



# Mécanique des solides

2. Poutre appuyée et poutre encastrée

Reine Fares

reine.fares@cea.fr

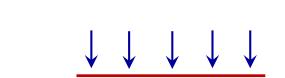
### Théorie de la poutre 1/3

Solide 1D: 1 dimension beaucoup plus grande par rapport aux 2 autres

Barre: actions dans l'axe

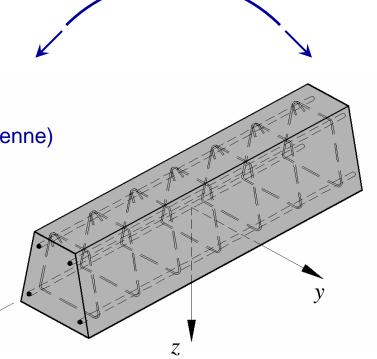
Poutre : actions transversales à l'axe

Arc : courbe moyenne non linéaire



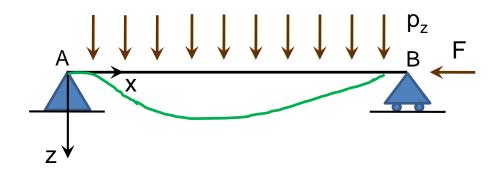
- Poutre : élément 1D ayant ligne moyenne droite
- Hypothèse : section constante au long de l'axe

Une poutre est représentée par son axe (ligne moyenne)



### Théorie de la poutre 2/3

- Hypothèse de petits déplacements et petites déformations :
  - Représentation de la géométrie de la poutre dans sa configuration initiale
  - Déformée de la poutre très proche de la configuration initiale
- Actions : analyse dans le plan
  - Forces concentrées en direction x et z
  - Charge distribuées (force par unité de longueur)
  - Moments selon l'axe y



### Théorie de la poutre 3/3

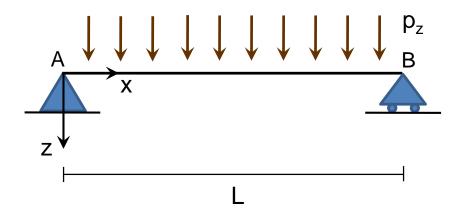
- Hypothèses sur le matériau :
  - Homogène : même propriétés dans tous les points
  - Isotrope : même comportement dans toutes les directions
  - Élastique : à la décharge le matériau revient à l'état initial
  - Linéaire : contraintes proportionnelles aux déformations, loi de Hooke

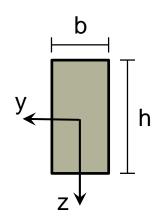
- Problème élastique :
  - Données : Actions, géométrie de la structure, propriétés des matériaux
  - Inconnues : Réactions des liaisons, déformations et déplacements
  - Équations : d'équilibre, de compatibilité, constitutives

### Poutre appuyée 1/2

#### Données :

- Charges: uniforme  $p_7$  [N/m] = 25000 N/m
- Géométrie 1D: section rectangulaire 30 x 60 cm, L = 3m
- Matériau : béton, E = 31220 N/mm<sup>2</sup>, v = 0.2,  $\rho = 2500$  kg/m<sup>3</sup>
- Loi de comportement : élastique linéaire
- Conditions aux limites : A)  $u_x = u_z = 0$ , B)  $u_z = 0$





### Poutre appuyée 2/2

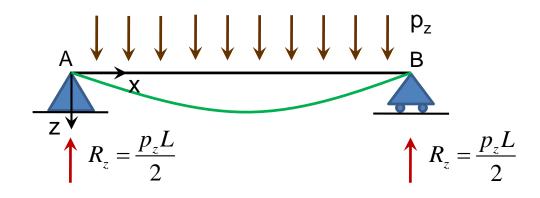
#### Résultats :

• Flèche: 
$$u_{z \max} = u_z (x = L/2) = \frac{5}{384} \frac{p_z L^4}{EI_y}$$

Contrainte max :

$$\sigma_x(x,z) = \frac{M_y(x)}{I_y}z$$
  $M_y(x = \frac{L}{2}) = \frac{p_z L^2}{8}$   $I_y = \frac{bh^3}{12}$ 

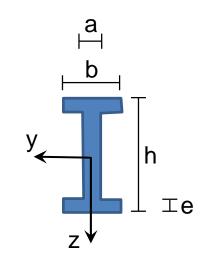
$$\sigma_{x \max} = \sigma_x \left( x = \frac{L}{2}, z = -\frac{h}{2} \right) = -\frac{p_z L^2}{8} \frac{h}{2} \frac{12}{b h^3} = -\frac{3p_z L^2}{4b h^2}$$

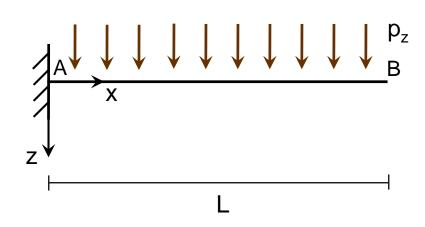


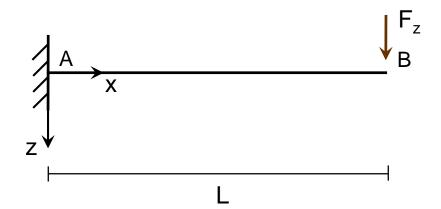
### Poutre encastrée 1/4

#### Données :

- Charges: 1) uniforme p<sub>z</sub> [N/m], 2) concentrée F<sub>z</sub> [N]
- Géométrie 1D : IPE, L = 1.5m
- Matériau : acier, E = 210000 N/mm<sup>2</sup>, v = 0.3,  $\rho = 8000$  kg/m<sup>3</sup>
- Loi de comportement : élastique linéaire
- Conditions aux limites : A)  $u_x = u_z = \phi_y = 0$







