



به نام خدا
دانشگاه تهران
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



درس هوش مصنوعی قابل اعتماد

تمرین سوم

نام و نام خانوادگی	محمد رضا سلیمی
شماره دانشجویی	810102178

فهرست

1.....	پاسخ 1
1.....	زیر بخش الف
4.....	زیر بخش دوم :
6.....	پاسخ ۲
8.....	پاسخ ۳
8.....	زیر بخش الف
9.....	زیر بخش دوم
13.....	زیر بخش سوم
15.....	زیر بخش چهارم
17.....	زیر بخش پنجم
20.....	پاسخ ۴
26.....	پاسخ 5
26.....	زیر بخش اول
27.....	زیر بخش دوم
28.....	زیر بخش سوم
30.....	زیر بخش چهارم :
31.....	زیر بخش پنجم
32.....	زیر بخش ششم
36.....	پاسخ 6
36.....	زیر بخش اول
37.....	زیر بخش دوم

زیر بخش الف

محاسبه مقدار $P_X(Y = 1 | A = 0)$

با توجه به قانون احتمال کل داریم :

$$P_X(Y = 1 | A = 0) = P_X(Y = 1 | A = 0, S = L) \cdot P_X(S = L | A = 0) + P_X(Y = 1 | A = 0, S = R) \cdot P_X(S = R | A = 0)$$

اکنون نیاز داریم که $P_X(S = L | A = 0)$ و $P_X(S = R | A = 0)$ را محاسبه کنیم

محاسبه $P_X(S = L | A = 0)$:

با استفاده از قانون بیز داریم :

$$P_X(S = L | A = 0) = \frac{P_X(A = 0 | S = L) \cdot P_X(S = L)}{P_X(A = 0)}$$

محاسبه $P_X(A = 0)$

$$P_X(A = 0) = P_X(A = 0 | S = L) \cdot P_X(S = L) + P_X(A = 0 | S = R) \cdot P_X(S = R)$$

داریم :

$$P_X(A = 0 | S = L) = 1 - P_X(A = N | S = L) = 1 - 0.77 = 0.23$$

$$P_X(A = 0 | S = R) = 1 - P_X(A = N | S = R) = 1 - 0.77 = 0.23$$

$$P_X(S = L) = 0.49$$

$$P_X(S = R) = 1 - P_X(S = L) = 1 - 0.49 = 0.51$$

در نهایت برای $P_X(A = O)$ داریم :

$$P_X(A = O) = 0.23 \cdot 0.49 + 0.76 \cdot 0.51 = 0.1127 + 0.3876 = 0.5003$$

محاسبه $P_X(S = L | A = O)$

$$P_X(S = L | A = O) = \frac{0.23 \cdot 0.49}{0.5003} = \frac{0.1127}{0.5003} \approx 0.2252$$

محاسبه $P_X(S = R | A = O)$

با استفاده از قانون بیز و محاسبه $P_X(A = O)$ میتوانیم بنویسیم :

$$P_X(S = R | A = O) = \frac{P_X(A = O | S = R) \cdot P_X(S = R)}{P_X(A = O)} = \frac{0.76 \cdot 0.51}{0.5003} = \frac{0.3876}{0.5003} \approx 0.7748$$

محاسبه $P_X(Y = 1 | A = O)$

$$P_X(Y = 1 | A = O) = 0.69 \cdot 0.2252 + 0.87 \cdot 0.7748 = 0.1554 + 0.6741 = 0.8295$$

$$P_X(Y = 1 | A = O) \approx 0.83$$

محاسبه $P_X(Y = 1 | A = N)$

با استفاده از قانون احتمال کل داریم :

$$P_X(Y = 1 | A = N) = P_X(Y = 1 | A = N, S = L) \cdot P_X(S = L | A = N) + P_X(Y = 1 | A = N, S = R) \cdot P_X(S = R | A = N)$$

محاسبه $P_X(S = L | A = N)$:

با استفاده از قانون بیز داریم

$$P_X(S = L | A = N) = \frac{P_X(A = N | S = L) \cdot P_X(S = L)}{P_X(A = N)}$$

محاسبه $P_X(A = N)$

$$P_X(A = N) = P_X(A = N | S = L) \cdot P_X(S = L) + P_X(A = N | S = R) \cdot P_X(S = R)$$

با توجه به مقادیر داده شده داریم :

$$P_X(A = N | S = L) = 0.77$$

$$P_X(A = N | S = R) = 0.24$$

$$P_X(S = L) = 0.49$$

$$P_X(S = R) = 1 - P_X(S = L) = 1 - 0.49 = 0.51$$

در نهایت برای $P_X(A = N)$ داریم :

$$P_X(A = N) = 0.77 \cdot 0.49 + 0.24 \cdot 0.51 = 0.3773 + 0.1224 = 0.4997$$

در نهایت برای $P_X(S = L | A = N)$ داریم :

$$P_X(S = L | A = N) = \frac{0.77 \cdot 0.49}{0.4997} = \frac{0.3773}{0.4997} \approx 0.7552$$

محاسبه $P_X(S = R | A = N)$

$$P_X(S = R | A = N) = \frac{P_X(A = N | S = R) \cdot P_X(S = R)}{P_X(A = N)} = \frac{0.24 \cdot 0.51}{0.4997} = \frac{0.1224}{0.4997} \approx 0.2448$$

محاسبه $P_X(Y = 1 | A = N)$

$$P_X(Y = 1 | A = N) = 0.73 \cdot 0.7552 + 0.93 \cdot 0.2448 = 0.5513 + 0.2277 = 0.7790$$

بنابراین مقدار $P_X(Y = 1 | A = N)$ تقریباً 0.7790 بدست آمد

زیر بخش دوم :

محاسبه $P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O))$

در DAG داده شده که S پدر A و Y است $\text{do}(A=Y)$ عملاً تاثیر S بر A را از بین میبرد با این حال S همچنان بر Y اثر میگذارد

برای محاسبه $P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O))$ داریم

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O)) = \sum_s P_X(Y = 1 \mid A = O, S = s) \cdot P_X(S = s)$$

با توجه به فرمول بالا و مقادیر داده شده در صورت سوال داریم :

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O)) = P_X(Y = 1 \mid A = O, S = L) \cdot P_X(S = L) + P_X(Y = 1 \mid A = O, S = R) \cdot P_X(S = R)$$

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O)) = 0.69 \cdot 0.49 + 0.87 \cdot 0.51$$

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O)) = 0.3381 + 0.4437$$

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = O)) = 0.7818$$

بنابراین احتمال برداشتن سنگ کلیه پس از مداخله در جایی که بیمار درمان قدیمی را دریافت می کند تقریباً 0.7818 می باشد

محاسبه مقدار $P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = N))$

در DAG داده شده $\text{do}(A=N)$ تاثیر S بر A را حذف میکند اما همچنان S بر Y اثر میگذارد .

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = N)) = \sum_s P_X(Y = 1 \mid A = N, S = s) \cdot P_X(S = s)$$

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = N)) = P_X(Y = 1 \mid A = N, S = L) \cdot P_X(S = L) + P_X(Y = 1 \mid A = N, S = R) \cdot P_X(S = R)$$

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = N)) = 0.73 \cdot 0.49 + 0.93 \cdot 0.51$$

$$P_X(Y = 1 \mid \text{do}(A = N)) = 0.3577 + 0.4743 = 0.83$$

بنابراین احتمال برداشتن سنگ کلیه پس از مداخله در جایی که بیمار درمان جدید را دریافت می کند تقریباً 0.83 می باشد

