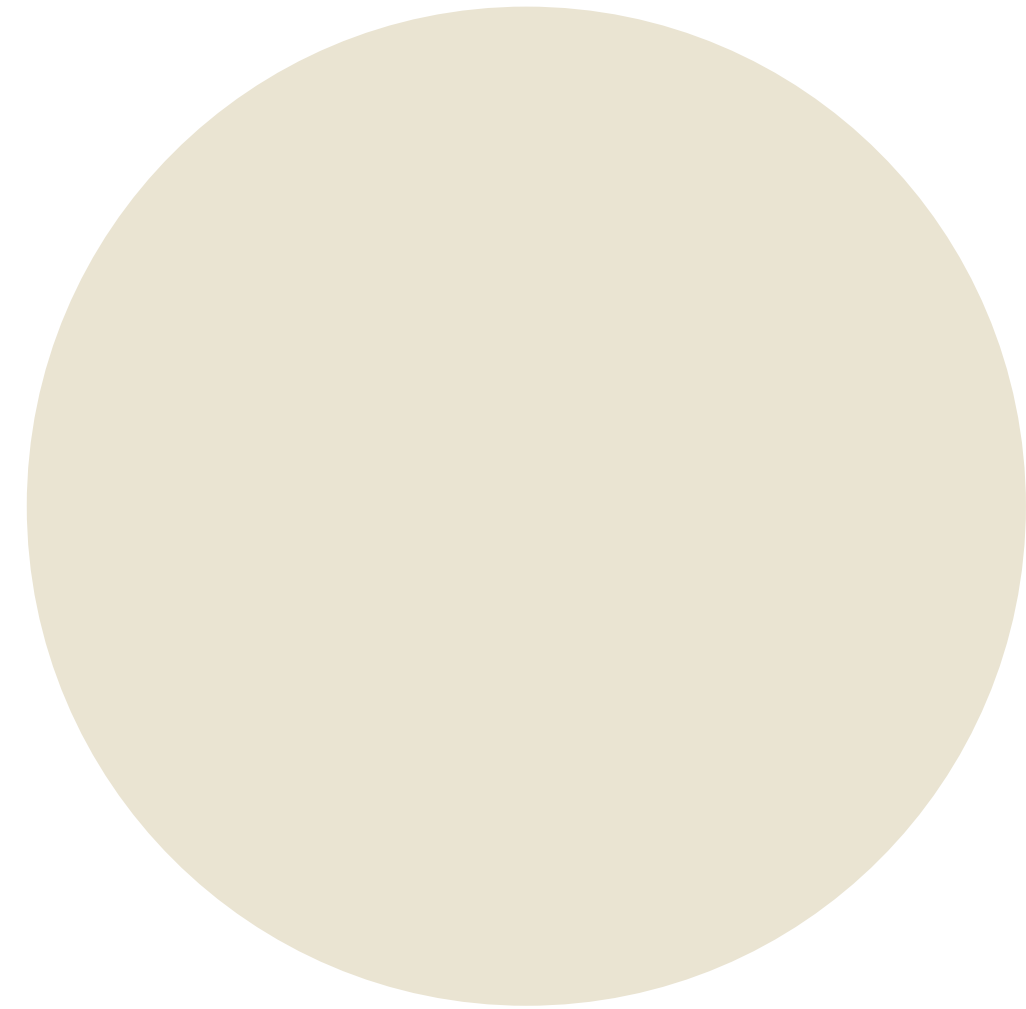




ASA 4

● DIVIDE AND CONQUER



DIVIDE AND CONQUER

Divide and Conquer adalah paradigma pemrograman yang membagi suatu permasalahan besar menjadi sub-masalah yang lebih kecil, menyelesaikan masing-masing sub-masalah, dan menggabungkan hasilnya untuk mendapatkan solusi akhir.

TAHAPAN

1. Divide (Pemisahan)

- Memecah masalah menjadi dua atau lebih sub-masalah yang lebih kecil dengan karakteristik yang sama atau serupa.

2. Conquer (Penyelesaian)

- Menyelesaikan setiap sub-masalah secara rekursif. Jika sub-masalah cukup kecil, langsung selesaikan secara langsung (base case).

3. Combine (Penggabungan)

- Menggabungkan hasil dari setiap sub-masalah untuk mendapatkan solusi dari permasalahan awal.

MERGE SORT

1. Divide (Pemisahan)

- Membagi masalah dari mengurutkan n element array menjadi 2 sub-problem yaitu mengurutkan 2 buah $n/2$ element array.

2. Conquer (Penyelesaian)

- Menyelesaikan task sort $n/2$ element array secara rekursif, base case ketika array kosong atau berelemen sebanyak 1.

3. Combine (Penggabungan)

- Menggabungkan 2 array berukuran $n/2$ yang sudah terurut.

