

TP interpolation et réduction de modèle

A Boudin

October 2, 2024

Exercice 1

Coder la méthode **d'interpolation par triangulation**.

1°) Pour cela, on propose d'écrire les fonctions suivantes :

- le produit vectoriel entre 2 vecteurs u et v
- une fonction `IsInTriangle` qui prend en arguments 4 points A, B, C et X et qui renvoie 1 si X est dans le triangle ABC, 0 sinon. (Une combinaison des produits vectoriels et scalaire permet rapidement de déterminer si un point est dans un triangle)
- l'aire du triangle ABC

Tester ces fonctions en prenant $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$ puis $X = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.51 \\ 0 \end{pmatrix}$

2°) En utilisant la méthode de lecture d'un CSV ("csv.reader"):

- lire le fichier de test fourni
- stocker les valeurs dans une matrice de taille (3,n) pour les coordonnées
- stocker dans un vecteur de longueur n la quantité

3°) Calculer la distance entre chaque point et le premier X, et stocker cette distance dans une matrice où la première valeur de chaque colonne sera la distance entre X et le point, et la deuxième ligne de chaque colonne sera l'indice du point dans la matrice de coordonnées.

4°) Réaliser le parcours des points pour construire le triangle en commençant par les points les plus proches précédemment calculés (un tri de la matrice précédemment calculé peut aider...). Stocker le triangle obtenu dans une matrice (3,??) avec comme valeur le triplet de points correspondant aux indices dans la matrice précédente.

5°) Calculer les sous aires de ce triangle en ne prenant que 2 des 3 points et en prenant X comme troisième point.

6°) Ecrire la formule de calcul de la quantité au point X et retrouver T(X).

7°) Quelle critique peut-on faire au jeu de données ? (on pourra essayer de prendre $X = [0.49, 0.49, 0]$ puis $X = [0.51, 0.51, 0]$).

Exercice 2

Coder la méthode **d'interpolation par Krigeage**.

0°) Pour cet exercice, les librairies **pandas** et **pykrige** sont nécessaires.

1°) Lire le fichier de test avec la méthode "read_csv" de la librairie **pandas**. On créera un tableau pour les coordonnées et un autre pour les températures.

2°) Construire une matrice de taille (n,n) tq la valeur de (i,j) corresponde à la distance entre les points X_i et X_j . On se limitera à faire une matrice triangulaire supérieure pour ne pas avoir de distance en doublon.

Rappel de la formule $\gamma(h) = \frac{1}{2 \cdot N} \sum (Q(X_i) - Q(X_j))^2$ avec $h - \delta h < |X_i - X_j| < h + \delta h$

3°) Calculer $\gamma(h)$ pour les différentes distances et stocker dans une matrice les h calculés sur la première ligne et la valeur de $\gamma(h)$ en ordonnée

4°) Tracer $\gamma(h)$ pour déterminer le variogramme théorique qui peut correspondre.

5°) Déterminer le variogramme théorique associé et coder la fonction $\hat{\gamma}(h)$ correspondante. On pourra dans un premier temps utiliser un modèle linéaire de variogramme.

6°) Tracer le $\hat{\gamma}$ déterminé à l'étape précédente.

7°) Réaliser le krigeage en utilisant la méthode "OrdinaryKriging".

8°) Calculer la température pour un point quelconque dans la plage de données. Puis tracer le krigeage sur une grille de type 100x100.