محاسبات برای نمونه A

$$A = [\$75000, \$25000]$$

در ابتدا U_1 و U_2 را بدست می آوریم

$$U_1 = X_1 = 7500$$

$$25,000 = \frac{3}{10} \cdot 75,000 + U_2$$

$$25000 = 22500 + U_2 \longrightarrow U_2 = 2500$$

اکنون به معادله زیر می‌رسیم :

$$X_2 = \frac{3}{10} X_1 + 2500$$

اکنون محل برخورد معادله خط بالا با کلاسیفایر خطی را بدست می آوریم

$$X_2 = \frac{3}{10} X_1 + 2500$$

$$X_2 + 5X_1 = 225000$$

از حل دو معادله دو مجهول بالا X_1 و X_2 اینگونه بدست می آید :

$$X_1 = 85000, X_2 = 28000$$

برای هزینه داریم :

$$\text{Cost} = \frac{85000 - 75000 = 1000}{10^5} = 0.1$$

برای نمونه B داریم :

$$A = [\$70000, \$23800]$$

$$U_1 = X_1 = 70000$$

$$23800 = \frac{3}{10} \cdot 70,000 + U_2$$

$$U_2 = 2800$$

با جایگذاری به این معادله می‌رسیم

$$X_2 = \frac{3}{10} X_1 + 2800$$

اکنون محل برخورد معادله خط بالا با کلاسیفایر خطی را بدست می‌آوریم

$$X_2 = \frac{3}{10} X_1 + 2800$$

$$X_2 + 5X_1 = 225000$$

در نهایت X_1 و X_2 میشود :

$$X_1 = 84400$$

$$X_2 = 28120$$

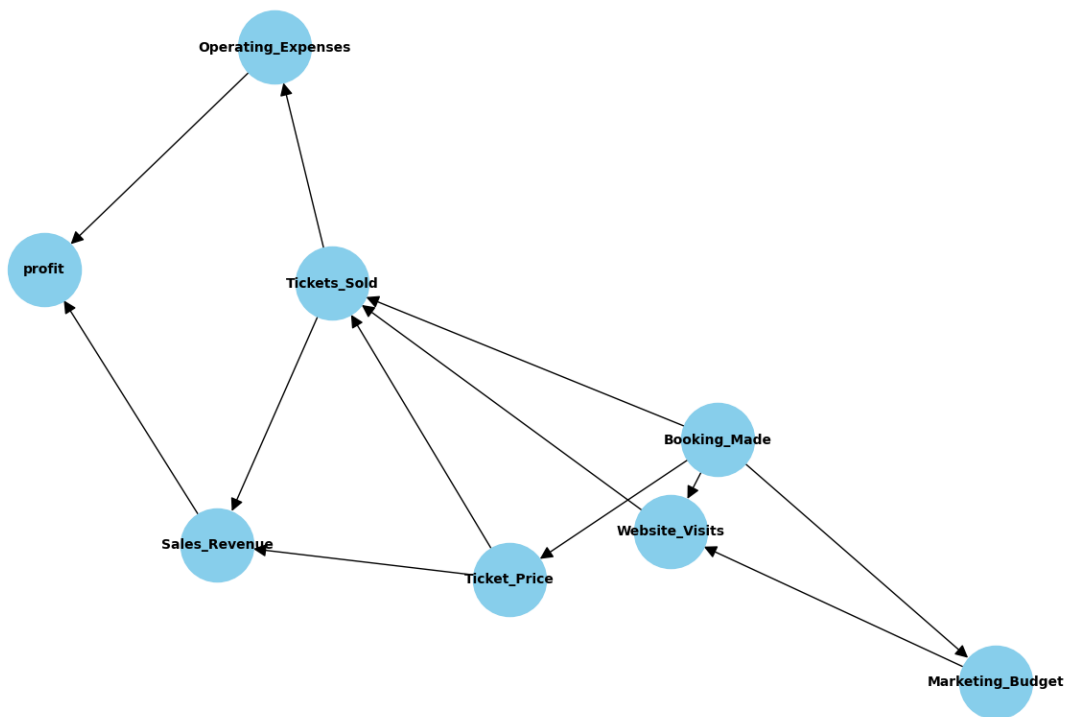
هزینه میشود :

$$\text{Cost} = \frac{84400 - 70000 = 14400}{70000 + 23800 = 93800} = 0.15$$

زیر بخش الف

ابتدا گراف علی را با استفاده از networkx رسم کرده ایم

Causal Graph



Booking_Mode بر Marketing_Budget، Website_Visits، Tickets_Sold و Ticket_Price تأثیر می‌گذارد.

Marketing_Budget بر Website_Visits و Operating_Expenses تأثیر می‌گذارد.

Website_Visits بر Tickets_Sold تأثیر می‌گذارد.

Ticket_Price بر Tickets_Sold و Sales_Revenue تأثیر می‌گذارد.

Tickets_Sold بر Sales_Revenue و Operating_Expenses تأثیر می‌گذارد.

Sales_Revenue و Operating_Expenses بر profit تأثیر می‌گذارند.

این روابط همگی به درستی در گراف نشان داده شده‌اند

زیر بخش دوم

برای مدلسازی یک مدل علی ساختاری (Structural Causal Model - SCM) بر اساس گراف علی رسم شده، از رگرسیون خطی استفاده کرده ایم. در این مدل، هر متغیر به صورت یک تابع خطی از متغیرهای علی (والدین) خود و یک جمله نویز در نظر گرفته می‌شود. توزیع نویز را به صورت گوسی سفید فرض کرده ایم.

دلایل استفاده از نویز سفید گاوسی

میانگین صفر: فرض میانگین صفر برای نویز، معادلات رگرسیون را ساده‌تر می‌کند. این فرض باعث می‌شود که جمله خطا (نویز) تأثیری بر میانگین متغیر وابسته نداشته باشد و تخمین‌های پارامترها دقیق‌تر باشند.

واریانس ثابت: فرض واریانس ثابت (همسانی واریانس) برای نویز، یکی از فروض اساسی رگرسیون خطی کلاسیک است. این فرض به تخمین‌های پایدار و قابل اعتماد برای پارامترهای مدل کمک می‌کند.

استقلال مقادیر نویز: فرض استقلال مقادیر نویز، از وابستگی زمانی یا مکانی بین خطاها جلوگیری می‌کند. این فرض برای تحلیل‌های آماری استاندارد و برازش مدل‌های رگرسیون بسیار مهم است.

در نتیجه برای داده‌های ما، فرض نویز سفید گاوسی مناسب است و می‌تواند نتایج قابل اعتمادی ارائه دهد. این فرض‌ها به ما کمک می‌کند تا از ابزارهای آماری استاندارد برای تحلیل و برازش مدل‌ها استفاده کنیم و نتایج دقیق‌تری به دست آوریم.

ضرایب رگرسیون همراه با واریانس نویز را در جدول زیر آورده ایم

Model	Parameters	Variance of Noise
Marketing_Budget	{'const': 1298.810581, 'Booking_Made': 1368.006193}	14632.15
Website_Visits	{'const': 11090.272014, 'Booking_Made': 7699.751795, 'Marketing_Budget': 0.498163}	102775

Ticket_Price	{'const': 999.817506, 'Booking_Made': -92.024321}	116.091
Tickets_Sold	{'const': 4206.538269, 'Booking_Made': 764.685857, 'Website_Visits': 0.270975, 'Ticket_Price': -5.023878}	10129.02
Sales_Revenue	{'const': -6121791.00, 'Tickets_Sold': 1000.00, 'Ticket_Price': 6118.32}	1.41E+08
Operating_Expenses	{'const': 500011.095590, 'Marketing_Budget': 0.997246, 'Tickets_Sold': 500.000337}	36.99078
Profit	{'const': -2.291973e-09, 'Sales_Revenue': 1.000000, 'Operating_Expenses': -1.000000}	1.59E-19

تحلیل نتایج

Marketing_Budget

:Parameters

Intercept (const): 1298.81

Booking_Made: 1368.01

Variance of noise: 14632.15

تفسیر:

بودجه بازاریابی به ازای هر رزرو انجام شده، به طور متوسط 1368.01 واحد افزایش می‌یابد.

واریانس نویز نسبتاً بالا است، که نشان می‌دهد ممکن است عوامل دیگری نیز بر بودجه بازاریابی تأثیرگذار باشند که در مدل در نظر گرفته نشده‌اند.