### Poutre encastrée 2/4

### **Profilé IPE**

| h<br>mm | b<br>mm | a<br>mm | e<br>mm | r<br>mm | Peso<br>kg/m | Sezione<br>cm² | Momenti di<br>inerzia |                              | Moduli di<br>resistenza |                              | Raggi di inerzia |                 |
|---------|---------|---------|---------|---------|--------------|----------------|-----------------------|------------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------|-----------------|
|         |         |         |         |         |              |                | Jx<br>cm <sup>4</sup> | <b>Jy</b><br>cm <sup>4</sup> | Wx<br>cm <sup>3</sup>   | <b>Wy</b><br>cm <sup>3</sup> | <b>ix</b><br>cm  | <b>iy</b><br>cm |
| 80      | 46      | 3,8     | 5,2     | 5       | 6,0          | 7,64           | 80,14                 | 8,49                         | 20,03                   | 3,69                         | 3,24             | 1,05            |
| 100     | 55      | 4,1     | 5,7     | 7       | 8,1          | 10,32          | 171,0                 | 15,92                        | 34,20                   | 5,79                         | 4,07             | 1,24            |
| 120     | 64      | 4,4     | 6,3     | 7       | 10,4         | 13,21          | 317,8                 | 27,67                        | 52,96                   | 8,65                         | 4,90             | 1,45            |
| 140     | 73      | 4.7     | 6,9     | 7       | 12,9         | 16,43          | 541,2                 | 44,92                        | 77,32                   | 12,31                        | 5,74             | 1,65            |
| 160     | 82      | 5,0     | 7,4     | 9       | 15,8         | 20,09          | 869,3                 | 68,31                        | 108,7                   | 16,66                        | 6,58             | 1,84            |
| 180     | 91      | 5,3     | 8,0     | 9       | 18,8         | 23,95          | 1,317                 | 100,9                        | 146,3                   | 22,16                        | 7,42             | 2,05            |
| 200     | 100     | 5,6     | 8,5     | 12      | 22,4         | 28,48          | 1,943                 | 142,4                        | 194,3                   | 28,47                        | 8,26             | 2,24            |
| 220     | 110     | 5,9     | 9,2     | 12      | 26,2         | 33,37          | 2,772                 | 204,9                        | 252,0                   | 37,25                        | 9,11             | 2,48            |
| 240     | 120     | 6,2     | 9,8     | 15      | 30,7         | 39,12          | 3,892                 | 283,6                        | 324,3                   | 47,27                        | 9,97             | 2,69            |
| 270     | 135     | 6,6     | 10,2    | 15      | 36,1         | 45,95          | 5,790                 | 419,9                        | 428,9                   | 62,20                        | 11,23            | 3,02            |
| 300     | 150     | 7,1     | 10,7    | 15      | 42,2         | 53,81          | 8,356                 | 603,8                        | 557,1                   | 80,50                        | 12,46            | 3,35            |
| 330     | 160     | 7,5     | 11,5    | 18      | 49,1         | 62,61          | 11,770                | 788,1                        | 713,1                   | 98,52                        | 13,71            | 3,55            |
| 360     | 170     | 8,0     | 12,7    | 18      | 57,1         | 72,73          | 16,270                | 1,043                        | 903,6                   | 122,8                        | 14,95            | 3,79            |
| 400     | 180     | 8,6     | 13,5    | 21      | 66,3         | 84,46          | 23,130                | 1,318                        | 1,156                   | 146,4                        | 16,55            | 3,95            |
| 450     | 190     | 9,4     | 14,6    | 21      | 77,6         | 98,82          | 33,740                | 1,676                        | 1,500                   | 176,4                        | 18,48            | 4,12            |
| 500     | 200     | 10,2    | 16,0    | 21      | 90,7         | 115,5          | 48,200                | 2,142                        | 1,928                   | 214,2                        | 20,43            | 4,31            |
| 550     | 210     | 11,1    | 17,2    | 24      | 106          | 134,4          | 67,120                | 2,668                        | 2.441                   | 254,1                        | 22,35            | 4,45            |
| 600     | 220     | 12,0    | 19,0    | 24      | 122          | 156,0          | 92,080                | 3,387                        | 3,069                   | 307,9                        | 24,30            | 4,66            |

### Poutre encastrée 3/4

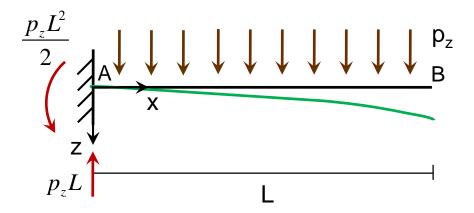
#### Résultats :

• Flèche:

$$u_{z \max} = u_z \left( x = L \right) = \frac{p_z L^4}{8EI_y}$$

• Contrainte max :  $\sigma_x(x,z) = \frac{M_y(x)}{I_y}z$   $M_y(x=0) = \frac{p_z L^2}{2}$ 

$$\sigma_{x \max} = \sigma_x \left( x = 0, z = -\frac{h}{2} \right) = -\frac{p_z L^2}{2I_y} \frac{h}{2}$$



### Poutre encastrée 4/4

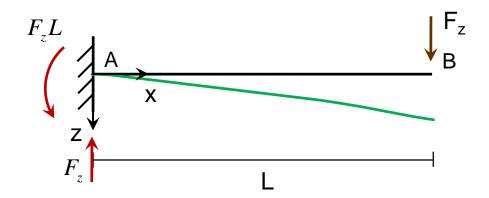
#### Résultats :

• Flèche:

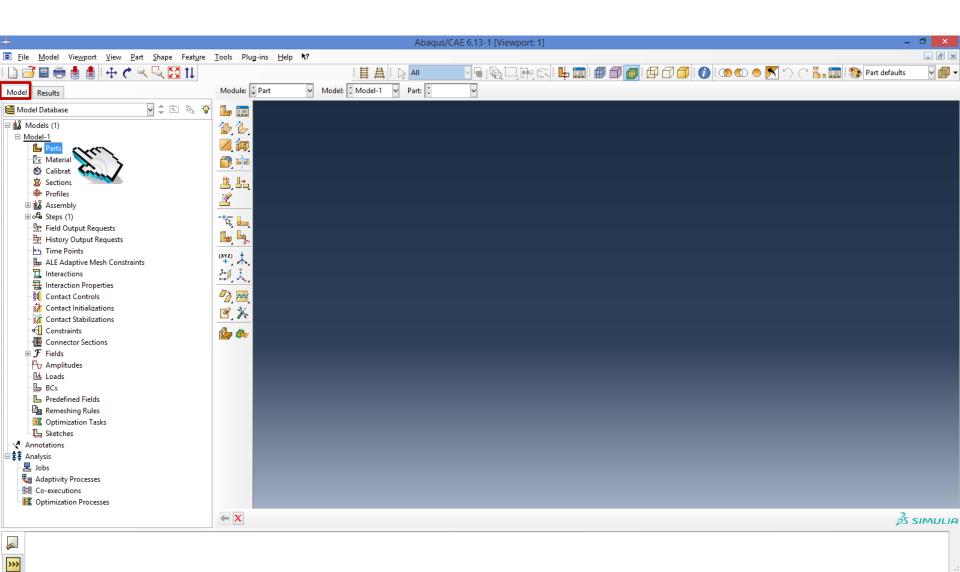
$$u_{z \max} = u_z \left( x = L \right) = \frac{F_z L^3}{3EI_y}$$

• Contrainte max :  $\sigma_x(x,z) = \frac{M_y(x)}{I_y}z$   $M_y(x=0) = F_zL$ 

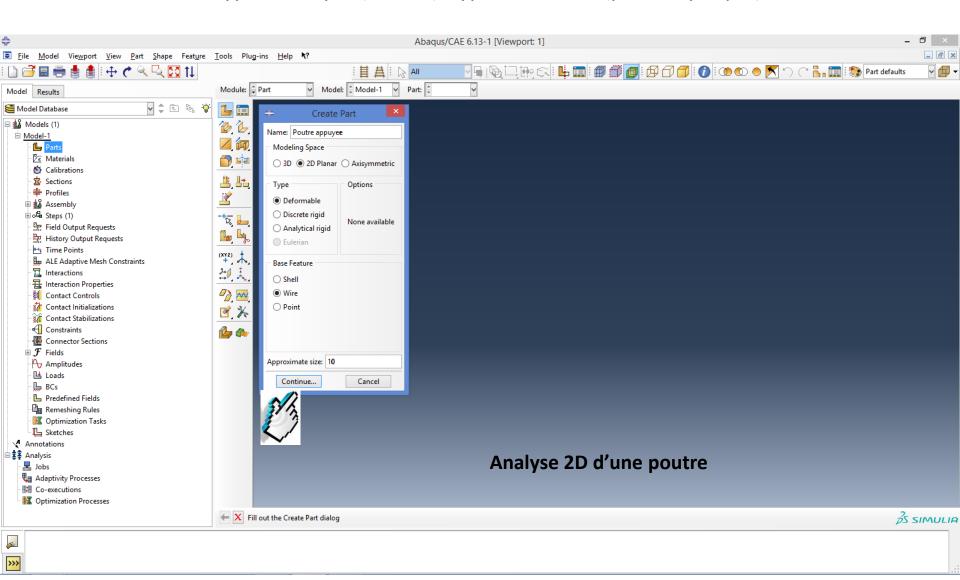
$$\sigma_{x \max} = \sigma_x \left( x = 0, z = -\frac{h}{2} \right) = -\frac{F_z L}{I_y} \frac{h}{2}$$