ALGORITMA MERGE SORT



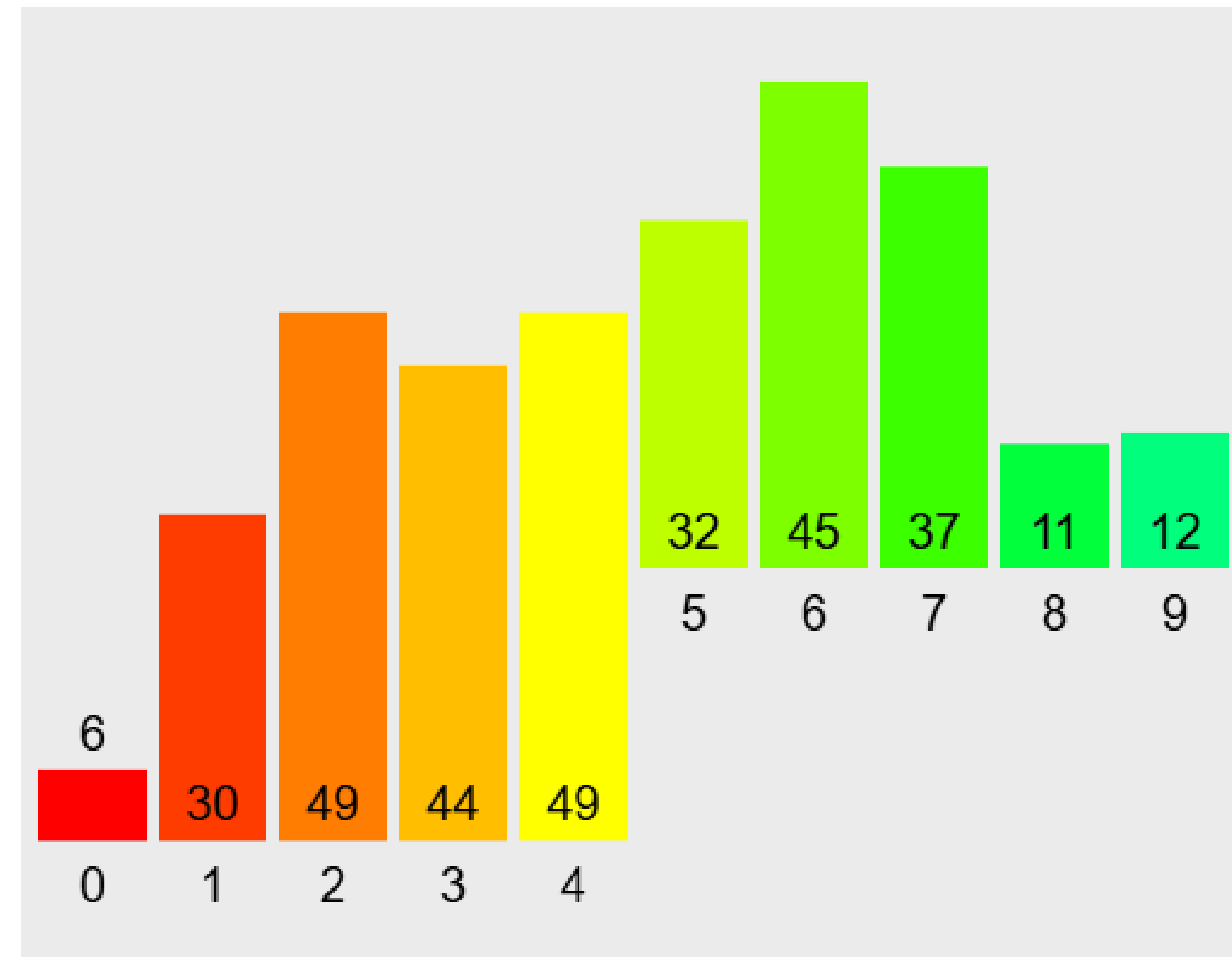
```
def merge_sort(arr):  
    if len(arr) <= 1:  
        return arr  
  
    # Divide: Membagi array menjadi dua bagian  
    mid = len(arr) // 2  
    left = merge_sort(arr[:mid])  
    right = merge_sort(arr[mid:])  
  
    # Combine: Menggabungkan hasil pengurutan kedua bagian  
    return merge(left, right)
```

