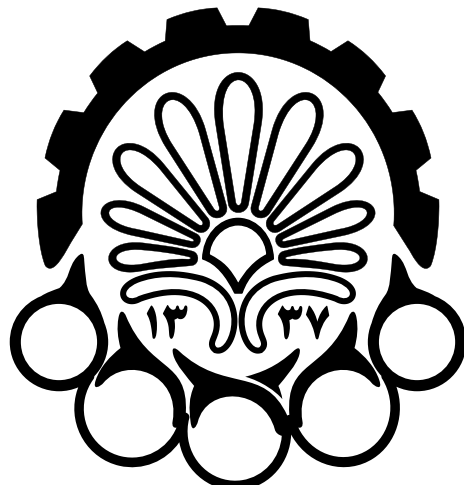


به نام خدا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر

تمرین سری اول سیگنال‌ها و سیستم‌ها
(فصل اول)

توضیحات:

- مهلت تحویل تا جمعه ۲۹ اسفند در نظر گرفته شده است. لذا با توجه به حجم تمرین برنامه‌ریزی مناسبی انجام دهید.
- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی نوشته شود و در صورت مشاهده هرگونه تقلب نمره برای همه افراد صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- پاسخ بخش‌های تئوری و عملی تمرین را در قالب یک فایل ZIP با نام «HW1_StudentNumber.zip» در سایت درس بارگذاری کنید.
- صورت داشتن اشکال میتوانید از طریق ایمیل ss.spring.2021@gmail.com با تدریس‌یاران درس در ارتباط باشید.

بخش تئوری (۸۳ نمره)

سوال ۱ - انرژی و توان سیگنال‌های زیر را محاسبه کنید. (۱۲ نمره)

a. $x_1(t) = e^{\frac{3\pi j}{8}} e^{(-1 + \frac{j\pi}{4})t} u(t)$

b. $x_2[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$

c. $x_3[n] = \frac{1}{n} u[n - 1]$

راهنمایی: $\int_1^\infty \frac{1}{t^2} dt \leq \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^2} \leq 1 + \int_1^\infty \frac{1}{t^2} dt$

d. $x_4(t) = Ae^{-j\omega t}$

سوال ۲ - با توجه به رابطه زیر، سیگنال‌های خواسته شده را رسم کنید. (۸ نمره)

$$x(t) = \begin{cases} 1+t, & -1 \leq t \leq 0, \\ 1-2t, & 0 \leq t \leq 1/2, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

a. $x(t)$

b. $2x(2-t)$

c. $x\left(\frac{t}{2} - 3\right)$

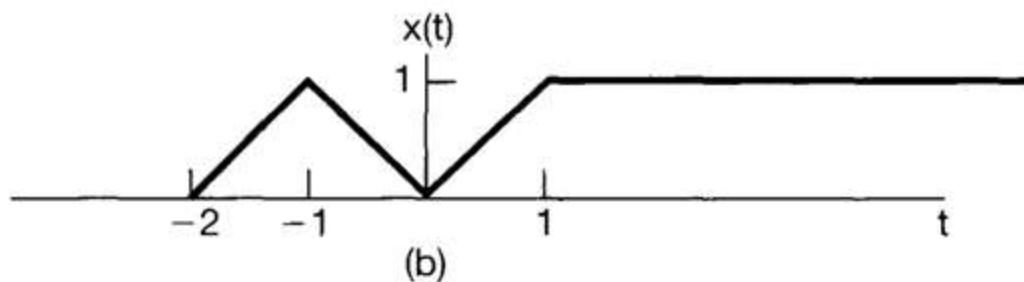
سوال ۳ - بخش زوج و فرد سیگنال زیر را به دست آورید. (۳ نمره)