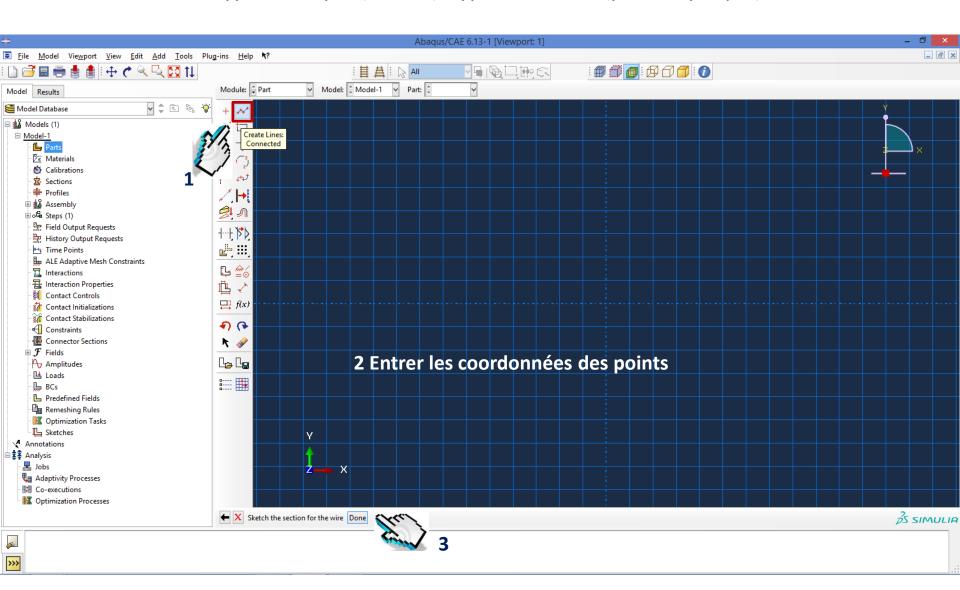
#### 1. Géométrie



1. Géométrie : type d'analyse (2D, 3D), type d'élément (poutre, plaque)

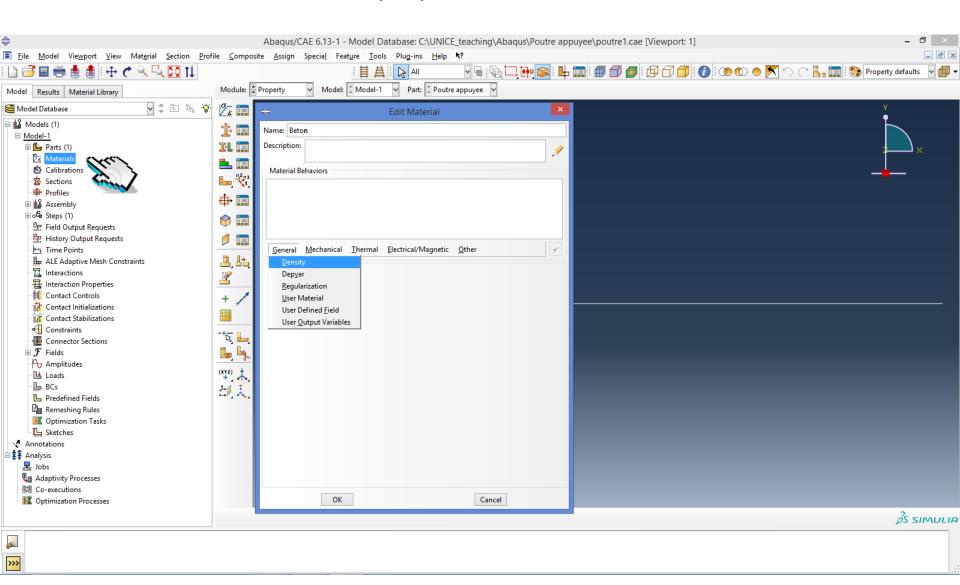


1. Géométrie : type d'analyse (2D, 3D), type d'élément (poutre, plaque)



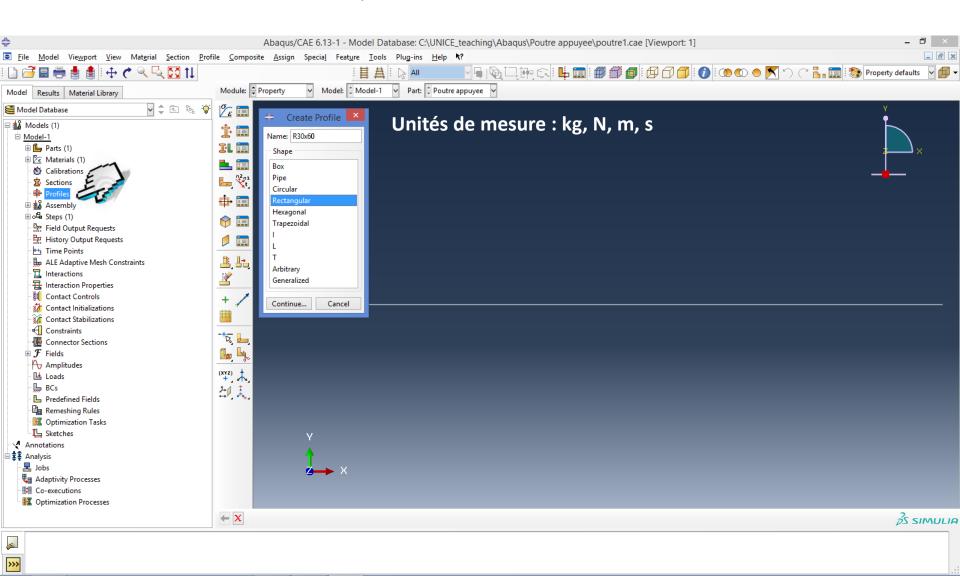
### Model - Materials

2. Matériau : densité, élasticité (E, v)