ALGORITMA MERGE SORT



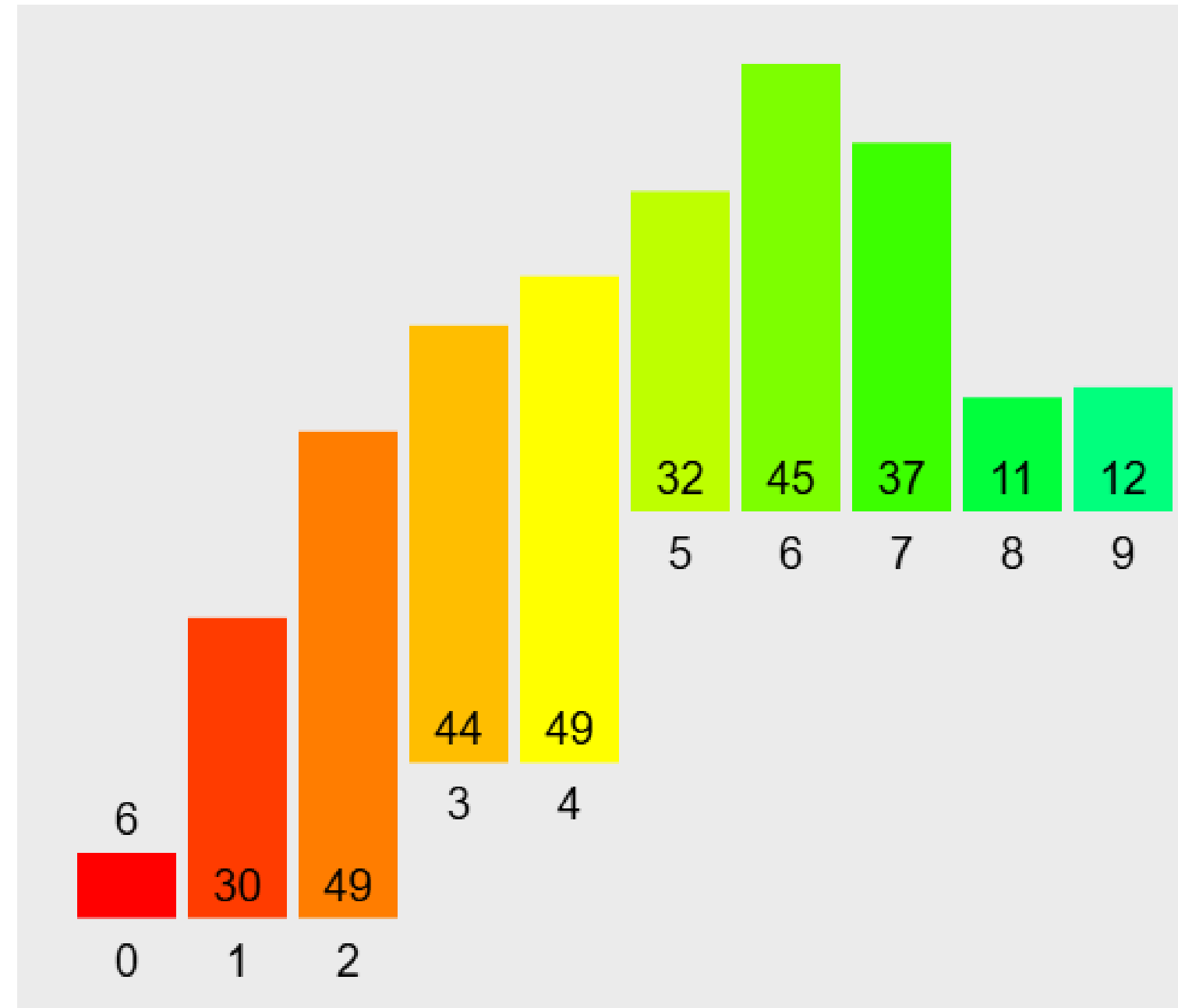
```
def merge(left, right):  
    result = []  
    i = j = 0  
  
    # Menggabungkan dua array terurut menjadi satu  
    while i < len(left) and j < len(right):  
        if left[i] < right[j]:  
            result.append(left[i])  
            i += 1  
        else:  
            result.append(right[j])  
            j += 1  
  
    # Menambahkan elemen yang tersisa  
    result.extend(left[i:])  
    result.extend(right[j:])  
    return result
```

ALGORITMA MERGE SORT



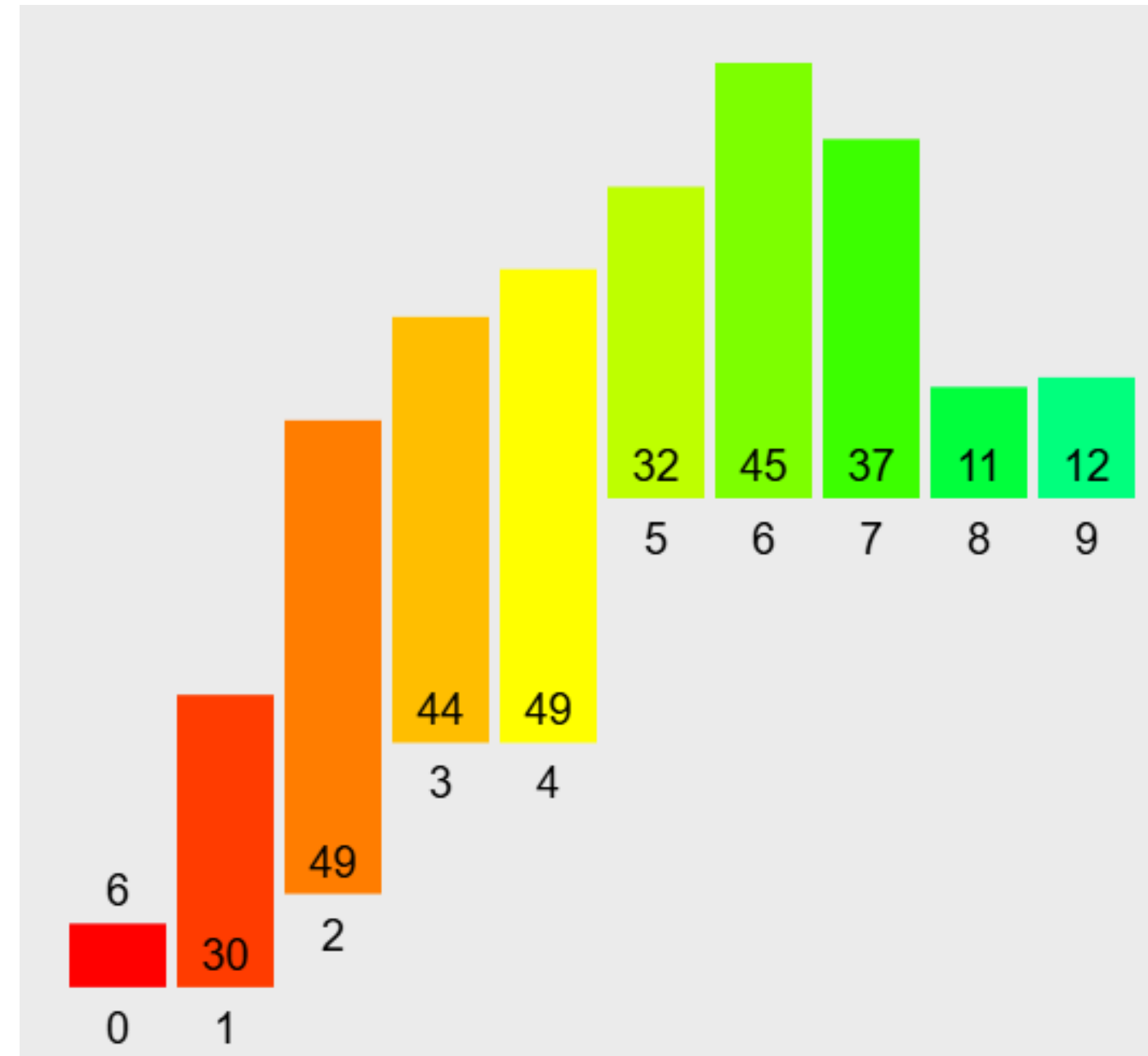
Divide: Bagi array menjadi 2 pada index [0, 9] menjadi index [0,4] dan [5,9]

