Feuille 1: Modelisation Mohamad SAMMAN

Exercice 2:

* euler explicite :

Nous observons une explosion conditionnelle (si le pas est superieur à 0,02). Cela s'explique en étudiant l'équation :

Soit $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ le vecteur de la solution approchée. On voit qu'une etape s'écrit $y_{n+1} = y_n - 50h y_n + 50h \cos(t_n)$, avec h le pas

$\Rightarrow y_{n+1} = (1-50h) y_n + 50h \cos t_n$

On en deduit que pour $h \geq \frac{1}{50} = 0{,}02$, $1-50h \leq 0$ et la solution explose à partir d'un certain rang. $(1-50h)^n$ alterne signe pour $h \geq 0{,}02$

* euler implicite

Par ailleurs, ce problème n'a pas lieu avec euler implicite

$y_{n+1} = y_n - 50h y_{n+1} + 50h \cos(t_{n+1}) \Rightarrow y_{n+1} = \frac{y_n + 50h \cos(t_{n+1})}{(1+50h)}$

Nous avons converge même pour $h \geq 0{,}02$

Exercice 3:

1. L'évolution du systeme est celle à laquelle on s'attend. Le nombre de personnes susceptibles diminue au fur et à mesure que les personne s'infectent ($I \nearrow$). Puis les personnes qui guérissent deviennent immunisées ($R \nearrow$) et le nombre d'infectées diminue.

2. Nous vérifions que $S' + I' + R' = 0$. En effet, l'effectif de la population ne varie pas (maladie non-mortelle par exemple). C'est aussi le cas dans les schémas indépendamment de n.

3. ① Tracer le graph du maximum d'erreur en fonction du pas en échelle logarithmique (pente = ordre).

② Comparer à la valeur exacte ou à une solution référence.