Website_Visits

:Parameters

Intercept (const): 11090.27

Booking_Made: 7699.75

Marketing_Budget: 0.50

Variance of noise: 102774.97

تفسیر:

هر رزرو انجام شده به طور متوسط تعداد بازدیدهای وبسایت را به میزان 7699.75 افزایش می‌دهد. هر واحد افزایش در بودجه بازاریابی باعث افزایش بازدیدهای وبسایت به میزان 0.50 واحد می‌شود. واریانس نویز بسیار بالا است، که نشان می‌دهد تغییرات زیادی در داده‌ها وجود دارد که مدل نمی‌تواند توضیح دهد.

Ticket_Price

:Parameters

Intercept (const): 999.82

Booking_Made: -92.02

Variance of noise: 116.09

تفسیر:

هر رزرو انجام شده به طور متوسط قیمت بلیط را به میزان 92.02 واحد کاهش می‌دهد. واریانس نویز نسبتاً کم است، که نشان می‌دهد مدل توانسته تغییرات قیمت بلیط را به خوبی توضیح دهد.

Tickets_Sold

:Parameters

Intercept (const): 4206.54

Booking_Made: 764.69

Website_Visits: 0.27

Ticket_Price: -5.02

Variance of noise: 10129.02

تفسیر:

هر رزرو انجام شده تعداد بلیط‌های فروخته شده را به میزان 764.69 افزایش می‌دهد.
 هر بازدید از وبسایت باعث افزایش فروش بلیط به میزان 0.27 واحد می‌شود.
 هر واحد افزایش در قیمت بلیط باعث کاهش فروش بلیط به میزان 5.02 واحد می‌شود.
 واریانس نویز بالا است، که نشان می‌دهد عوامل دیگری نیز بر فروش بلیط تأثیرگذار هستند که در مدل در نظر گرفته نشده‌اند.

Sales_Revenue

.Parameters

Intercept (const): -6121791.00

Tickets_Sold: 1000.00

Ticket_Price: 6118.32

Variance of noise: 140627890.18

تفسیر:

هر بلیط فروخته شده به طور متوسط درآمد فروش را به میزان 1000.00 واحد افزایش می‌دهد.
 هر واحد افزایش در قیمت بلیط باعث افزایش درآمد فروش به میزان 6118.32 واحد می‌شود.
 واریانس نویز بسیار بالا است، که نشان می‌دهد تغییرات زیادی در داده‌ها وجود دارد که مدل نمی‌تواند توضیح دهد.

Operating_Expenses

.Parameters

Intercept (const): 500011.10

Marketing_Budget: 0.997

Tickets_Sold: 500.00

Variance of noise: 36.99

تفسیر:

هر واحد افزایش در بودجه بازاریابی باعث افزایش هزینه‌های عملیاتی به میزان 0.997 واحد می‌شود.
 هر بلیط فروخته شده هزینه‌های عملیاتی را به میزان 500.00 واحد افزایش می‌دهد.

واریانس نویز بسیار کم است، که نشان می‌دهد مدل توانسته تغییرات هزینه‌های عملیاتی را به خوبی توضیح دهد.

Profit

Parameters

Intercept (const): -2.29e-09

Sales_Revenue: 1.00

Operating_Expenses: -1.00

Variance of noise: 1.59e-19

تفسیر:

درآمد فروش به طور کامل بر سود تأثیر می‌گذارد (ضریب 1.00).

هزینه‌های عملیاتی به طور کامل بر سود تأثیر می‌گذارد (ضریب -1.00).

واریانس نویز بسیار ناچیز است، که نشان می‌دهد مدل تقریباً تمام تغییرات سود را توضیح می‌دهد.

زیر بخش سوم

برای محاسبه سهم هر یک از متغیرهای Sales_Revenue و Operating_Expenses در واریانس سود، ابتدا باید واریانس سود را محاسبه کنیم و سپس سهم هر متغیر را در این واریانس بیابیم.

مرحله 1: محاسبه واریانس سود

واریانس سود به عنوان جمع جبری واریانس‌های ورودی‌ها (درآمد فروش و هزینه‌های عملیاتی) محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه ضرایب در مدل سود برابر با 1 و -1 هستند، واریانس سود به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{Var(Profit)} = \text{Var(Operating_Expenses)} + \text{Var(Sales_Revenue)}$$

مرحله 2: محاسبه سهم هر متغیر در واریانس سود

با توجه به ضرایب واریانس‌ها و اینکه ضرایب در مدل سود 1 و -1 هستند، سهم هر متغیر در واریانس سود به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{Share of Sales_Revenue} = \frac{\text{Var}(\text{Sales_Revenue})}{\text{Var}(\text{Profit})}$$

$$\text{Share of Operating_Expenses} = \frac{\text{Var}(\text{Operating_Expenses})}{\text{Var}(\text{Profit})}$$

داده‌های موجود:

واریانس درآمد فروش:

140627890.18

140627890.18

واریانس هزینه‌های عملیاتی:

36.99

36.99

محاسبه واریانس سود

$$\text{Var}(\text{Profit}) = 140627890.18 + 36.99 = 140627927.17$$

محاسبه سهم هر متغیر در واریانس سود

$$\text{Share of Sales_Revenue} = \frac{140627890.18}{140627927.17} = 0.999999$$

$$\text{Share of Operating_Expenses} = \frac{36.99}{140627927.17} = 0.000000263$$

تفسیر

درآمد فروش (Sales_Revenue) تقریباً 99.9999٪ از واریانس سود را تشکیل می‌دهد.

هزینه‌های عملیاتی (Operating_Expenses) تنها 0.0000263٪ از واریانس سود را تشکیل

می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در نمودار علی و با توجه به محاسبات انجام شده، مشخص است که:

درآمد فروش (Sales_Revenue) تأثیر بسیار زیادی بر واریانس سود دارد و تقریباً تمام تغییرات در سود را توضیح می‌دهد.

هزینه‌های عملیاتی (Operating_Expenses) تأثیر بسیار کمتری بر واریانس سود دارد و نقش ناچیزی در تغییرات سود ایفا می‌کند.

شاید در نگاه اول نتایج منطقی به نظر نرسد اما اگر به دنیای واقعی نگاه کنیم در کسب‌وکارهای واقعی، معمولاً درآمد فروش متغیرتر و تاثیرگذارتر از هزینه‌های عملیاتی است. بنابراین به نظر من، نتایج به دست آمده منطقی به نظر می‌رسند زیرا درآمد فروش به دلیل تغییرات بزرگتر و مستقیم بر سود، بیشترین تأثیر را بر واریانس سود دارد و همچنین هزینه‌های عملیاتی به دلیل تغییرات کمتر و نسبی تأثیرگذاری کمتر، تأثیر کمتری بر واریانس سود دارد. از دیدگاه دیگر درآمد فروش به طور مستقیم سود را تحت تأثیر قرار می‌دهد، زیرا سود به صورت تفاضل درآمد از هزینه‌ها تعریف می‌شود. هر افزایش یا کاهش در درآمد فروش مستقیماً و به همان میزان سود را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در حالی که هزینه‌های عملیاتی نیز سود را تحت تأثیر قرار می‌دهند، مقدار مطلق هزینه‌های عملیاتی معمولاً کمتر از درآمد فروش است. بنابراین، تغییرات کوچک در هزینه‌های عملیاتی تأثیر کمتری بر سود دارد نسبت به تغییرات در درآمد فروش.

زیر بخش چهارم

برای بررسی اینکه کدام یک از عوامل سیستم بیشترین تأثیر را در ایجاد واریانس سود دارند، نیاز است که به نمودار علی و روابط بین متغیرها نگاه کنیم و تأثیر مستقیم و غیرمستقیم هر متغیر بر سود را محاسبه کنیم.

از این روابط، مشخص است که Sales_Revenue و Operating_Expenses به طور مستقیم بر Profit (سود) تأثیر می‌گذارند. برای بررسی تأثیر غیرمستقیم، باید ببینیم که چه عواملی بر Sales_Revenue و Operating_Expenses تأثیر دارند

برای محاسبه سهم هر متغیر کلیدی، باید واریانس هر متغیر و تأثیر آن بر سود را بررسی کنیم.