ALGORITMA MERGE SORT



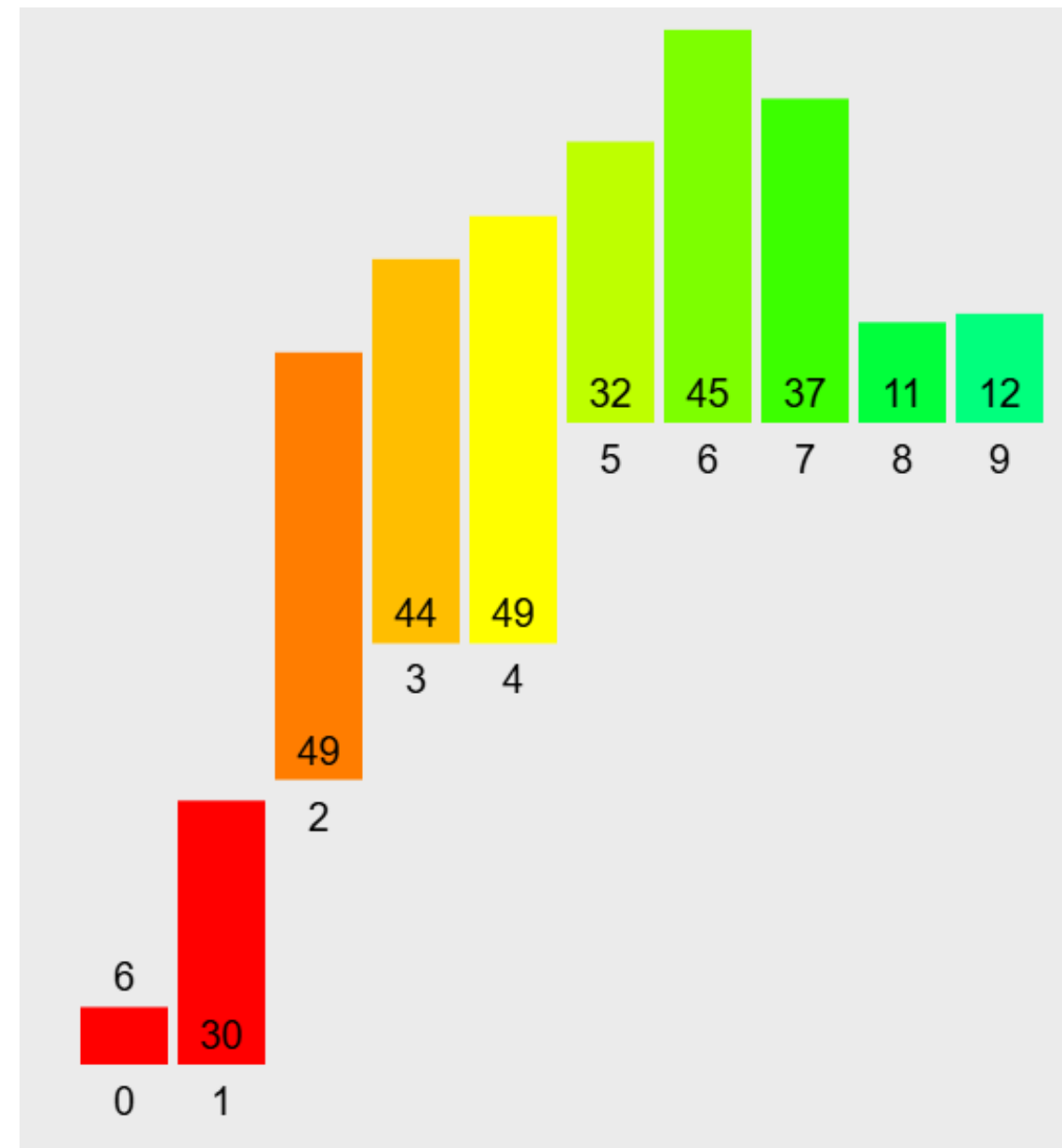
Divide: Bagi array menjadi 2 pada index [0, 4] menjadi index [0,2] dan [3,4]