$$x(t) = e^{-3|t|} \sin(t)$$

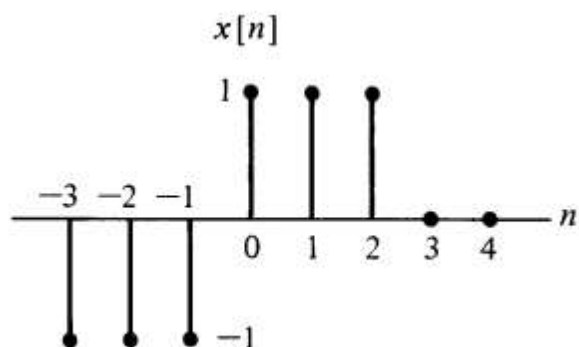
سوال ۴ - اگر هر دو سیگنال $y(t)$ و $y(t-1)$ زوج باشند، آیا سیگنال $y(t)$ متناوب است؟ اگر جواب مثبت است دوره تناوب را بدست آورید در غیر این صورت نامتناوب بودن آن را اثبات کنید. (۴ نمره)

سوال ۵ - سیگنال‌های زیر را بدون محاسبه معادله خط‌ها و تنها از روی شکل به دو سیگنال زوج و فرد تجزیه کنید. (۶ نمره)

(الف)



(ب)



سوال ۶ - متناوب بودن یا نبودن سیگنال‌های زیر را مشخص کنید (برای سیگنال‌های متناوب دوره تناوب را بدست آورید و برای نامتناوب‌ها دلیل خود را شرح دهید). (۱۸ نمره)

a. $x_1(t) = \sin(t) + \cos(2\pi t)$

b. $x_2[n] = 2\cos(3n)$

c. $x_3(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(2t-k)} u(2t-k)$

d. $x_4[n] = e^{\frac{5\pi nj}{7}} + e^{-\frac{3\pi nj}{4}}$

e. $x_5(t) = Ev\{\cos(4\pi t) \cdot u(t)\}$

f . دوره تناوب x نسبت به t را به دست آورید. (حل این سوال اجباری نیست و نمره اضافه دارد ☺)

$$\begin{cases} t = u - \sin u \\ x = 1 - \cos u \end{cases}$$

سوال ۷ - خواص خطی بودن، تغییرناپذیری با زمان، علی بودن، حافظه‌دار بودن و پایداری هر یک از سیستم‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید. (۲۴.۵ نمره)

$$a. y_1(t) = \int_{-\infty}^{\frac{t}{2}} x(3\phi) d\phi$$

$$b. y_2(t) = x\left(-\frac{t}{2}\right)$$

$$c. y_3(t) = \int_t^{t+1} x(\lambda) d\lambda$$

$$d. y_4(t) = 2x(t-2) + 3x(2-t)$$

$$e. y_5[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k+1]$$

$$f. y_6[n] = x[n] \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-3k]$$

$$g. y_7[n] = Ev\{x[n-1]\}$$

سوال ۸ - با توجه به سیگنال $x(t)$



سیگنال $x(1-t)[u(t+1) - u(2-3t)]$ را رسم کنید. (۲.۵ نمره)

سوال ۹ - معکوس پذیری سیستم‌های زیر را بررسی کنید (برای معکوس پذیر نبودن، ارائه مثال نقض کافی است). (۵ نمره)

$$a. y(t) = tx(t)$$

$$b. y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

بخش عملی (۲۷ نمره)

برای راحتی کار بهتر است که از **Jupyter** استفاده کنید اما اگر با نصب آن مشکل دارید، می‌توانید بدون ژوپیتتر سیگنال‌ها را رسم کرده و عکس نمودارها را در گزارش خود قرار دهید.

در این تمرین می‌خواهیم ابتدا کمی با چگونگی تعریف و رسم سیگنال‌ها در پایتون به کمک کتابخانه‌های NumPy و Matplotlib آشنا بشیم. در بخش دوم که امتیازی هست هم قراره سعی کنیم ویژگی‌های یک سیستم ناشناخته رو حدس بزنیم. برای این قسمت نیاز به کتابخانه **requests** داریم. پس قبل از شروع کار کتابخانه‌های لازم رو با **pip** نصب کنید:

```
pip install numpy matplotlib requests
```

سپس فایل **SS1.ipynb** که در اختیارتون قرار گرفته رو باز کنید.