محاسبه سهم هر متغیر کلیدی

Sales_Revenue

$$\text{Share of Sales_Revenue} = \frac{140627890.18}{140627927.17} = 0.999999$$

Operating_Expenses

$$\text{Share of Operating_Expenses} = \frac{36.99}{140627927.17} = 0.000000263$$

محاسبات تأثیر غیرمستقیم:

تأثیر غیرمستقیم Website_Visits بر سود از طریق Tickets_Sold و Sales_Revenue:

Website_Visits -> Tickets_Sold -> Sales_Revenue -> Profit

$$(7699.75^2) * (0.27^2) * (1000.00^2) * (1.00^2) = 4.33e+13$$

تأثیر غیرمستقیم Ticket_Price بر سود از طریق Tickets_Sold و Sales_Revenue

Ticket_Price -> Tickets_Sold -> Sales_Revenue -> Profit

تأثیر غیرمستقیم Marketing_Budget بر سود از طریق Operating_Expenses

Marketing_Budget -> Operating_Expenses -> Profit

نتیجه گیری :

تأثیر مستقیم Sales_Revenue بر سود: بیشترین تأثیر را دارد و واریانس آن بسیار بالاست.

تأثیر غیرمستقیم Website_Visits بر سود از طریق Tickets_Sold و Sales_Revenue: تأثیر قابل توجهی

دارد اما کمتر از Sales_Revenue.

تأثیر غیرمستقیم Ticket_Price بر سود از طریق Tickets_Sold و Sales_Revenue: تأثیر قابل توجه

دارد ولی کمتر از Website_Visits.

تأثیر غیرمستقیم Marketing_Budget بر سود از طریق Operating_Expenses: تأثیر کمتری دارد.
بنابراین، Sales_Revenue (درآمد فروش) بیشترین تأثیر را در ایجاد واریانس سود دارد. پس از آن،
Website_Visits و Ticket_Price نیز تأثیرات مهمی دارند اما به اندازه Sales_Revenue نیستند.

زیر بخش پنجم

برای پاسخ به سوال شما، ابتدا باید سود روز اول سال جدید را با سود روز اول سال گذشته مقایسه کنیم
و سپس عواملی که باعث تغییر سود شده‌اند را بررسی کنیم.

داده‌های روز اول سال جدید:

Marketing_Budget: \$2,079.01

Website_Visits: 21,110

Ticket_Price: \$700.47

Tickets_Sold: 7,987

Sales_Revenue: \$5,594,652.87

Operating_Expenses: \$4,495,588.74

Profit: \$1,099,064.13

داده‌های روز اول سال گذشته:

Marketing_Budget: \$1,217.74

Website_Visits: 11,789

Ticket_Price: \$1,000.00

Tickets_Sold: 2,389

Sales_Revenue: \$2,389,000.00

Operating_Expenses: \$1,695,726.99

Profit: \$693,273.00

محاسبه تغییرات

. تغییر در سود:

تغییر سود=سود روز اول سال جدید - سود روز اول سال گذشته

$$405,791.13\$ = 693,273.00 \$ - 1,099,064.13\$ = \text{تغییر سود}$$

نتیجه:

سود روز اول سال جدید نسبت به روز اول سال گذشته افزایش یافته است.

تحلیل عوامل تغییر سود:

1. درآمد فروش (Sales_Revenue):

$$3,205,652.87\$ = 2,389,000.00\$ - 5,594,652.87\$ = \text{تغییر درآمد فروش}$$

درآمد فروش به طور قابل توجهی افزایش یافته است. این افزایش می‌تواند ناشی از افزایش تعداد بلیط‌های فروخته شده و تغییر در قیمت بلیط باشد

2. هزینه‌های عملیاتی (Operating_Expenses):

$$2,799,861.75\$ = 1,695,726.99\$ - 4,495,588.74\$ = \text{تغییر هزینه‌های عملیاتی}$$

هزینه‌های عملیاتی نیز به طور قابل توجهی افزایش یافته است.

بررسی جزئیات تغییرات:

تعداد بلیط‌های فروخته شده (Tickets_Sold):

$$5,598 = 2,389 - 7,987 = \text{تغییر تعداد بلیط‌های فروخته شده}$$

تعداد بلیط‌های فروخته شده به طور قابل توجهی افزایش یافته است.

قیمت بلیط (Ticket_Price):

$$299.53\$ = 1,000.00\$ - 700.47\$ = \text{تغییر قیمت بلیط}$$

قیمت بلیط کاهش یافته است، اما افزایش تعداد بلیط‌های فروخته شده این کاهش را جبران کرده است.

بازدیدهای وبسایت (Website_Visits):

$$9,321 = 11,789 - 21,110 = \text{تغییر بازدیدهای وبسایت}$$

بازدیدهای وبسایت نیز به طور قابل توجهی افزایش یافته است که می‌تواند به افزایش تعداد بلیط‌های فروخته شده کمک کرده باشد

بودجه بازاریابی (Marketing_Budget):

$$861.27\$ = 1,217.74\$ - 2,079.01\$$$

بودجه بازاریابی نیز افزایش یافته است که می‌تواند به افزایش بازدیدهای وبسایت و فروش بلیط کمک کرده باشد.

استدلال:

افزایش تعداد بلیط‌های فروخته شده و افزایش درآمد فروش اصلی‌ترین عوامل افزایش سود هستند. این افزایش ناشی از افزایش بازدیدهای وبسایت و احتمالاً تلاش‌های بازاریابی بیشتر است.

کاهش قیمت بلیط ممکن است به جذب بیشتر مشتریان کمک کرده باشد، که منجر به افزایش تعداد بلیط‌های فروخته شده شده است.

افزایش هزینه‌های عملیاتی تأثیر منفی بر سود داشته است، اما افزایش درآمد فروش این تأثیر منفی را جبران کرده است.

نتیجه‌گیری نهایی

سود روز اول سال جدید نسبت به روز اول سال گذشته افزایش یافته است، و این افزایش عمدتاً به دلیل افزایش تعداد بلیط‌های فروخته شده و درآمد فروش است. افزایش هزینه‌های عملیاتی نیز وجود داشته، اما تأثیر آن توسط افزایش درآمد فروش جبران شده است.

محاسبه مقدار $E_{W,Z}E_Y[y | t, W, Z]$

می‌خواهیم اثر انسولین (T) بر گلوکز خون (Y) را تخمین بزنیم. برای این کار، از یک مدل رگرسیون استفاده کرده‌ایم که با توجه به نمودار علی داده شده، رابطه بین سن (W)، فشار خون (Z)، و گلوکز خون (Y) را در نظر می‌گیرد.

در کدی که برای این قسمت نوشتیم نتایج زیر حاصل شده است.

مقدار Intercept (عرض از مبدا) برابر 0.0577 شد که این مقدار نشان می‌دهد که وقتی همه متغیرهای مستقل (انسولین، سن و فشار خون) صفر باشند، میانگین گلوکز خون حدود 0.0577 است.

ضریب Insulin (انسولین) برابر 5.718×10^{-10} این ضریب نشان می‌دهد که تاثیر مستقیم انسولین بر گلوکز خون بسیار کوچک است و عملاً ناچیز است. همچنین مقدار p-value برای این ضریب (0.105) بیشتر از 0.05 است که نشان می‌دهد این ضریب از نظر آماری معنادار نیست.

ضریب Age (سن) برابر 1.6409 شد که این ضریب نشان می‌دهد که با افزایش هر واحد در سن، میانگین گلوکز خون به میزان 1.6409 واحد افزایش می‌یابد. این ضریب از نظر آماری بسیار معنادار است (p-value تقریباً صفر).

ضریب Blood Pressure (فشار خون) برابر 0.6507 شد که این ضریب نشان می‌دهد که با افزایش هر واحد در فشار خون، میانگین گلوکز خون به میزان 0.6507 واحد افزایش می‌یابد. این ضریب نیز از نظر آماری بسیار معنادار است (p-value تقریباً صفر).