ALGORITMA MERGE SORT



Divide: Bagi array menjadi 2 pada index [0, 2] menjadi index [0,1] dan [2,2]]

ALGORITMA MERGE SORT

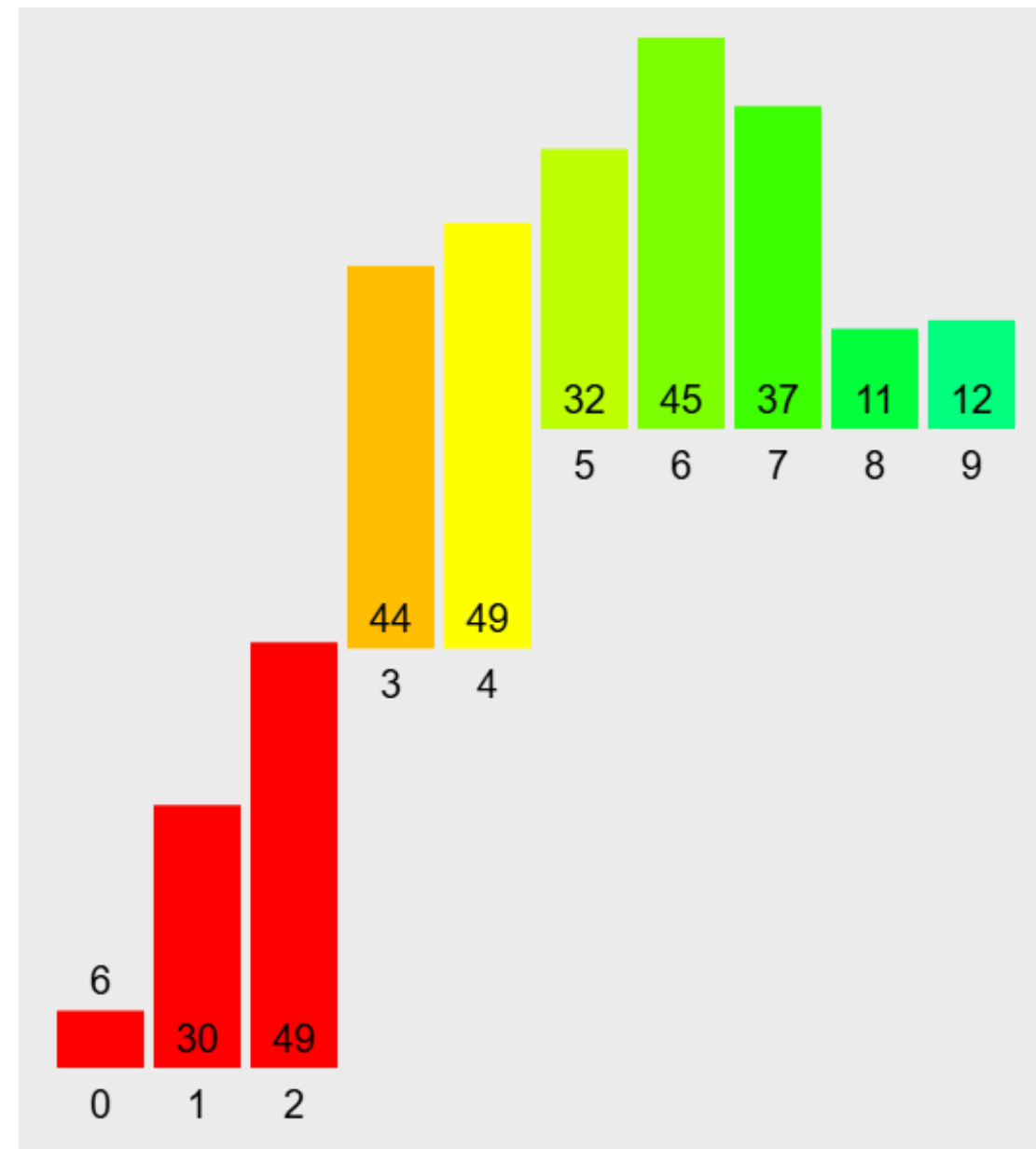


Conquer

Karena elemen array [0,1] sudah 2, kita bisa lakukan perbandingan secara langsung..

Pada contoh ini elemen array [0,1] sudah sesuai.