الف) برای اینکه بتونیم یه سیگنال رو بررسی کنیم یکی از راه‌هایی که میتونه به ما کمک کنه اینه که سیگنال رو رسم کنیم. توی بخش اول یاد می‌گیریم که چطور سیگنال‌های گسسته و پیوسته رو رسم کنیم و با رسم ۶ تا سیگنالی که براتون قرار دادیم این کارو تمرین می‌کنید. پیشنهاد ما اینه که قبل اینکه رسم کنید و شکل هر سیگنال رو ببینید سعی کنید به طور حدودی نتیجه رو حدس بزنید و با خروجی کد مقایسه کنید.

a. Continuous-Time Signals:

$$x_1(t) = e^{0.5t}u(-t + 4) ; \quad step = 0.01 ; \quad interval = [-10, 10]$$

$$x_2(t) = \begin{cases} -1, & t < -1 \\ t, & -1 \leq t \leq 1 \\ \cos(t - 1), & t > 1 \end{cases} ; \quad step = 0.01 ; \quad interval = [-4, 4]$$

$$x_3(t) = \sum_{n=-20}^{20} e^{-|2t+n|} ; \quad step = 0.01 ; \quad interval = [-5, 5]$$

b. Discrete-Time Signals:

$$x_1[n] = \sin(2.3\pi n) + \cos(4.3\pi n) ; \quad interval = [-20, 20]$$

$$x_2[n] = \sin(4.3\pi n) + \cos(6.3\pi n); interval = [-20, 20]$$

$$x_3[n] = u[n - 3] - u[-n + 3] + 2\delta[n] ; \quad interval = [-10, 10]$$

ب) (امتیازی) یکی از اهداف ما در این درس تحلیل رفتار سیستم‌ها هستش. در خیلی از موارد ما تعریف دقیقی از رفتار سیستم (به شکل یک معادله صریح) نداریم. در این بخش می‌خواهیم سعی کنیم ویژگی‌های **خطی بودن** و **تغییرناپذیری با زمان** یک سیستم ناشناخته‌ی **گسسته-زمان** که در اختیارمون قرار گرفته رو با دادن چند سیگنال به عنوان ورودی و بررسی خروجی سیستم به ازای اون ورودی، حدس بزنیم. برای این کار ابتدا فایل `system.py` که در اختیارتون قرار گرفته رو `import` کردیم:

```
from system import get_system_output
```

سپس یک سیگنال (که فکر می‌کنید بهتر یک ویژگی خاصی از سیستم رو میتونه مشخص کنه) به صورت دو آرایه n و $x[n]$ با NumPy تعریف کنید و به تابع `get_system_output` بدید تا خروجی سیستم رو به شکل یک سیگنال مشابه ورودی دریافت کنید.

```
n1, y_n1 = get_system_output(n=n, x_n=x_n)
```

این کار رو با دادن چند سیگنال مختلف به عنوان ورودی تکرار کنید تا ۲ ویژگی خواسته شده پیدا بشن. در هر مرحله بهتره به کمک تابعی که در بخش الف تمرین نوشتید سیگنال‌های ورودی و خروجی رو رسم کنید تا درک بهتری از کار داشته باشید.

- توجه کنید که در اینجا به دنبال اثبات ویژگی‌های یک سیستم (مانند کاری که در بخش تئوری درس انجام میدیم) نیستیم. همچنین سعی کنید سیگنال‌هایی که ورودی می‌دهید خیلی حالت ساده و خاص (مثلا $x[n] = 0$ نباشه) تا بتونید از روی خروجی حدس بهتری بزنید.

در نهایت مواردی که برای کشف ویژگی‌ها امتحان کردید را به همراه ویژگی‌های سیستم و چرایی آن گزارش دهید.