در نتیجه معادله خطی که از رگرسیون بدست می‌آید اینگونه است

$$E_{W,Z}E_Y[y | t, W, Z] = Z \cdot 0.6507 + W \cdot 1.6409 + t \cdot (15^{-10} \times 5.718) + 0.0577$$

به طور خلاصه، این معادله به ما نشان می‌دهد که:

هر چه سن (W) بیشتر شود، گلوکز خون (Y) به طور متوسط 1.6409 واحد افزایش می‌یابد.
 هر چه فشار خون (Z) بیشتر شود، گلوکز خون (Y) به طور متوسط 0.6507 واحد افزایش می‌یابد.
 تاثیر انسولین (T) بر گلوکز خون بسیار کوچک و در حد 5.718×10^{-15} است، که به این معنی است که انسولین در این مدل اثر قابل توجهی ندارد

شاخص های آماری دیگر

R-squared: 1.000

این مقدار نشان می‌دهد که مدل تقریباً تمام واریانس گلوکز خون را توضیح می‌دهد. به عبارت دیگر، مدل بسیار خوب عمل کرده است.

Adjusted R-squared: 1.000

این مقدار نیز مشابه R-squared است و نشان می‌دهد که مدل با در نظر گرفتن تعداد متغیرهای مستقل، عملکرد بسیار خوبی داشته است.

F-statistic : 4.105×10^{30}

این شاخص نشان می‌دهد که مدل به طور کلی از نظر آماری معنادار است

محاسبه $E_W E_Y [y | t, W]$

مانند قبل اینبار هم رگرسیون را انجام داده ایم که نتایج زیر حاصل شده است
 مقدار Intercept (عرض از مبدا) برابر 0.008 شده است این مقدار نشان می‌دهد که وقتی همه متغیرهای مستقل (انسولین و سن) صفر باشند، میانگین گلوکز خون حدود 0.0080 است.

ضریب Insulin (انسولین) برابر 4.996×10^{-16} شده است این ضریب نشان می‌دهد که تاثیر مستقیم انسولین بر گلوکز خون بسیار کوچک است و عملاً ناچیز است. همچنین مقدار p-value برای این ضریب (0.337) بیشتر از 0.05 است که نشان می‌دهد این ضریب از نظر آماری معنادار نیست

ضریب سن برابر 2.0579 شده است این ضریب نشان می‌دهد که با افزایش هر واحد در سن، میانگین گلوکز خون به میزان 2.0579 واحد افزایش می‌یابد. این ضریب از نظر آماری بسیار معنادار است (p-value تقریباً صفر).

در نتیجه معادله حاصل اینگونه میشود :

$$E_W E_Y[y | t, W] = 0.0080 + (4.996 \times 10^{-16}) \cdot t + 2.0579 \cdot W$$

این فرمول نشان می‌دهد که:

مقدار ثابت (Intercept) برابر با 0.0080 است.

ضریب انسولین (Insulin) برابر با 4.996×10^{-16} است که تاثیر بسیار ناچیزی دارد.

ضریب سن (Age) برابر با 2.0579 است که نشان‌دهنده تاثیر قابل توجه سن بر گلوکز خون است.

شاخص های آماری دیگر

R-squared: 1.000

این مقدار نشان می‌دهد که مدل تقریباً تمام واریانس گلوکز خون را توضیح می‌دهد. به عبارت دیگر، مدل بسیار خوب عمل کرده است.

Adjusted R-squared: 1.000

این مقدار نیز مشابه R-squared است و نشان می‌دهد که مدل با در نظر گرفتن تعداد متغیرهای مستقل، عملکرد بسیار خوبی داشته است.

F-statistic: 1.926×10^{31}

این شاخص نشان می‌دهد که مدل به طور کلی از نظر آماری معنادار است.

محاسبه $E_Y[y | t]$

نتایج حاصل از رگرسیون اینگونه شده است

Intercept (عرض از مبدا) برابر 120.6484 که این مقدار نشان می‌دهد که زمانی که سطح انسولین صفر باشد، میانگین گلوکز خون حدود 120.6484 است.

ضریب انسولین (انسولین) برابر 3.6191 که این ضریب نشان می‌دهد که با افزایش هر واحد در سطح انسولین، میانگین گلوکز خون به میزان 3.6191 واحد افزایش می‌یابد. این ضریب از نظر آماری بسیار معنادار است (p-value تقریباً صفر).

فرمول حاصل از رگرسیون اینگونه میشود

$$E_Y[y | t] = 120.6484 + 3.6191 \cdot t$$

این فرمول نشان می‌دهد که برای هر واحد افزایش در سطح انسولین، سطح گلوکز خون به طور میانگین 3.6191 واحد افزایش می‌یابد.

دیگر نتایج آماری

R-squared: 0.132

این مقدار نشان می‌دهد که مدل حدود 13.2 درصد از واریانس گلوکز خون را توضیح می‌دهد. این مقدار نشان می‌دهد که انسولین تنها بخشی از تغییرات گلوکز خون را توضیح می‌دهد و عوامل دیگری نیز تاثیرگذار هستند.

Adjusted R-squared: 0.132

این مقدار نیز مشابه R-squared است و نشان می‌دهد که مدل با در نظر گرفتن تعداد متغیرهای مستقل، عملکرد مشابهی دارد.

F-statistic: 758.9

این شاخص نشان می‌دهد که مدل به طور کلی از نظر آماری معنادار است

بخش دوم سوال :

عبارت $E_{W,Z}E_Y[y | t, W, Z]$ مقدار مورد انتظار Y با توجه به T، W و Z، میانگین‌گیری شده بر روی W و Z را نشان می‌دهد.

این شامل هر دو اثر مستقیم و غیرمستقیم است.

عبارت $E_W E_Y[y | t, W]$ مقدار مورد انتظار Y با توجه به T، W، میانگین‌گیری شده بر روی W و Z را نشان می‌دهد.

این شامل هر دو اثر مستقیم و غیرمستقیم است اما Z را کنترل نمی‌کند.

عبارت $E_Y[y | t]$ مقدار مورد انتظار Y با توجه به تنها T را نشان می‌دهد

این عبارت هیچ متغیر مخدوش‌کننده‌ای را کنترل نمی‌کند و شامل هر دو اثر مستقیم و غیرمستقیم است.

برای یافتن اثر علی T بر Y، نیاز است که از do operation استفاده کنیم تا اثر T را از متغیرهای مخدوش کننده جدا کنیم. هر عبارت را بررسی می کنیم تا ببینیم آیا به درستی اثر علی را نشان می دهد یا خیر

با توجه به گراف علی، می بینیم که:

$$E[Y | do(T = t)] = E[Y | T = t, W, Z]$$

زیرا Y به طور شرطی مستقل از T با توجه به W و Z است. بنابراین، این عبارت اثرات مخدوش کننده W و Z را کنترل می کند و مناسب برای جدا کردن اثر علی T است

$$E[Y | do(T = t)] \neq E[Y | T = t, W]$$

زیرا این عبارت Z را کنترل نمی کند. فرزند هر دو T و Y است

$$E[Y | do(T = t)] \neq E[Y | T = t]$$

زیرا این عبارت W و Z را کنترل نمی کند و منجر به مخدوش سازی از هر دو متغیر می شود.

اثبات با استفاده از عملیات Do

$$\text{عبارت 1: } E_{W,Z} E_Y[y | t, W, Z]$$

$$E[Y | do(T = t)] = \iint E[Y | T = t, W = w, Z = z] P(W = w) P(Z = z | W = w, T = t) dw dz$$

با توجه به استقلال شرطی و گراف علی، این به شکل ساده تری می شود:

$$E[Y | do(T = t)] = E[Y | T = t, W, Z]$$

میانگین گیری بر روی W و Z:

این به درستی اثر علی را نشان می دهد زیرا هر دو مخدوش کننده W و Z را کنترل می کند

$$\text{عبارت 2: } E_W E_Y[y | t, W]$$

$$E[Y | do(T = t)] \neq E[Y | T = t, W]$$

زیرا Z را کنترل نمیکند

عبارت 3: $E_Y[y | t]$

$$E[Y | do(T = t)] \neq E[Y | T = t]$$

زیرا Z و W را کنترل نمیکند

نتیجه گیری

با توجه به استفاده از عملیات do و کنترل متغیرهای مخدوش کننده، عبارت $E_{W,Z}E_Y[y | t, W, Z]$ بهترین نمایشگر اثر علی انسولین (T) بر گلوکز خون (Y) است. این عبارت به درستی اثرات مخدوش کننده W (سن) و Z (فشار خون) را کنترل می کند و دقیق ترین نمایشگر رابطه علی است.