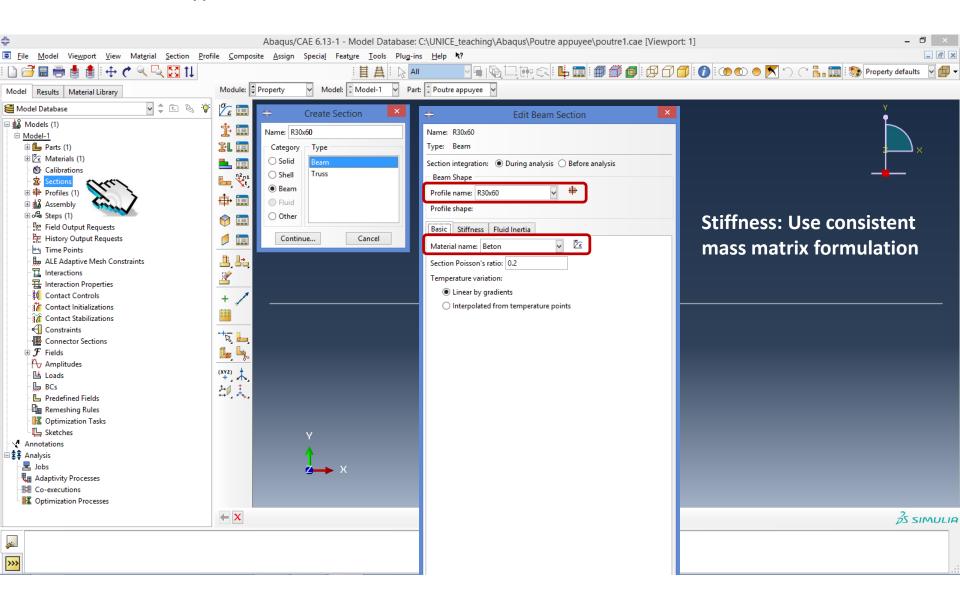
### Model - Profiles

3. Profilé : forme de la section, dimensions de la section

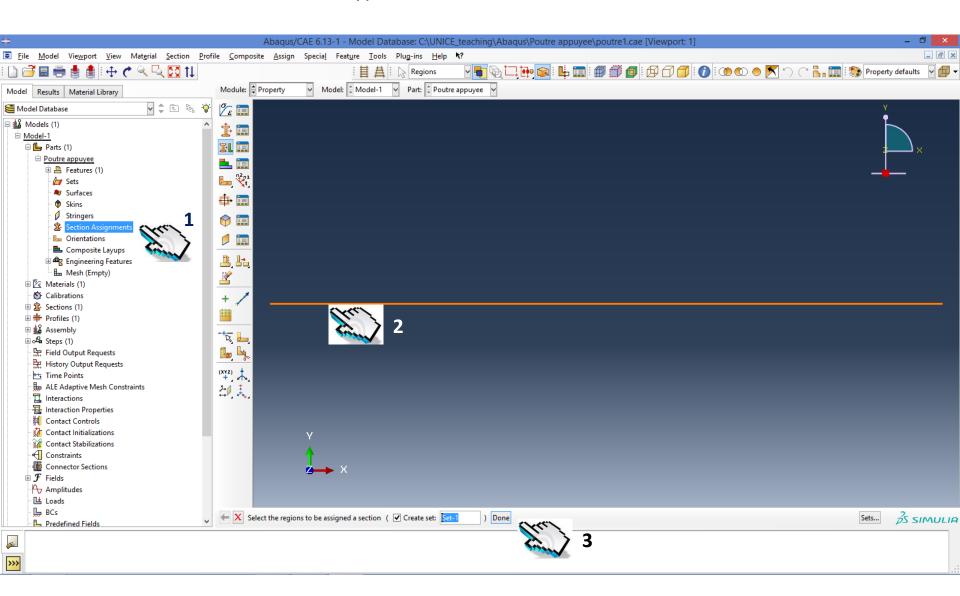


### **Model - Sections**

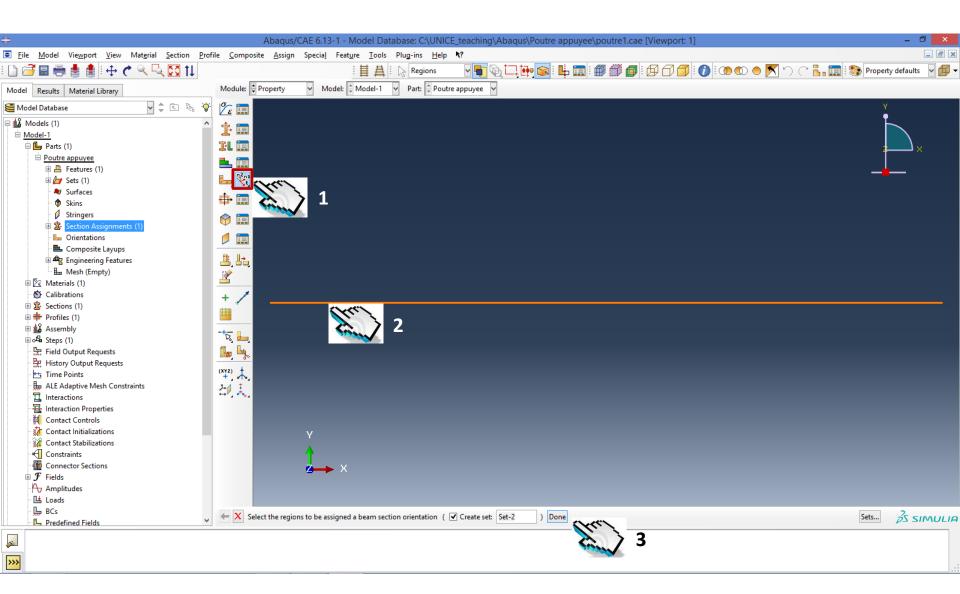
4. Section : type d'élément



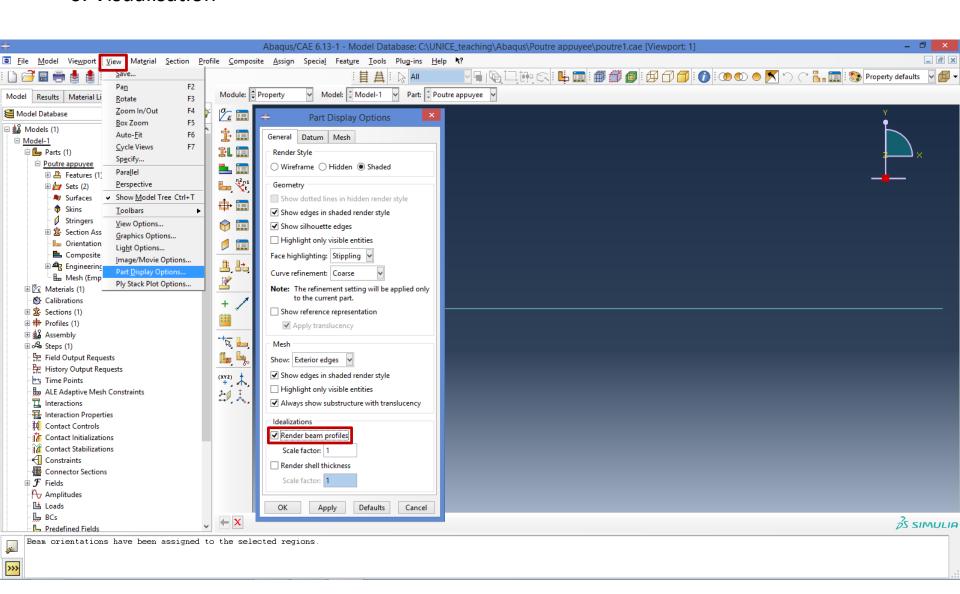
5. Attribution de la section : type d'élément