ALGORITMA MERGE SORT

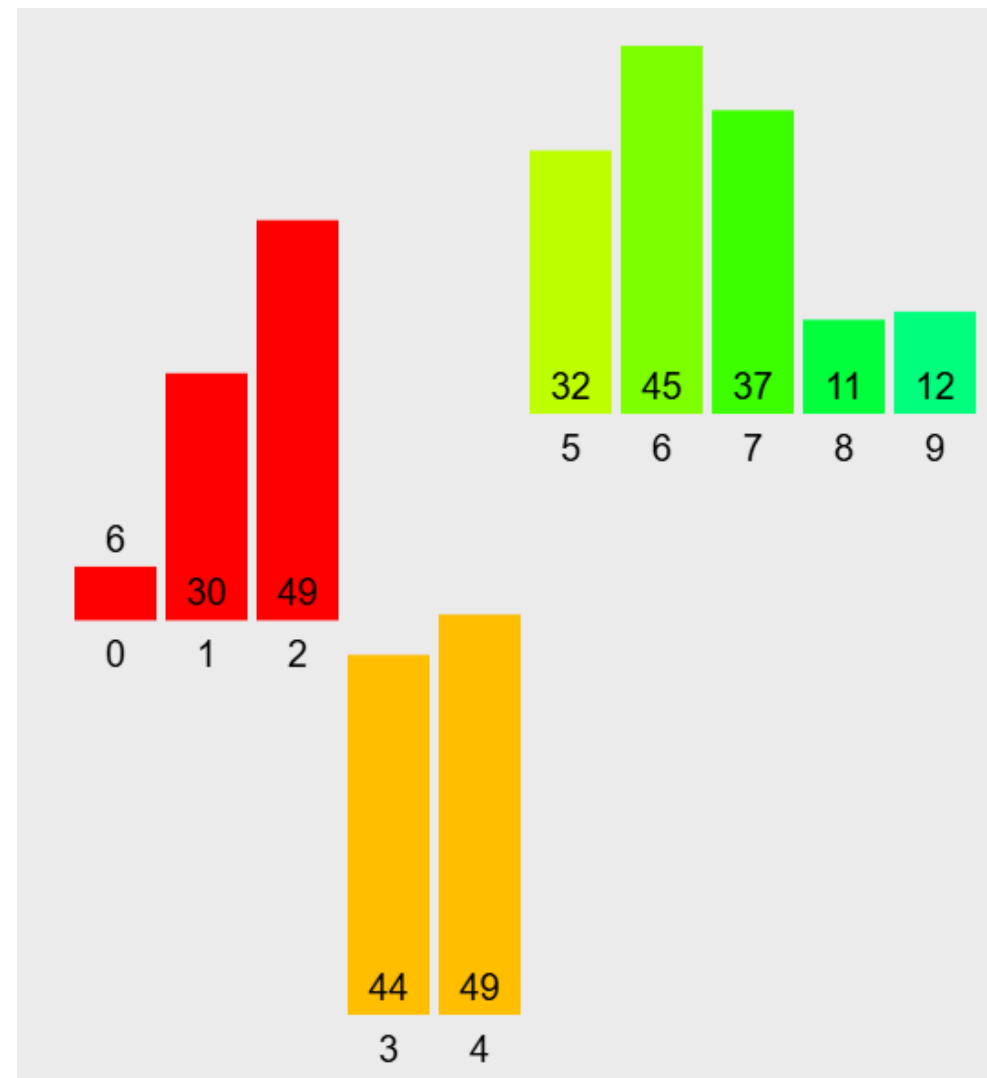


Merge

Gabungkan elemen array [0,1] dan [2,2]