زیر بخش اول

در ابتدا تابع `process_health_data` تکمیل کرده ام که محدودیت های زیر لحاظ شود

insulin.blood glucose تنها ویژگی های actionable باشند

مقادیر blood pressure , insulin , blood glucose از حداکثر و حداقل مقادیر موجود در دیتاست

بالتر نرود

تابع را به این شکل تکمیل کرده ام

```
def process_health_data():
    df = pd.read_csv('data/health.csv')

    X_health = df[['age', 'insulin', 'blood_glucose', 'blood_pressure']].values
    Y_health = df['category'].values

    # Creating the scaler instance
    scaler = StandardScaler()

    # Fitting the scaler to your features and transforming them
    X_health = scaler.fit_transform(X_health)

    increasing = []
    decreasing = []
    categorical = []

    # ویژگی‌های قابل اقدام: only blood glucose and insulin
    actionable = [1, 2] # indices of insulin and blood_glucose

    # محاسبه حداکثر و حداقل مقادیر
    feature_limits = np.array([[X_health[:, i].min(), X_health[:, i].max()] for i in range(X_health.shape[1])])

    constraints = {'actionable': actionable, 'increasing': increasing,
                  'decreasing': decreasing, 'limits': feature_limits}

    return X_health, Y_health, constraints
```

در تابع بالا محدودیت ها را اینگونه اعمال کرده ام

1. ویژگی های قابل اقدام: تنها ویژگی های insulin و blood glucose

این محدودیت با استفاده از لیست actionable اعمال شده است:

`actionable = [1, 2] # indices of insulin and blood_glucose`

در اینجا، اندیس های 1 و 2 مربوط به ویژگی های insulin و blood_glucose هستند.

2. از حداکثر و حداقل مقادیر موجود در دیتاست برای blood و blood pressure, insulin و glucose فراتر نروند

این محدودیت با استفاده از محاسبه حداکثر و حداقل مقادیر هر ویژگی در دیتاست و ذخیره آنها در feature_limits اعمال شده است:

```
feature_limits = np.array([[X_health[:, i].min(), X_health[:, i].max()] for  
i in range(X_health.shape[1])])
```

این کد حداکثر و حداقل مقادیر هر ویژگی را محاسبه می‌کند و در feature_limits ذخیره می‌کند.

زیر بخش دوم

فایل main.py را به ازای 10 فرد ناسالم اجرا کرده ایم که نتیجه اینگونه شده است

```
Valid recourse: 1.000  
Cost recourse: 1.132
```

Valid recourse: 1.000 به این معنی است که تمامی موارد (100٪) موفق به پیدا کردن یک راهکار معتبر شده‌اند

Cost recourse: 1.132 به این معنی است که هزینه متوسط برای پیدا کردن راهکار معتبر برابر با 1.132 بوده است.

مقدار Cost recourse نشان‌دهنده میانگین هزینه برای هر راهکار معتبر است. هزینه می‌تواند بر اساس مقادیری که برای تغییر ویژگی‌های قابل تغییر (مانند blood glucose, insulin) لازم است، محاسبه شده باشد.

این مقدار هزینه نمایانگر مقدار تغییراتی است که باید در ویژگی‌های مختلف انجام شود تا وضعیت فرد از "ناسالم" به "سالم" تغییر کند. در اینجا هزینه 1.132 به این معناست که به طور متوسط، برای هر فرد ناسالم، باید تغییراتی با این مقدار در ویژگی‌های مختلف اعمال شود.

زیر بخش سوم

برای تکمیل کلاس Health_SCM، باید دو قسمت را کامل کنیم. ابتدا ویژگی‌های قابل تغییر و مداخلات نرم و سخت را تعریف کنیم و سپس ماتریس جاکوبی را تعریف کنیم. در نهایت، ساختار معادلات را برای این مدل اضافه می‌کنیم.

کلاس داده شده را اینگونه تکمیل کرده ایم

```
class Health_SCM(SCM):
    """
    SCM for the health data set. We assume the causal graph with Additive Noise Model (ANM).

    Feature names: ['age', 'insulin', 'blood_glucose', 'blood_pressure']
    """
    def __init__(self, linear=True):
        self.linear = linear

        # Define the actionable features and soft interventions
        self.actionable = [1, 2] # insulin, blood_glucose
        self.soft_interv = [False, False, False, True] # only blood_pressure is a soft intervention

        self.mean = torch.zeros(4)
        self.std = torch.ones(4)

    def get_Jacobian(self):
        assert self.linear, "Jacobian only used for linear SCM"

        w21 = 1/18
        w31, w32 = 2, 1.05
        w42, w43 = 0.4, 0.3

        # Define the Jacobian matrix
        Jacobi = np.array([[1, 0, 0, 0],
                           [w21, 1, 0, 0],
                           [w31, w32, 1, 0],
                           [0, w42, w43, 1]])

        return Jacobi

    def get_Jacobian_interv(self, interv_set):
        """ Get the Jacobian of the structural equations under some interventions """
        J = self.get_Jacobian()
        for i in range(J.shape[0]):
            # If we are hard intervening, do not allow changes from upstream causal effects (set to 0)
            if i in interv_set and not self.soft_interv[i]:
                for j in range(i):
                    J[i][j] = 0.
        return J

    def sample_U(self, N):
        U1 = np.random.normal(0, 1, N)
        U2 = np.random.normal(0, 1, N)
        U3 = np.random.normal(0, 1, N)
        U4 = np.random.normal(0, 1, N)
        return np.c_[U1, U2, U3, U4]

    def label(self, X):
        return (X[:, 2] > 1.5).astype(int) # Example label: if blood_glucose > 1.5, then label is 1
```

```

def set_eqs(self):
    """
    Build the forward (resp. inverse) mapping U -> X (resp. X -> U).
    """
    if self.linear:
        self.f = [lambda U1: U1,
                  lambda X1, U2: X1 / 18 + U2,
                  lambda X1, X2, U3: 2*X1 + 1.05*X2 + U3,
                  lambda X1, X2, X3, U4: 0.4*X2 + 0.3*X3 + U4]

        self.inv_f = [lambda X: X[:, [0]],
                      lambda X: X[:, [1]] - X[:, [0]] / 18,
                      lambda X: X[:, [2]] - 2*X[:, [0]] - 1.05*X[:, [1]],
                      lambda X: X[:, [3]] - 0.4*X[:, [1]] - 0.3*X[:, [2]]]
    else:
        raise NotImplementedError("Non-linear SCM not implemented for Health_SCM")

def fit_eqs(self, X, save=None):
    """
    Fit the structural equations (not implemented for Health_SCM as it is defined explicitly)
    """
    self.set_eqs()

# Example usage
health_scm = Health_SCM()
health_scm.set_eqs()
print(health_scm.get_Jacobian())

```

توضیحات کدی که تکمیل کرده ایم

در کدی که نوشته ایم ویژگی‌های `insulin` و `blood_glucose` به عنوان ویژگی‌های قابل اقدام و ویژگی‌های `age` و `blood_pressure` به عنوان ویژگی‌های غیر قابل اقدام در نظر گرفته شده‌اند.

همچنین در کد تابع `get_Jacobian` تعریف شده است این تابع ماتریس ژاکوبین را برای مدل خطی محاسبه می‌کند. ماتریس ژاکوبین روابط بین ویژگی‌های مختلف را نشان می‌دهد.

وزن‌های `w21`, `w31`, `w32`, `w42` و `w43` که روابط علی بین ویژگی‌های مختلف را نشان می‌دهند، تعریف شده‌اند و ماتریس ژاکوبین بر اساس این وزن‌ها ساخته شده است.

تابع `get_Jacobian_interv` ماتریس ژاکوبین را تحت برخی مداخلات محاسبه می‌کند. اگر یک ویژگی به صورت سخت مداخله شده باشد، اثرات علی بالادستی را اجازه نمی‌دهد (مقادیر را برابر صفر قرار می‌دهد).