5. Attribution de la section : type d'élément

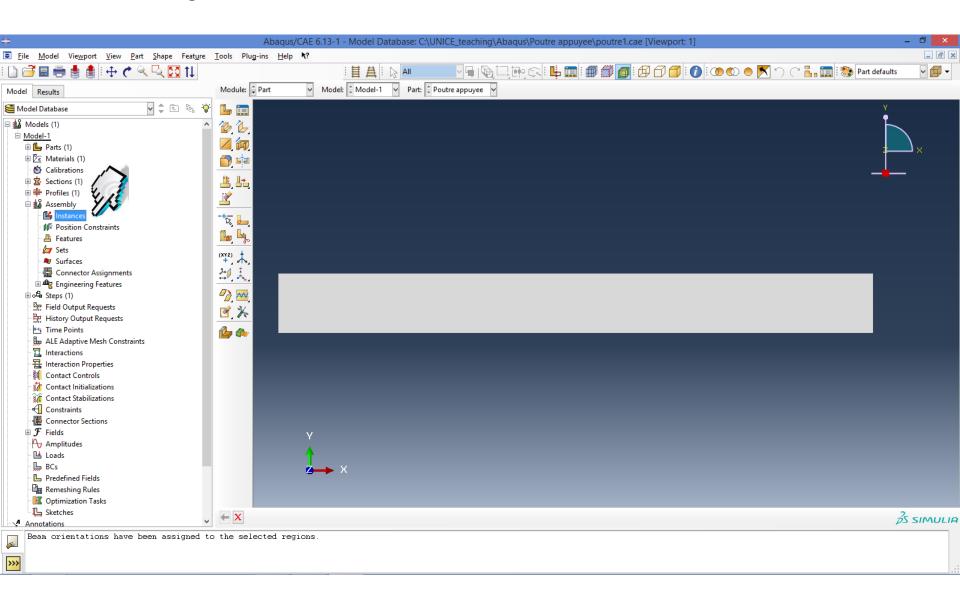


#### 6. Visualisation



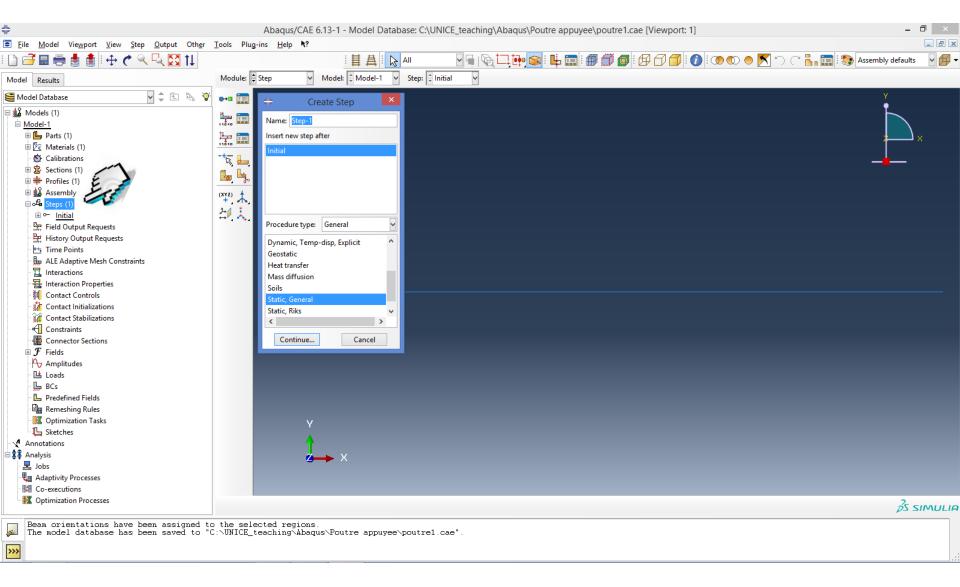
# Model - Assembly

#### 7. Assemblage



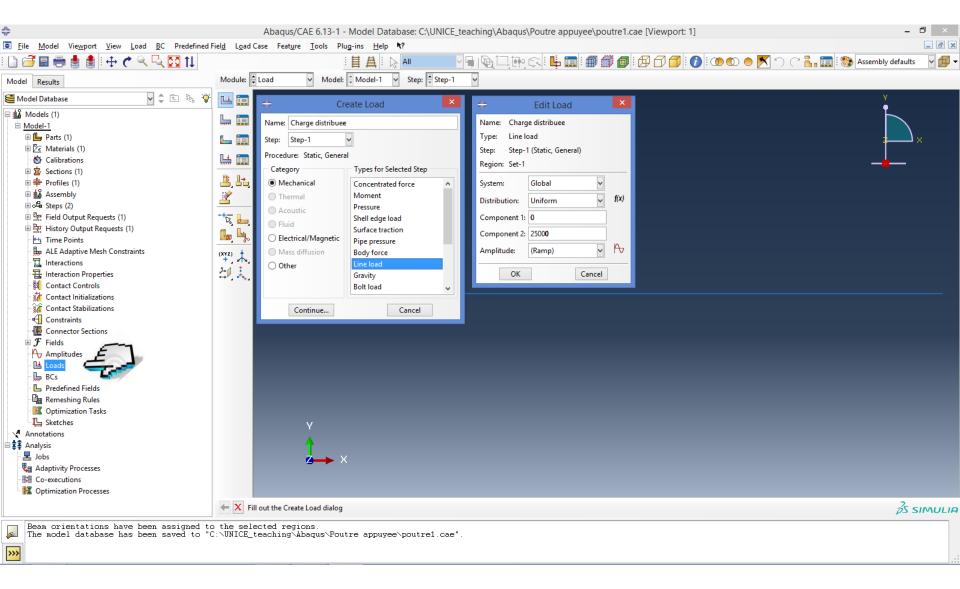
## Model - Steps

8. Pas de calcul : Statique, Dynamique implicite, Longueur d'arche/Riks



