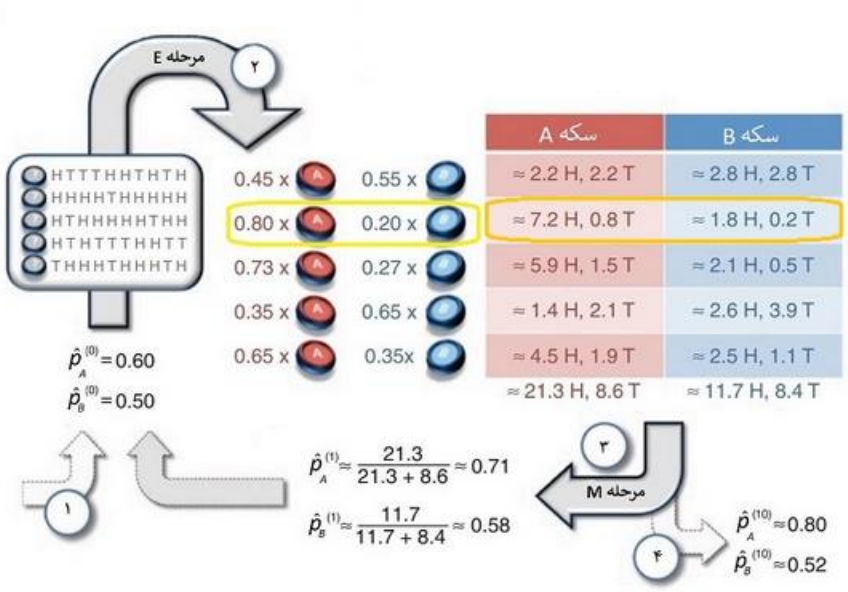


ولی این بار حالتی را در نظر بگیرید که در هر بار تکرار آزمایش یک سکه را انتخاب می‌کنیم و نمی‌دانیم که سکه A انتخاب شده یا سکه .B حال به چه ترتیب باید تابع درستنمایی و برآورد پارامترها را انجام داد. فرض کنید در این حالت متغیر تصادفی) Z متغیر

پنهان) یک متغیر برنولی است که مقدار 1 و ۰ را می‌گیرد. اگر سکه A انتخاب شده باشد Z=1 و اگر سکه B انتخاب شده باشد Z=0خواهد بود. به این ترتیب با استفاده از الگوریتم EM سعی در برآورد پارامترهای p_Aو p_B

داریم.

مراحل الگوریتم EM برای این مسئله در تصویر 2 دیده می‌شود. برای بررسی چگونگی عملکرد الگوریتمEM ، هر یک از مراحل را مرور می‌کنیم.



حدس اولیه برای پارامترها $(p_A=0.60)$و $(p_B=0.50)$

1. .انجام آزمایش تصادفی و ثبت نتایج متغیرهای تصادفی.X
2. محاسبه امیدریاضی (متوسط گیری) برای تعداد شیرها و خطاهای هر کدام از سکه‌های A و) B ستون‌های جدول.(
3. حداکثرسازی تابع درستنمایی مربوطه با توجه به متغیر تصادفی .Z برآورد پارامترها.
4. استفاده از پارامترهای بدست آمده در مرحله قبل به عنوان ورودی‌های جدید الگوریتم. تکرار مراحل الگوریتم، تا رسیدن به همگرایی در جواب‌های نهایی.

دقت کنید که برای برآورد پارامترها در مرحله E باید از احتمال شرطی و قضیه بیز کمک گرفت. از طرفی می‌دانیم که متغیر تصادفی مربوط به تعداد شیرهای مشاهده شده در پرتاب سکه دارای توزیع دو جمله‌ای است. برای درک بهتر از شیوه محاسبه مقدارها در این مرحله، عملیاتی که در سطر دوم (کادر زرد و نارنجی) انجام شده را بررسی می‌کنیم.

فرض کنید پیشامد انتخاب سکه) A در نتیجه $p_A=0.6$

(را با $Z=1$ و پیشامد انتخاب سکه) B در نتیجه $p_B=0.4$را با $Z=0$ نشان دهیم. مقدار احتمال برای هر یک از این دو پیشامد را نیز برابر در نظر می‌گیریم، زیرا هر سکه بطور تصادف انتخاب می‌شود، یعنی $P(Z=1)=P(Z=0)=12$. همچنین پیشامد مشاهده یک خط و ۹ شیر را با علامت H9T1نشان می‌دهیم.

$$P(z=1|H9T1)=P(H9T1|z=1)P(z=1)P(H9T1|z=1)P(z=1)+P(H9T1|z=0)P(z=0)=$$

$$(109)\times(0.6)9\times(0.4)1\times12(109)\times(0.6)9\times(0.4)1\times12+(109)\times(0.5)9\times(0.5)1\times12$$

و به همین ترتیب باید عملیات را برای $P(Z=0|H9T1)$

انجام دهیم. در نهایت نتایج زیر بدست می‌آید:

$$P(Z=1|H9T1)=0.80,P(Z=0|H9T1)=0.20$$

براساس این احتمالات باید امید–ریاضی شرطی نیز محاسبه شود. از آنجایی که احتمال مشاهده ۹ بار شیر از سکه A برابر با 0.8 است، می‌توان امید–ریاضی را به صورت $E_{Z=1}(X|H9T1)=0.8\times9=7.2$

نوشت. مشخص است که متوسط تعداد خط‌ها برای سکه A نیز برابر خواهد بود با $0.8\times1=0.8$. به همین ترتیب برای سکه B نیز می‌توان انتظار داشت که متوسط تعداد شیرها برابر با $0.20\times9=1.8$و متوسط تعداد خط‌ها برابر با $0.2\times1=0.2$

باشد.

در مرحله 3 نیز نسبت تعداد کل شیرها به تعداد کل پرتاب‌ها برای سکه A برآورد حداکثر درستنمایی پارامتر p_A

خواهد بود. این مقدار در تکرار اول الگوریتم برابر با 0.71 است. همین گونه برآورد را نیز برای p_Bانجام می‌دهیم و به مقدار 0.58 می‌رسیم. این برآوردها برای پارامترها، به عنوان ورودی‌های جدید در الگوریتم وارد شده و محاسبات تکرار می‌شوند. در تصویر 2، تعداد تکرارها ۱۰ بار در نظر گرفته شده است، در نتیجه آخرین برآورد با $\hat{p}_{A(10)}$

نشان داده شده است.

پس با استفاده از این مشاهدات و الگوریتم EM در این مثال به این نتیجه رسیدیم که احتمال مشاهده شیر برای سکه A برابر با 0.80 و برای سکه B نیز برابر با 0.52 خواهد بود. همچنین با استفاده از قسمت میانی تصویر 2 می‌توان مشخص کرد که مشاهدات از ۱۰ بار پرتاب متعلق به کدام سکه بوده است. برای مثال از آنجایی که در سطر دوم برای سکه A احتمال برابر با 0.8 شده است، مشخص می‌شود که مشاهدات HHHHTHHHHH مربوط به سکه A بوده و یا در سطر چهارم با توجه به اینکه برای سکه B احتمال برابر با 0.65 است، مشخص می‌شود که مشاهدات HTHTTTHHTT مربوط به سکه B بوده.