تابع `sample_U` نمونه‌های تصادفی از توزیع نویزهای خارجی (U) را برمی‌دارد. این نویزها به عنوان ورودی به توابع ساختاری استفاده می‌شوند.

تابع `label` برچسب نمونه‌ها را براساس مقدار `blood_glucose` تعیین می‌کند. در کد فرض شده است که اگر مقدار `blood_glucose` بیشتر از ۱.۵ باشد، برچسب ۱ به آن اختصاص داده می‌شود.

تابع `set_eqs` توابع ساختاری (f) و توابع معکوس (inv_f) را برای مدل سازی روابط علی بین ویژگی ها تعریف می کند. اگر مدل خطی باشد، توابع ساختاری و معکوس به صورت خطی تنظیم می شوند.

تابع `fit_eqs` برای مدل سلامت (`Health_SCM`) به صورت صریح تعریف شده است

زیر بخش چهارم :

در بخش قبل تابع `get_Jacobian` را تکمیا کردیم و توضیحات آن را دادیم حال خروجی تابع را گرفتیم که به شکل زیر شده است

```
[[1.      0.      0.      0.      ]
 [0.05555556 1.      0.      0.      ]
 [2.      1.05     1.      0.      ]
 [0.      0.4      0.3      1.      ]]
```

تحلیل ماتریس بالا :

سطر اول `[1, 0, 0, 0]` :

`age` به طور مستقل است و هیچ وابستگی به متغیرهای دیگر ندارد.

خود `age` با ضریب 1 باقی می ماند (اثر خودش بر خودش).

سطر دوم `[0.05555556, 1, 0, 0]` :

`insulin` تحت تأثیر `age` با ضریب 0.05555556 است.

`insulin` همچنین به طور مستقل و با ضریب 1 باقی می ماند.

سطر سوم `[2, 1.05, 1, 0]` :

`blood_glucose` تحت تأثیر `age` با ضریب 2 است.

`blood_glucose` تحت تأثیر `insulin` با ضریب 1.05 است.

`blood_glucose` همچنین به طور مستقل و با ضریب 1 باقی می ماند.

سطر چهارم [0, 0.4, 0.3, 1] :

blood_pressure تحت تأثیر insulin با ضریب 0.4 است.

blood_pressure تحت تأثیر blood_glucose با ضریب 0.3 است.

blood_pressure همچنین به طور مستقل و با ضریب 1 باقی می ماند.

نتیجه گیری کلی :

این ماتریس جاکوبی نشان می دهد که:

age متغیری مستقل است.

insulin تحت تأثیر age قرار دارد.

blood_glucose تحت تأثیر age و insulin قرار دارد.

blood_pressure تحت تأثیر insulin و blood_glucose قرار دارد.

زیر بخش پنجم

در این بخش کامنت های تابع get_scm در فایل utils.py را حذف کرده ایم و دوباره فایل main.py

را اجرا کرده ایم که به نتایج زیر رسیده ایم

```
def get_scm(model_type, dataset):
    if model_type == 'mlp' and dataset == 'loan':
        return scm.SCM_Loan()
    if dataset == 'health':
        return scm.Health_SCM()
    scms = {'adult': scm.Learned_Adult_SCM, 'compas': scm.Learned_COMPAS_SCM}
    if dataset in scms.keys():
        scmm = scms[dataset](linear=model_type=='lin')
        scmm.load(scms_save_dir+dataset)
        return scmm
    return None
```

نتایج

```
alid recourse: 1.000
Cost recourse: 0.908
```

Valid Recourse: 1.000 1.

این مقدار نشان می‌دهد که تمامی نمونه‌های ناسالم (دارای مشکل) توانسته‌اند با موفقیت به وضعیت سالم تغییر کنند. به عبارت دیگر، مدل توانسته است برای همه‌ی این نمونه‌ها یک سری اقدامات (interventions) را پیشنهاد دهد که آن‌ها را به وضعیت مطلوب برساند. مقدار 1.000 بیانگر دقت کامل است، یعنی هر فرد ناسالم توانسته است با اقدامات پیشنهادی به فرد سالم تبدیل شود.

Cost Recourse: 0.908 2.

این مقدار نشان‌دهنده‌ی میانگین هزینه‌ی اعمال مداخلات بر روی نمونه‌های ناسالم است. هزینه‌ی مداخلات، مقدار تغییری است که باید در ویژگی‌های نمونه‌ها ایجاد شود تا به وضعیت سالم برسند. مقدار 0.908 نشان می‌دهد که به طور متوسط، هزینه‌ی اعمال مداخلات برای تغییر وضعیت ناسالم به سالم، حدود 0.908 واحد است.

نتیجه گیری

مقدار 0.908 برای Cost Recourse نشان می‌دهد که به طور متوسط، هزینه‌ی اعمال مداخلات به نسبت پایین است. این یعنی تغییرات لازم برای تبدیل وضعیت ناسالم به سالم چندان زیاد نیست و با تغییرات نسبتاً کم در ویژگی‌های نمونه‌ها می‌توان به نتیجه مطلوب رسید. این نتیجه نشان‌دهنده‌ی اثربخشی و کارآمدی مدل در ارائه مداخلات کم‌هزینه است

زیر بخش ششم

مقایسه نتایج قسمت های B و E :

حالت اول: با کامنت کردن دو خط:

Valid recourse: 1.000

Cost recourse: 1.132

حالت دوم: بدون کامنت کردن دو خط:

Valid recourse: 1.000

Cost recourse: 0.908

در حالت دوم، هزینه (Cost recourse) کمتر است که برابر با 0.908 است. در حالی که در حالت اول هزینه برابر با 1.132 است.

دلیل تفاوت

در حالت دوم، وقتی که dataset برابر با health باشد، تابع get_scm یک نمونه از scm.Health_SCM را برمی گرداند. اما در حالت اول، به دلیل کامنت کردن این شرط، تابع get_scm به سراغ دیکشنری scms می رود و چون health در این دیکشنری تعریف نشده است، در نهایت None برمی گرداند.

مدل های SCM مختلف به گونه های مختلفی تأثیر می گذارند. در حالت دوم که Health_SCM به عنوان مدل SCM مورد استفاده قرار می گیرد، این مدل ممکن است به دلیل ویژگی های ساختاری و معادلات علی خود به یک مسیر مداخله ای کارآمدتر و کم هزینه تر دست یابد، که نتیجه آن کاهش هزینه recourse است. در حالت اول، چون مدل None برمی گرداند، سیستم ممکن است از یک مدل پیش فرض یا بدون مداخله استفاده کند که منجر به هزینه بالاتری می شود.

در حالت اول، به دلیل عدم استفاده از مدل تخصصی Health_SCM، سیستم از مدل های عمومی تر یا پیش فرض استفاده می کند که بهینه ترین مداخلات را پیشنهاد نمی دهند و در نتیجه هزینه recourse افزایش می یابد.

در نتیجه حالت دوم بهینه تر و کم هزینه تر است

در این قسمت یکی از افراد ناسالم را در نظر گرفته ایم و هزینه action های مربوطه، و متغیرهایی که بر روی آنها مداخله شده را برای هر دو قسمت دوم و پنجم را بررسی کرده ایم

توجه: داده های انتخابی از نمونه افراد ناسالم مقادیر نرمال شده است

نمونه انتخاب شده:

[2.44983518 1.8014866 0.80402066 1.80524909]

نتیجه مداخله شده در حالت دوم:

[[3.7498353 2.8014865 0.80402064 1.8052491]]

```
Initial values: [1.80524909 0.80402066 1.8014866 2.44983518]
Delta: [0. 0. 1. 1.]
Cost: 2.0
Variables intervened: [2 3]
Interventions with Health_SCM: [[1.8052491 0.80402064 2.8014865 3.7498353 ]]
Cost with Health_SCM: 2.0
Action 2: Change by 1.0, Cost: 1.0
Action 3: Change by 1.0, Cost: 1.0
```

تحلیل :

مقادیر اولیه :

این مقادیر نشان دهنده ویژگی‌های اولیه نمونه انتخابی هستند:

سن: 1.80524909

انسولین: 0.80402066

قند خون: 1.8014866

فشار خون: 2.44983518

تغییرات مورد نیاز (Delta): [0. 0. 1. 1.]