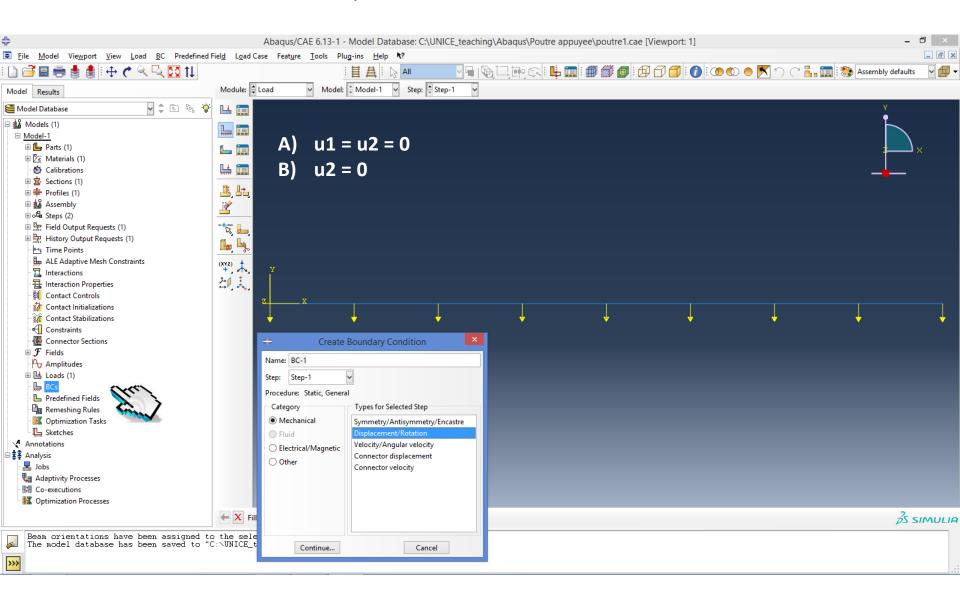
### Model - Loads

9. Charges: force concentrée, pression, poids, charge uniforme [N/m]

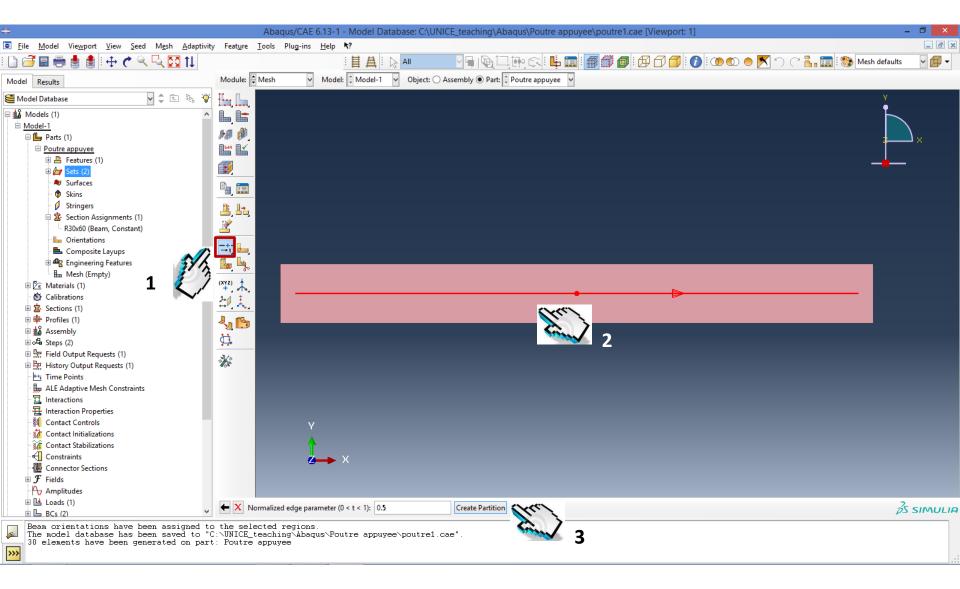


### Model - BCs

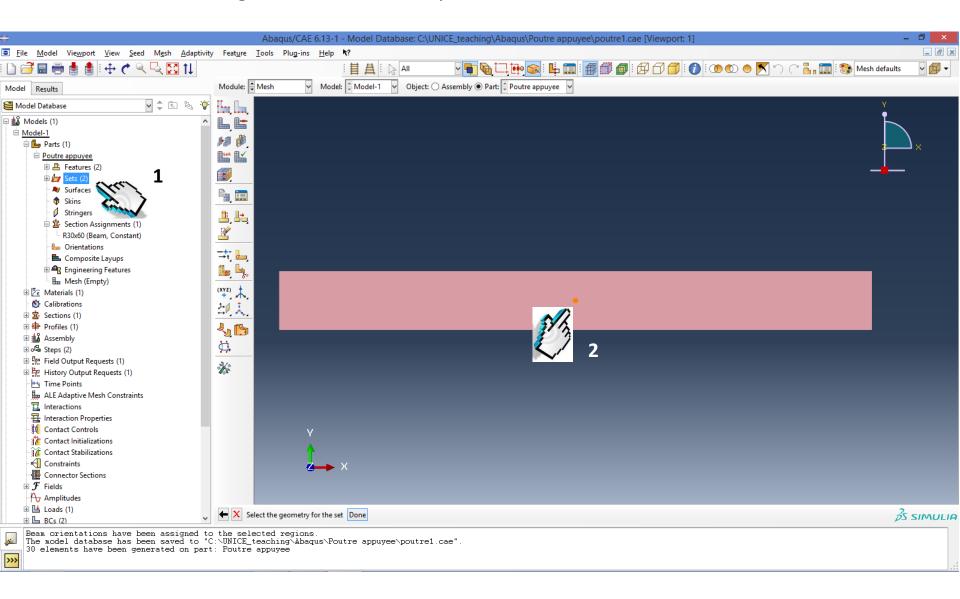
10. Condition aux limites : déplacement, vitesse, accélération