Hasil: array [0,2] terurut

ALGORITMA MERGE SORT

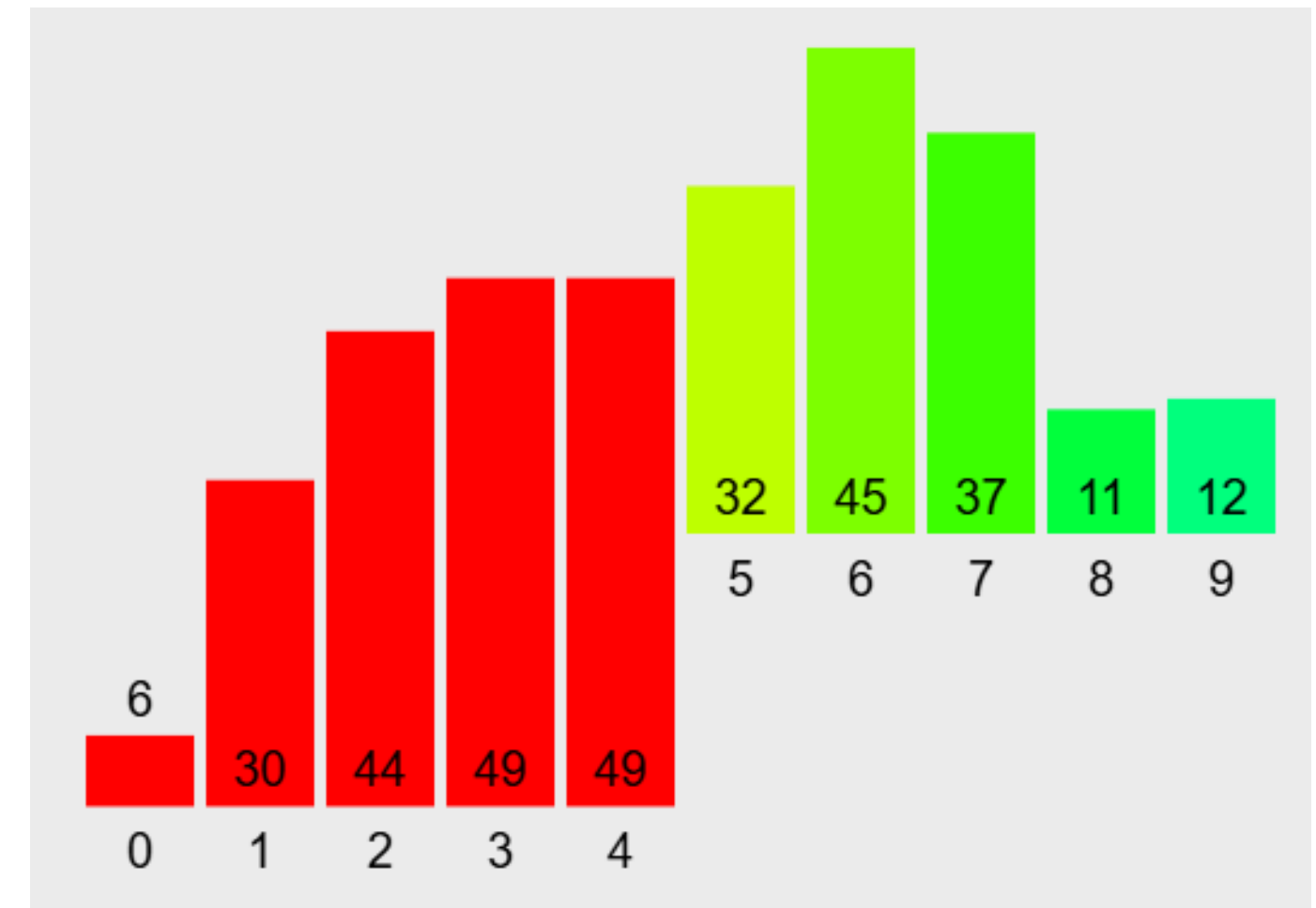
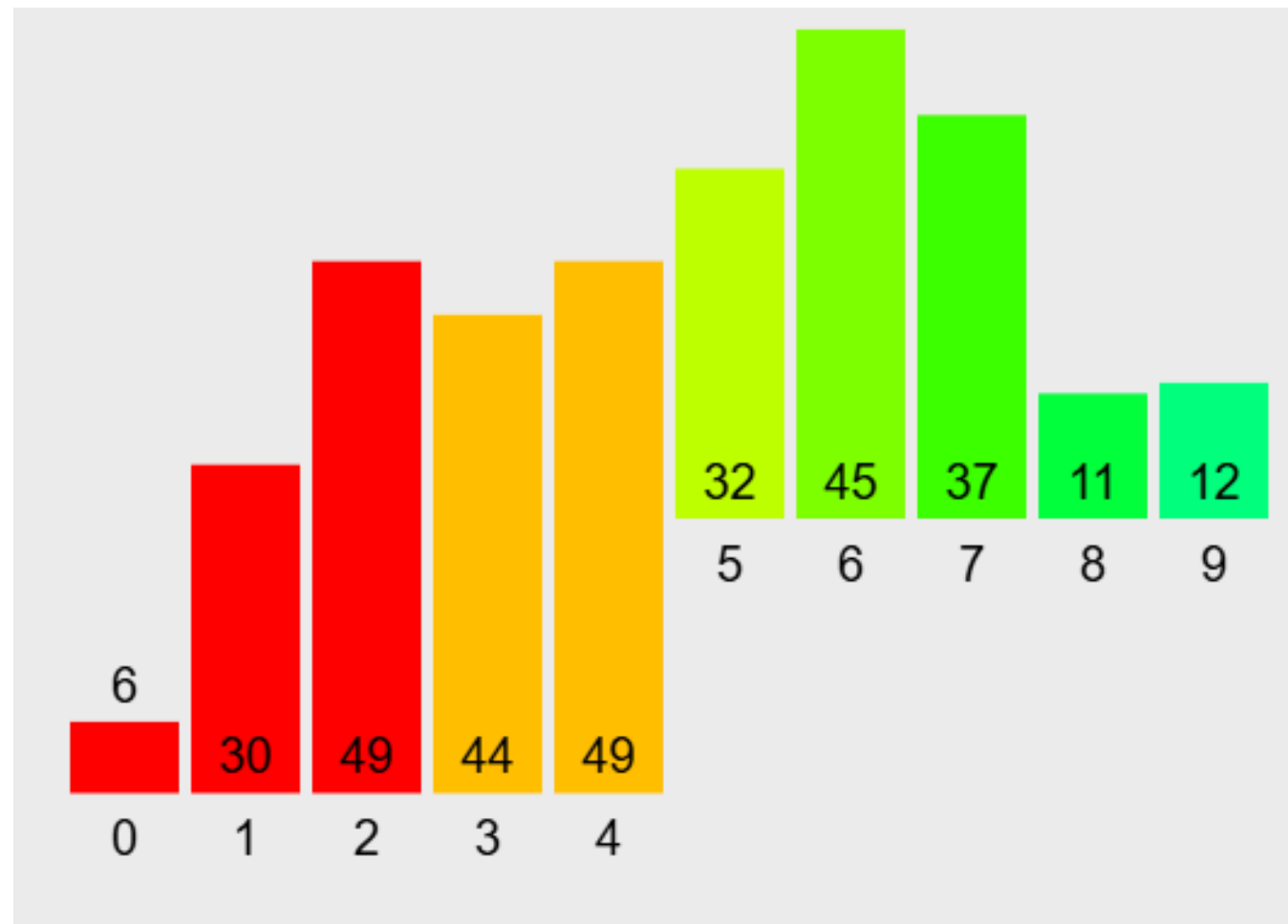


