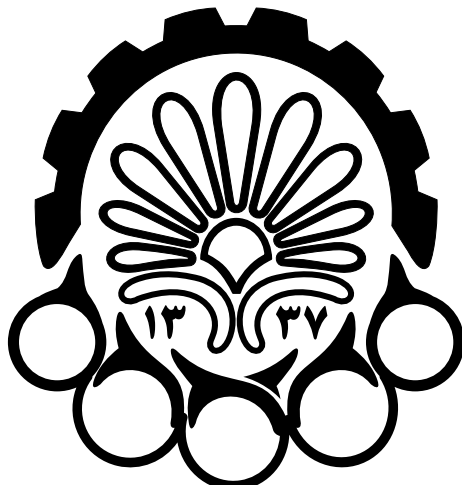


به نام خدا



**دانشگاه صنعتی امیرکبیر**  
**( پلی تکنیک تهران )**  
دانشکده مهندسی کامپیوتر

سیگنال‌ها و سیستم‌ها  
تمرین دوم: سیستم‌های LTI

توضیحات:

- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی نوشته شود و در صورت مشاهده هرگونه تقلب نمره برای همه افراد صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- پاسخ بخش‌های تئوری و عملی تمرین را در قالب یک فایل ZIP با نام «HW2\_StudentNumber.zip» در سایت درس بارگذاری کنید.
- در صورت داشتن اشکال می‌توانید از طریق ایمیل [ss.spring.2021@gmail.com](mailto:ss.spring.2021@gmail.com) با تدریس‌یاران درس در ارتباط باشید.

نیمسال دوم ۹۹-۰۰



بخش تئوری (۹۰ نمره)

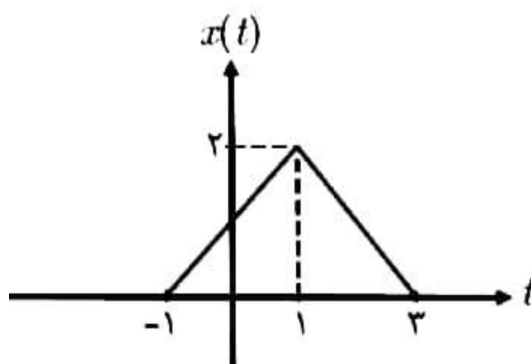
۱- فرض کنید یک سیستم LTI با ورودی  $x_1[n] = u[n] - u[n - 2]$  دارای پاسخ  $y_1[n] = 2r[n] - 2r[n - 2]$  است. که در آن  $r[n]$  برابر است با:

$$r[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ n & n \geq 0 \end{cases}$$

سیگنال‌های ورودی و خروجی را رسم کنید. سپس پاسخ سیستم به ورودی زیر را بیابید. (۸ نمره)

$$x_2[n] = u[n] - u[n - 4]$$

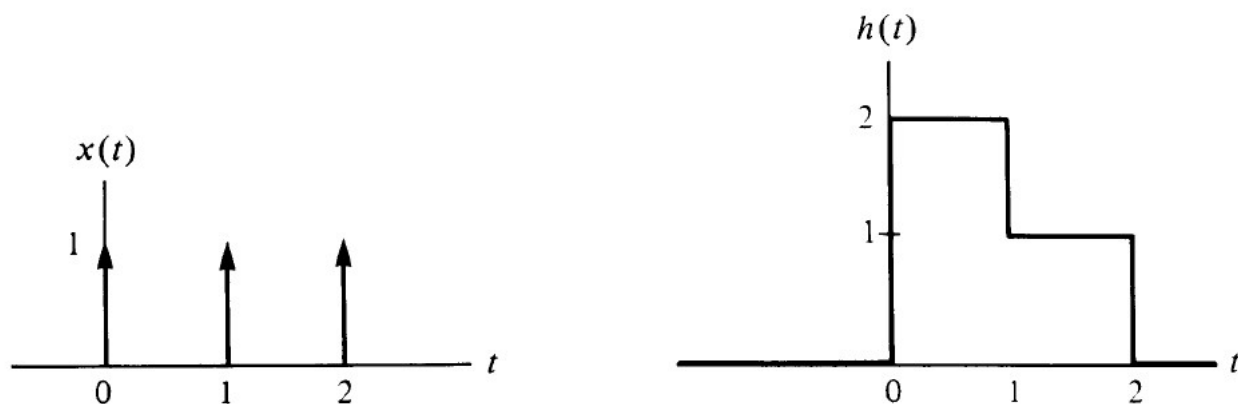
۲- پاسخ یک سیستم LTI به ورودی  $x(t)$  برابر با  $u(t) - u(t - 4)$  داده شده است. پاسخ این سیستم وقتی ورودی، قسمت زوج سیگنال  $x(t)$ ، که از رابطه  $\frac{x(t) + x(-t)}{2}$  به دست می‌آید، باشد چه خواهد بود؟ (۸ نمره)