#### 11. Partition

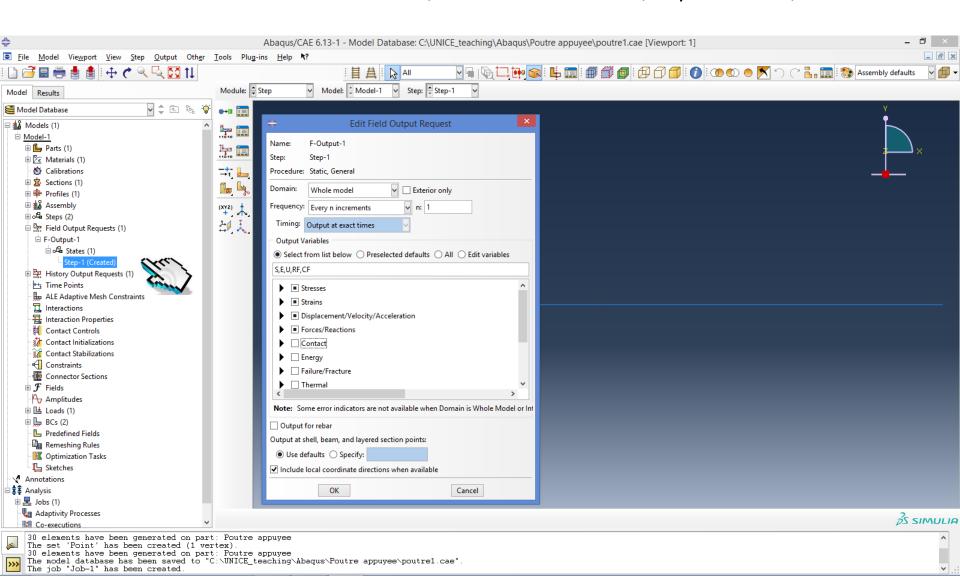


12. Point où enregistrer les résultats : point, bord, surface



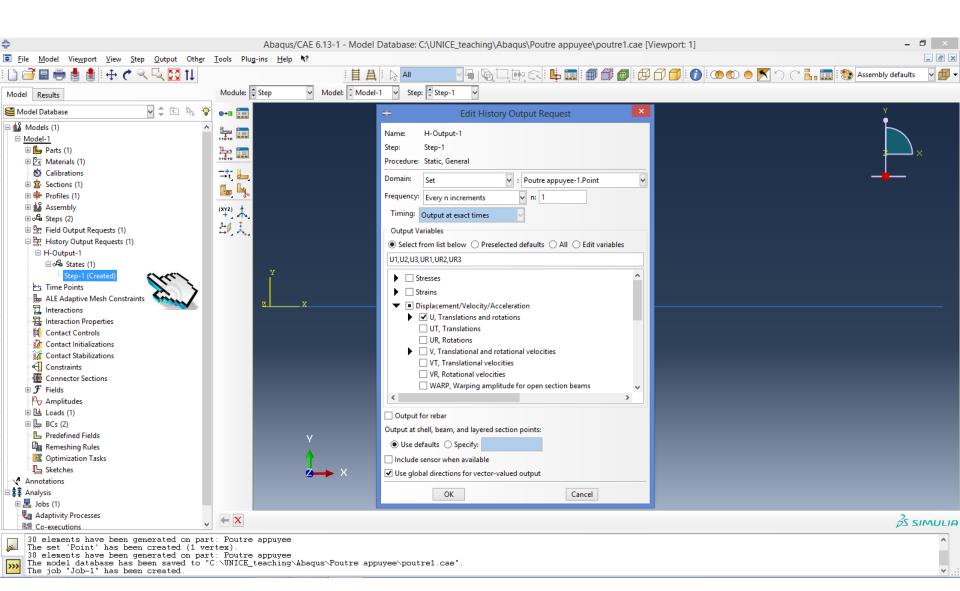
# Model - Field Output Requests

13. Résultats demandés : contraintes, déformations totales, déplacements, réactions

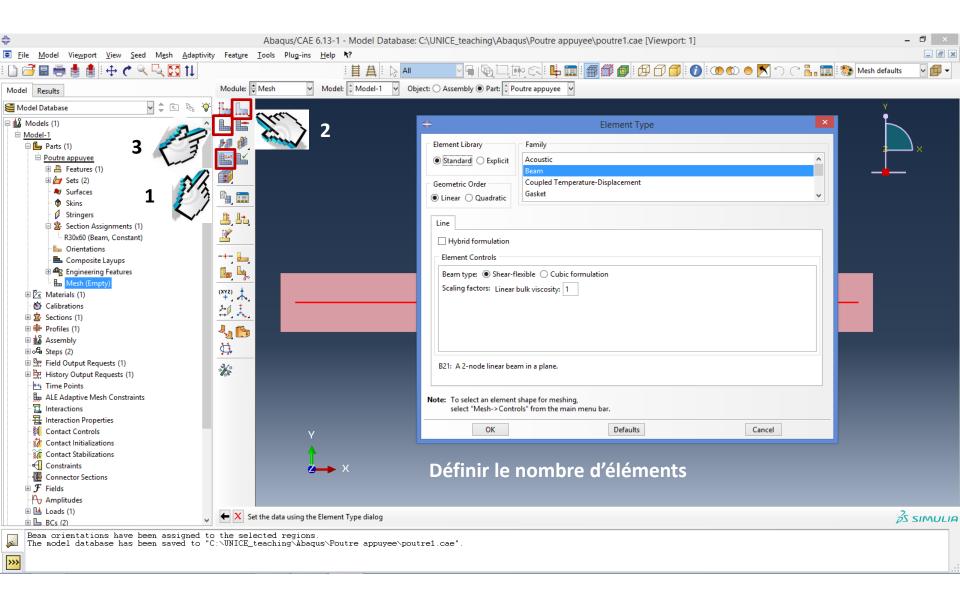


# Model - History Output Requests

#### 14. Résultats demandés : flèche

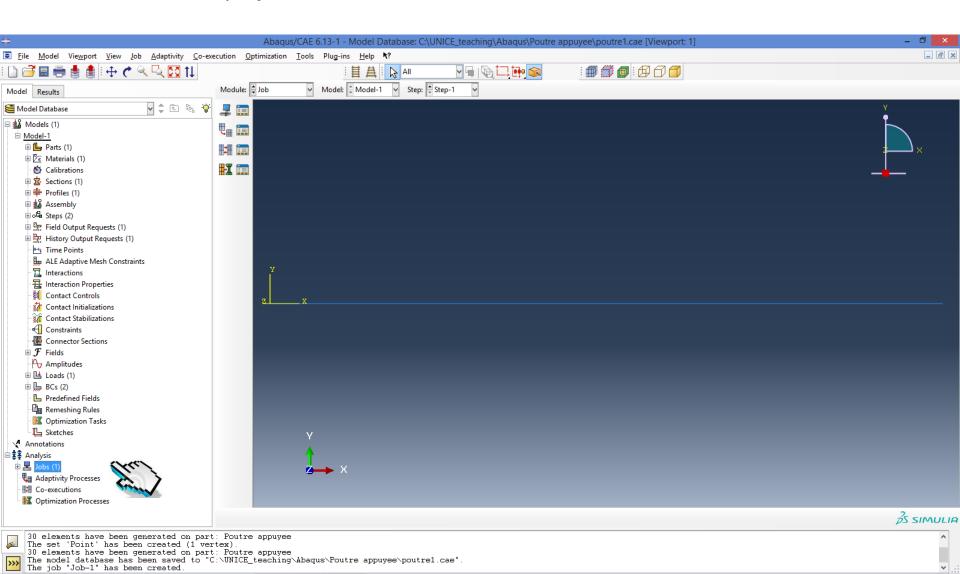


15. Maillage : type d'élément (2 ou 3 nœuds), nombre d'éléments

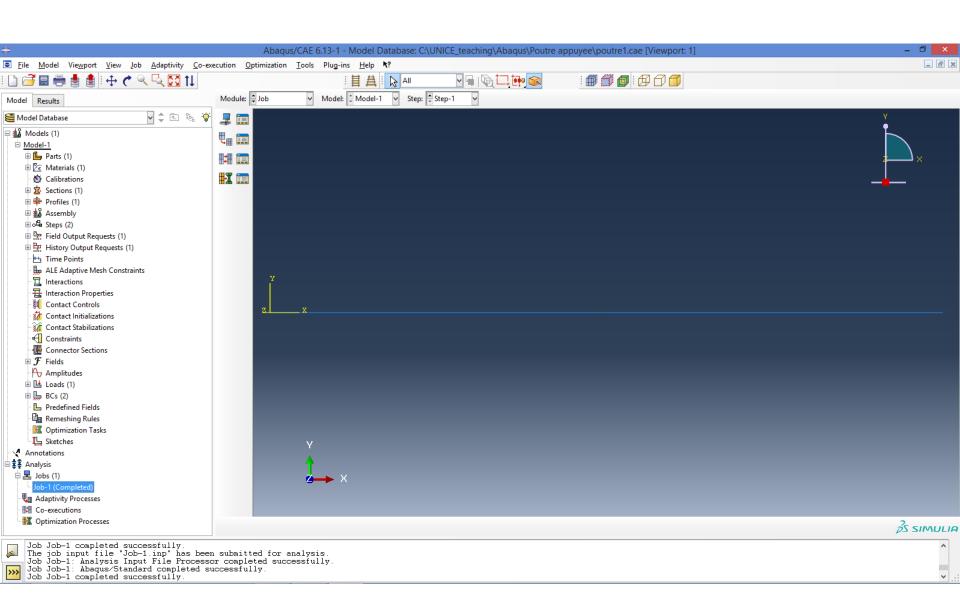


# Model - Analysis

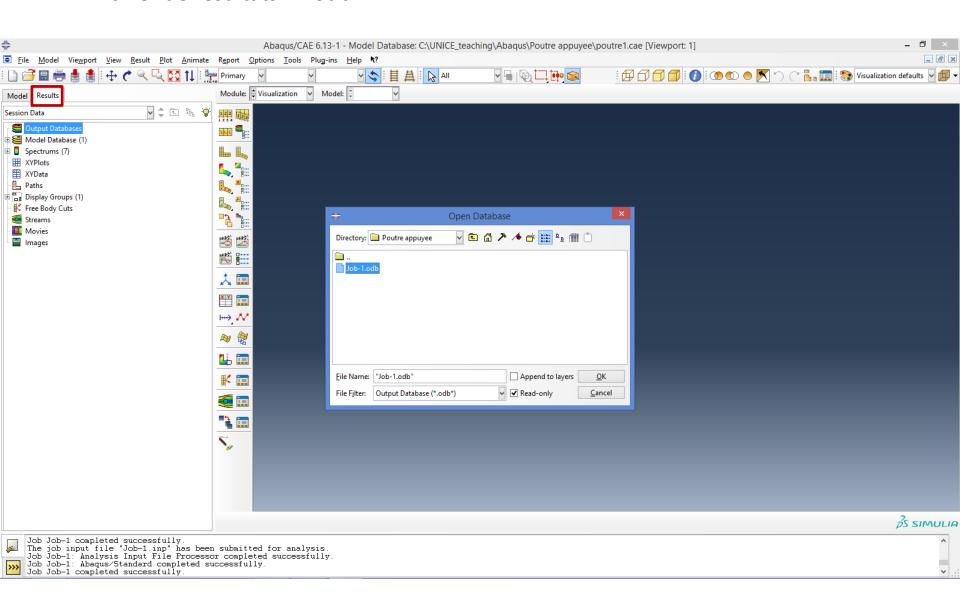
16. Création du projet, vérification des données et calcul