این مقادیر نشان دهنده تغییرات مورد نیاز در ویژگی‌ها هستند:

تغییر در سن: 0 (بدون تغییر)

تغییر در انسولین: 0 (بدون تغییر)

تغییر در قند خون: 1 واحد

تغییر در فشار خون: 1 واحد

هزینه کل این تغییرات 2.0 واحد است.

ویژگی‌های مداخله شده (Variables intervened): [2, 3]

ویژگی‌هایی که مداخله روی آن‌ها انجام شده، شامل قند خون (index 2) و فشار خون (index 3) هستند

نتایج مداخلات (Interventions with Health_SCM):

ویژگی‌های پس از اعمال مداخلات:

سن: 1.8052491 (بدون تغییر)

انسولین: 0.80402064 (بدون تغییر)

قند خون: 2.8014865 (افزایش 1 واحدی)

فشار خون: 3.7498353 (افزایش 1 واحدی)

جزئیات اقدامات (Actions):

Action 2 (قند خون): تغییر به میزان 1.0 واحد، هزینه 1.0 واحد

Action 3 (فشار خون): تغییر به میزان 1.0 واحد، هزینه 1.0 واحد

نتیجه مداخله شده در حالت پنجم (جایی که کامنت‌ها حذف شده اند)

[[2.9498353 2.3014865 0.80402064 1.8052491]]

در اینجا:

```
Variables intervened: [2 3]
Interventions with Health_SCM: [[1.8052491 0.80402064 2.3014865 2.9498353]]
Cost with Health_SCM: 1.0
Action 2: Change by 0.5, Cost: 0.5
Action 3: Change by 0.5, Cost: 0.5
```

ویژگی سوم (blood_glucose) به اندازه‌ی 0.5 واحد افزایش یافته است و هزینه‌ی آن 0.5 واحد بوده است.

ویژگی چهارم (blood_pressure) به اندازه‌ی 0.5 واحد افزایش یافته است و هزینه‌ی آن نیز 0.5 واحد بوده است

هزینه‌ی این تغییرات نیز برابر با 1.0 باقی مانده است

زیر بخش اول

در مقاله داده شده ، چند شرط خاص برای تضمین مقاومت (Robustness) در SCM (مدل های علی ساختاری) و طبقه بندی کننده ها مطرح شده است. شرایطی که این مقاومت را تضمین می کنند عمدتاً بر پایداری تصمیمات در برابر تغییرات کوچک در ویژگی های ورودی تأکید دارند. در اینجا به طور شهودی به توضیح این شرایط می پردازیم:

1. خطی بودن SCM و طبقه بندی کننده

وقتی SCM و طبقه بندی کننده هر دو خطی هستند، تحلیل و پیش بینی تأثیر مداخلات علی روی ویژگی ها نسبتاً ساده تر است. خطی بودن این اجزا این امکان را می دهد که تغییرات در ویژگی های ورودی به طور مستقیم و پیش بینی پذیر به تغییرات در خروجی منجر شوند، که این خود به تضمین مقاومت در برابر تغییرات کمک می کند.

2. استفاده از ویژگی های قابل اقدام

تمرکز بر ویژگی های قابل اقدام در طبقه بندی کننده می تواند به افزایش مقاومت کمک کند، زیرا این ویژگی ها معمولاً تحت کنترل فرد هستند و فرد می تواند تأثیر مستقیمی بر آنها داشته باشد. در نتیجه، اعتبار سنجی که بر این ویژگی ها متمرکز است، می تواند در برابر نوسانات غیرمنتظره در ویژگی های دیگر مقاومت بیشتری داشته باشد.

3 مقاومت در برابر Perturbation ها

اگر طبقه بندی کننده به گونه ای آموزش داده شده باشد که در برابر Perturbation های کوچک در ویژگی های ورودی مقاوم باشد، احتمال اینکه تصمیمات آن در شرایط مختلف پایدار بماند بیشتر است. این مقاومت می تواند از طریق تکنیک های مختلفی مانند آموزش با نمونه های پرتش دار یا استفاده از رویکردهای بهینه سازی مقاوم ایجاد شود.

4. انطباق پذیری و تنظیم پذیری SCM

وقتی SCM به گونه ای طراحی شده باشد که بتواند به خوبی با تغییرات محیطی و ویژگی های جدید انطباق پیدا کند و به سرعت تنظیم شود، احتمال دارد که در برابر تغییرات غیرمنتظره مقاومت بیشتری

داشته باشد. این نوع از SCM می‌تواند به طور مؤثری تأثیر مداخلات را در نظر بگیرد و پاسخ‌های مقاوم‌تری ارائه دهد.

به طور خلاصه، تضمین مقاومت در طبقه‌بندی‌کننده‌ها و SCM در زمینه اعتبار سنجی الگوریتمی علی‌نیازمند یک ترکیب از خطی بودن، آموزش مقاوم، تمرکز بر ویژگی‌های قابل اقدام، و انطباق پذیری بالا در مدل‌های علی است.

زیر بخش دوم

معادله 5 مستقیماً برگرفته از نتایج Proposition 4 در مقاله است. در این قضیه، یک رابطه بین اقدامات Causal Algorithmic Recourse و مقاومت آن‌ها در برابر عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. بر اساس این قضیه، Adversarially Robust Recourse Action تنها زمانی معتبر است که بتوان آن را به عنوان یک اقدام معتبر برای دسته‌بند تغییر یافته‌ای به کار برد که مقاومت بیشتری در برابر تغییرات و عدم قطعیت‌ها دارد.

بر اساس نتایج مطرح شده در Proposition 4 از مقاله، معادله 5 در واقع یک تنظیم یا تعدیل برای دسته‌بند خطی استاندارد را نشان می‌دهد تا این دسته‌بند در برابر تغییرات کوچک و ناخواسته در ورودی‌ها مقاوم باشد. در اینجا به شکل شهودی توضیح می‌دهیم که چرا و چگونه این تعدیل ایجاد می‌شود:

تعریف و شهود پشت معادله

معادله :

$$h'(x) = \langle w, x \rangle \geq b + |J_{S_I}^T w| * \epsilon$$

حاصل ضرب داخلی $\langle w, x \rangle$: این بخش دسته‌بند خطی استاندارد است که نتیجه را بر اساس وزن‌های w و ویژگی‌های x تعیین می‌کند.

آستانه b : این یک آستانه استاندارد است که تعیین می‌کند چه زمانی نتیجه دسته‌بندی مثبت است.

ترم تصحیح $|J_{S_I}^T w| * \epsilon$: این بخش تعدیلی است که مقاومت دسته‌بند را در برابر عدم قطعیت افزایش می‌دهد

ماتریس ژاکوبی : نشان دهنده تأثیر تغییرات در ویژگی‌های هدف ST بر ورودی‌ها است

دلایل شهودی برای استخراج این معادله

افزایش مقاومت: با افزودن ترم تصحیح، دسته‌بند خطی نه تنها باید شرط اولیه $\langle w, x \rangle \leq b$ را برآورده کند، بلکه باید میزان بیشتری از اطمینان را برای در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های احتمالی فراهم آورد. این کار باعث می‌شود دسته‌بند حتی در شرایطی که ویژگی‌ها تحت تأثیر تغییرات جزئی قرار می‌گیرند، نتایج قابل اعتمادی ارائه دهد.

کاهش خطای طبقه‌بندی: در شرایطی که تغییرات کوچک در داده‌ها ممکن است باعث خطا در طبقه‌بندی شود، این تعدیل اطمینان حاصل می‌کند که دسته‌بند هنوز هم بتواند به درستی بین دسته‌ها تمایز قائل شود

پاسخ به نیازهای واقعی: در دنیای واقعی، داده‌ها ممکن است ناپایدار باشند و دسته‌بندها باید قادر به کار کردن در شرایط نامطمئن باشند. این تنظیمات اطمینان می‌دهد که دسته‌بند خطی می‌تواند در چنین شرایطی به طور مؤثر عمل کند.