

«بسمه تعالی»

«تمرین تحویلی سری ۷ درس بهینه‌سازی خطی نیمسال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۱»

سوال اول: یک شرکت سه نوع اسباب بازی: قطار، کامیون و خودرو را با استفاده از سه دستگاه مونتاژ می‌کند. هریک از دستگاه‌ها به ترتیب روزانه ۴۳۰، ۴۶۰ و ۴۲۰ دقیقه در اختیار هستند و سود حاصل از مونتاژ هر اسباب‌بازی قطار، کامیون و خودرو به ترتیب ۳، ۲ و ۵ دلار است. زمان مونتاژ هر قطار روی دستگاه‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۱، ۳ و ۱ دقیقه است. زمان‌های متناظر برای هر کامیون به ترتیب ۲، ۰ و ۴ دقیقه و برای هر خودرو، به ترتیب ۱، ۲ و ۰ دقیقه است. متغیرهای تصمیم به صورت زیر است:

x_1 : تعداد قطارهایی که روزانه مونتاژ می‌شود.

x_2 : تعداد کامیون‌هایی که روزانه مونتاژ می‌شود.

x_3 : تعداد خودروهایی که روزانه مونتاژ می‌شود.

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\ \text{s.t. } x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 430 \\ 3x_1 + 2x_3 &\leq 460 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 420 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

جدول بهین به صورت زیر است.

BV	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	RHS
z	4	0	0	1	2	0	1350
x_2	$-\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	100
x_3	$\frac{3}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	230
s_3	2	0	0	-2	1	1	20

با استفاده از تحلیل حساسیت به سوالات زیر پاسخ دهید (سوالات مستقل از یکدیگرند):

(a) دامنه مجاز تغییرات سمت راست قید ۱ را به طوری که پایه فعلی، شدنی و بهین باشد مشخص کنید.

(b) ارزش هر دقیقه اضافه‌کاری روی دستگاه‌های ۲ و ۳ را تعیین کنید.

(c) فرض کنید یک ساعت اضافه‌کاری روی دستگاه ۱ (ظرفیت فعلی ۴۳۰ دقیقه است) ساعتی ۵۰ دلار است. آیا از نظر اقتصادی، استفاده از یک ساعت اضافه‌کاری روی دستگاه ۱ مقرون به صرفه است؟

(d) فرض کنید که سود یک عدد خودروی اسباب بازی به $3 + \Delta_3$ تغییر یافته است. به ازای چه مقداری از Δ_3 پایه فعلی بهین می‌ماند؟

(e) فرض کنید شرکت بخواهد همه منابع را فقط به خودروی اسباب‌بازی اختصاص دهد و تولید سایر محصولات، صفر باشد. با استفاده از تحلیل حساسیت جواب بهین مسأله جدید را بیابید.

(f) در مسأله فعلی تولید قطار اسباب‌بازی به صرفه نیست. شرکت تشخیص داده که به دلیل رقابت بازار، امکان افزایش قیمت فراهم نیست و لذا، قصد دارد زمان مونتاژ این محصول روی هر دستگاه را به میزان α درصد کاهش دهد. α حداقل چقدر باید باشد که قطار اسباب‌بازی ارزش تولید پیدا کند؟

سوال دوم: یک شرکت، خودروی سواری و کامیون می‌سازد. هر سواری ۳۰۰ دلار و هر کامیون ۴۰۰ دلار سود دارد. منابع مورد نیاز برای ساخت یک سواری و یک کامیون در جدول زیر نشان داده شده است. در حال حاضر، شرکت ۷۳ دستگاه نوع ۲ و ۲۶۰ تن فولاد دارد و می‌تواند در هر روز، تا ۹۸ دستگاه ۱ را به قیمت ۵۰ دلار به ازای هر دستگاه اجاره کند. ملاحظات بازاریابی ایجاب می‌کند که روزانه حداقل ۸۸ سواری و حداقل ۲۶ کامیون تولید شود. شرکت باید تصمیم بگیرد که روزانه از هر محصول چه میزان تولید کند.

	دستگاه ۱ (روز)	دستگاه ۲ (روز)	فولاد (تن)
سواری	۰/۸	۰/۶	۲
کامیون	۱	۰/۷	۳

متغیرهای تصمیم و مدل مسأله به صورت زیر است و فرض بر آن است که متغیرها می‌توانند مقدار اعشاری نیز اختیار کنند.

$$\begin{aligned}x_1 &: \text{تعداد سواری تولید شده در روز} \\x_2 &: \text{تعداد کامیون تولید شده در روز} \\m_1 &: \text{تعداد دستگاه ۱ که اجاره می‌شود در روز}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\max z &= 300x_1 + 400x_2 - 50m_1 \\s.t. \quad &0.8x_1 + x_2 - m_1 \leq 0 \\&m_1 \leq 98 \\&0.6x_1 + 0.7x_2 \leq 73 \\&2x_1 + 3x_2 \leq 260 \\&x_1 \geq 88 \\&x_2 \geq 26 \\&x_1, x_2, m_1 \geq 0\end{aligned}$$

جواب بهین مسأله با نرم‌افزار به صورت زیر به دست آمده است:

$$x_1^* = 88, x_2^* = 27.6, m_1^* = 98, z^* = 32540$$

مقدار بهین متغیرهای دوگان نیز به صورت زیر است.

$$y_1^* = 400, y_2^* = 350, y_3^* = y_4^* = y_6^* = 0, y_5^* = -20$$

اطلاعات به دست آمده از نرم‌افزار در خصوص دامنه‌های مجاز تغییرات ضرایب تابع هدف و مقادیر سمت راست به صورت زیر است:

متغیر	ضریب کاهش هزینه فعلی	مقدار افزایش مجاز	مقدار کاهش مجاز
x_1	۳۰۰	۲۰	بینهایت
x_2	۴۰۰	بینهایت	۲۵
m_1	-۵۰	بینهایت	۳۵۰
RHS	مقادیر فعلی	مقدار افزایش مجاز	مقدار کاهش مجاز
قید ۱	۰	۰,۴	۱,۶
قید ۲	۹۸	۰,۴	۱,۶
قید ۳	۷۳	بینهایت	۰,۸۸
قید ۴	۲۶۰	بینهایت	۱,۲
قید ۵	۸۸	۲	۳
قید ۶	۲۶	۱,۶	بینهایت

(a) آیا جواب بهین این مسأله تباهیده است؟

(b) با تحلیل حساسیت بیان کنید که حداقل چه میزان مقرون به صرفه است که شرکت برای تهیه دستگاه ۱ اضافه‌تر بپردازد؟ برای دستگاه ۲ چطور؟

(c) با تحلیل حساسیت بیان کنید که اگر نیاز باشد حداقل ۲۴ کامیون تولید شود، سود شرکت چقدر خواهد شد؟

مهلت تحویل: جمعه ۱۹ خرداد ۱۴۰۲ ساعت ۲۳:۵۹

شیوه تحویل: سامانه مدیریت یادگیری به آدرس Courses.aut.ac.ir

موفق و پیروز باشید - هوشمند