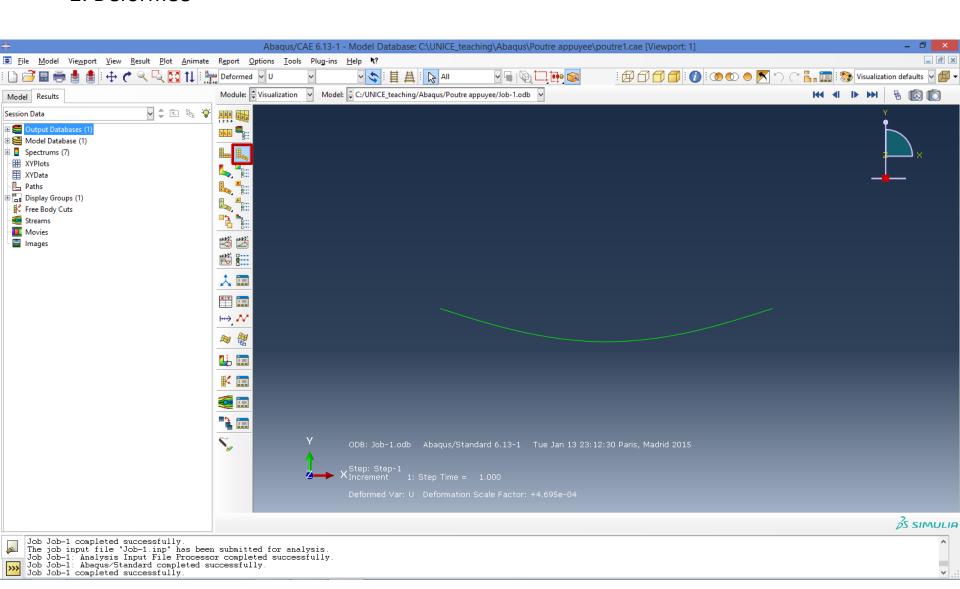
# Calcul complet



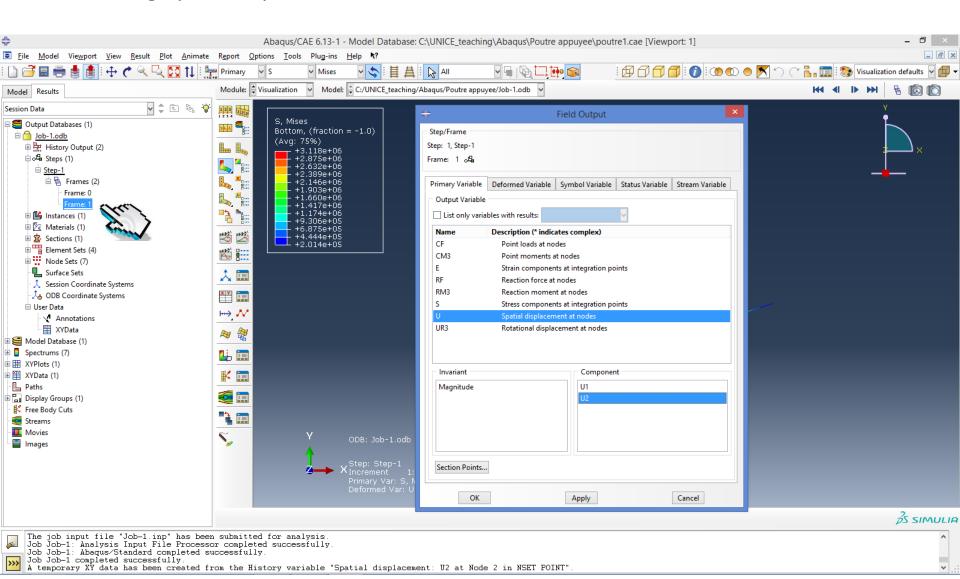
1. Fichier de résultats : \*.odb



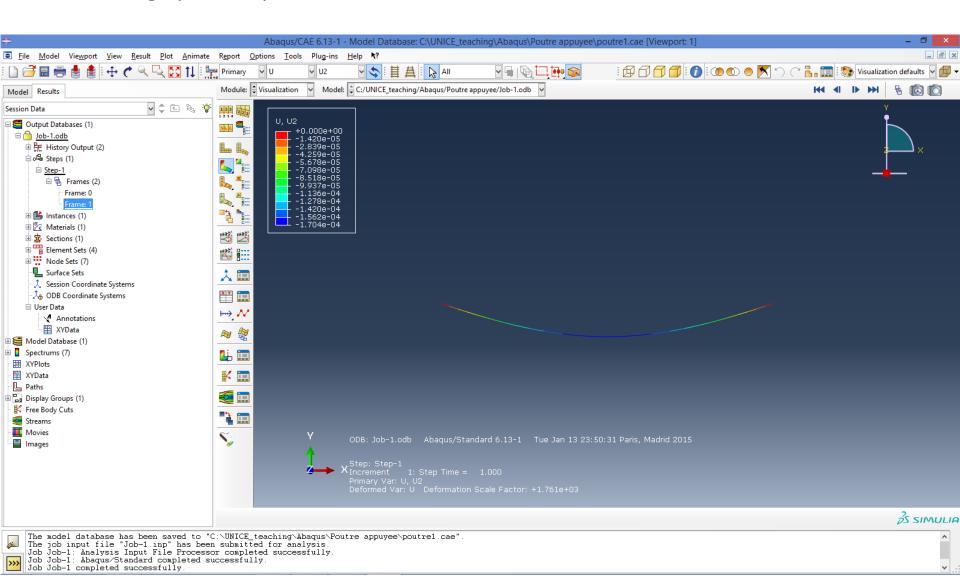
#### 2. Déformée



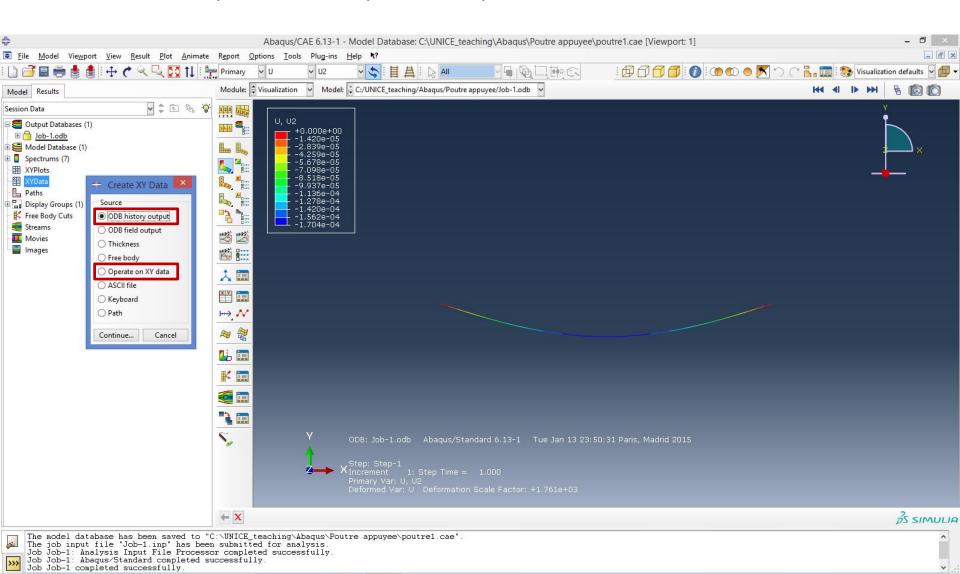
3. Cartographie : déplacement, contrainte



3. Cartographie : déplacement



4. Courbes : déplacement-temps, force-déplacement



5. Courbes : déplacement maximum (flèche)

The XY data "u2" has been created