۳- برای هر جفت از سیگنال‌های  $x(t)$  و  $h(t)$ ، کانولوشن آن‌ها را محاسبه کنید. (۳۰ نمره)

a)



b)  $h(t) = u(-t + 1)$

$$x(t) = e^{-2t}u(t)$$

c)  $h[n] = \delta[n + 2] + \delta[n + 1] + \delta[n] + \delta[n - 1]$

$$x[n] = \frac{1}{3^n}$$

d)  $h[n] = \frac{1}{5^n}u[n]$

$$x[n] = u[-n - 3]$$

e)  $h(t) = e^{2t}u(-t)$

$$x(t) = e^{-t}u(t + 1)$$

f)  $x(t) = \Pi(t - \frac{1}{2}) - \Pi(t - \frac{3}{2})$

$$h(t) = u(t) - u(t - 1)$$

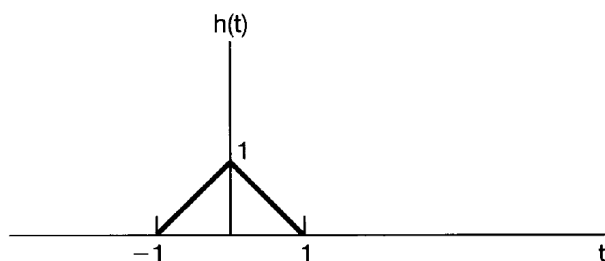
$$(\Pi(t) = \text{rect}(t) = \text{unit pulse} = u(t + \frac{1}{2}) - u(t - \frac{1}{2}))$$



۴- فرض کنید  $x(t)$  یک قطار ضربه با رابطه

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

و  $h(t)$  به شکل زیر باشد.  $x(t) * h(t)$  را به ازای مقادیر زیر رسم نمایید. (۱۰ نمره)



a)  $T = 4$

b)  $T = \frac{3}{2}$

۵- خواص علی بودن و پایداری سیستم‌های LTI زیر را که با پاسخ ضربه یا معادله صریح مشخص شده‌اند را تعیین کنید. (۱۲ نمره)

a)  $h[n] = 2^n u[3 - n]$

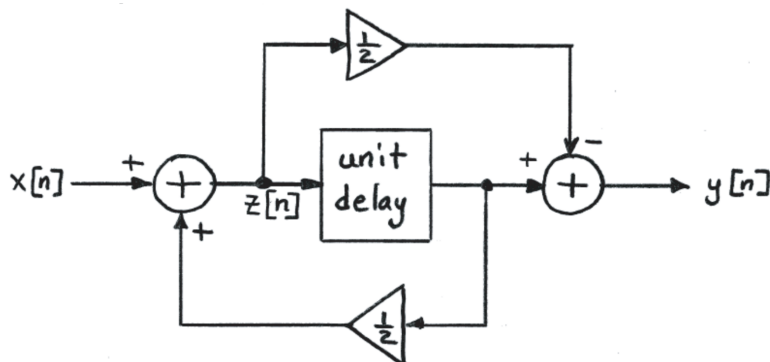
b)  $h[n] = 2^n r[-n]$

c)  $h(t) = e^{-6t} u(t - 2)$

d)  $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau) u(t - \tau) x(\tau) d\tau$



۶- برای سیستم LTI زیر: (۱۲ نمره)



- الف) معادله تفاضلی بین ورودی  $x[n]$  و خروجی  $z[n]$  را بیابید.
- ب) پاسخ ضربه  $h[n]$  بین ورودی  $x[n]$  و خروجی  $z[n]$  را محاسبه کنید.
- ج) پاسخ ضربه  $h_{overall}[n]$  بین ورودی  $x[n]$  و خروجی  $y[n]$  را بیابید.

۷- (امتیازی) فرض کنید  $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$  و  $h(t) = x(\frac{t}{\alpha})$ ;  $0 < \alpha \leq 1$  باشد. (۱۰ نمره)

- الف)  $y(t) = x(t) * h(t)$  را محاسبه و رسم نمایید.
- ب) اگر  $\frac{dy(t)}{dt}$  فقط ۳ نقطه ناپیوستگی داشته باشد، آنگاه مقدار  $\alpha$  را بیابید.



## بخش عملی (۲۰ نمره)

بررسی سوال زیر اختیاری است (و نمره‌ای به آن تعلق نمی‌گیرد) ولی توصیه می‌شود برای دید بهتر جهت انجام بخش عملی آن را حل کنید.

- سیگنال‌های گسسته-زمان  $h[n]$  که خارج از بازه  $n_0 \leq n \leq n_1$  و  $x[n]$  که خارج از بازه  $n_2 \leq n \leq n_3$  برابر صفر هستند را در نظر بگیرید. مقادیر  $n_4$  و  $n_5$  را به گونه‌ای بیابید که در خارج از بازه  $n_4 \leq n \leq n_5$  مقدار  $x[n] * h[n]$  برابر صفر باشد.

در بخش عملی این تمرین ابتدا تابعی بنویسید که با دریافت دو سیگنال در ورودی، کانولوشن آن‌ها را محاسبه کند. سپس با استفاده از این تابع، کانولوشن موارد زیر را محاسبه و رسم کنید.

- برای بررسی درستی محاسبات کانولوشن می‌توانید از تابع `convolve` در کتابخانه `numpy` استفاده کنید و نتیجه کار را با محاسبات خود مقایسه کنید.

$$a) h[n] = u[n - 10] - u[n + 10], x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n (u[n - 5] - u[n + 5]) \quad [-25, 25]$$

$$b) h(t) = u(t + 3) - u(t - 3), x(t) = \frac{1}{2} e^{2t} u(-t)$$

$$[-15, 15], \text{ step} = 0.1$$

پاسخ بخش عملی را به یکی از شکل‌های زیر به همراه پاسخ بخش تئوری داخل فایل `zip` قرار دهید و ارسال کنید.

۱. کد پایتون + عکس از نمودارها

۲. نوت‌بوک ژوپیتر