Conquer

Karena elemen array [3,4] sudah 2, kita bisa lakukan perbandingan secara langsung..

Pada contoh ini elemen array [3,4] sudah sesuai.

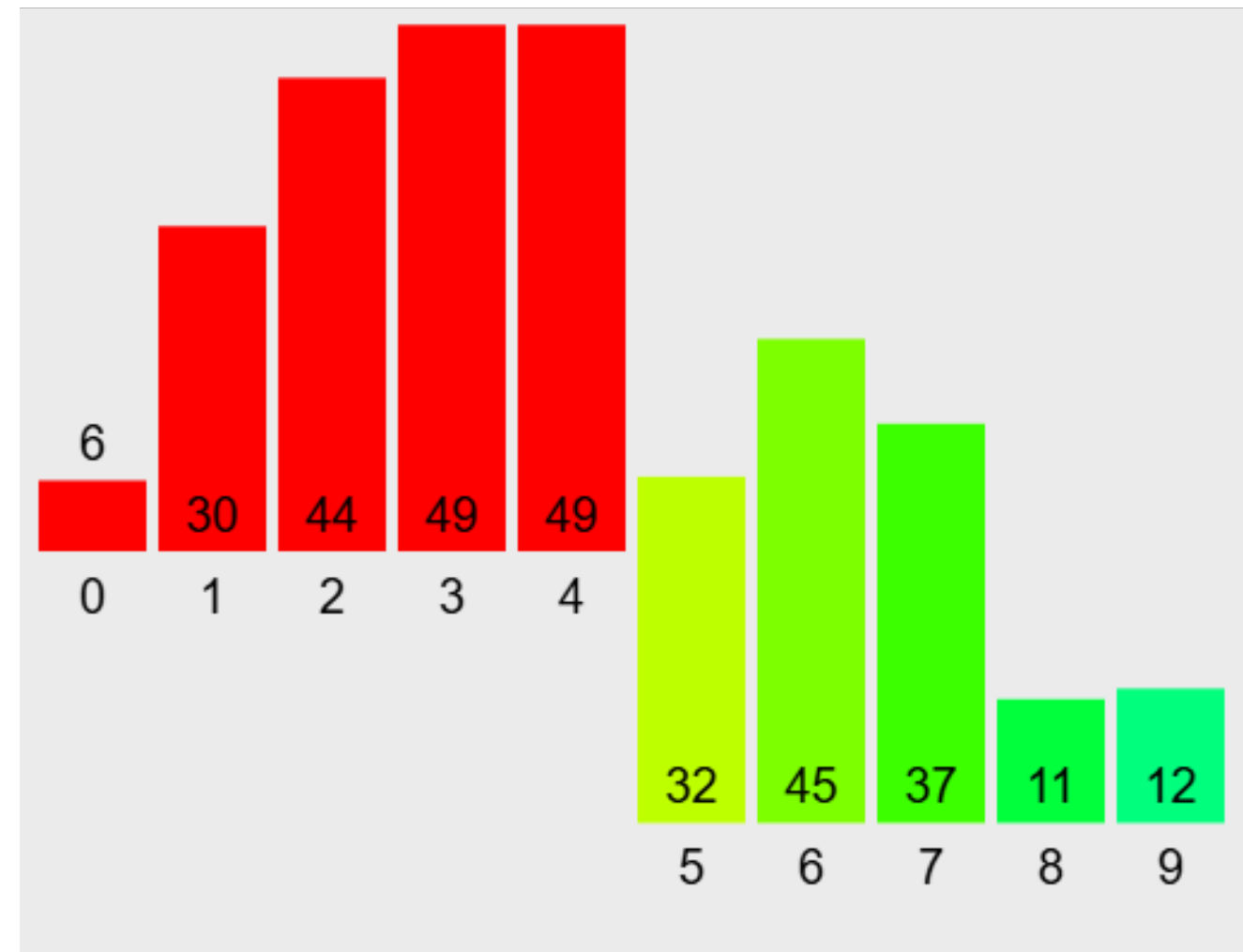
ALGORITMA MERGE SORT



Merge

Kita sudah memiliki 2 array terurut [0,2] dan [3,4], lakukan penggabungan
Hasil: array [0,4] terurut

ALGORITMA MERGE SORT



Karena elemen [0,4] sudah terurut, sisa mengurutkan elemen [5,9]

Untuk elemen sisanya, lakukan eksplorasi pada link: <https://visualgo.net/en/sorting>

Lalu pilih pada bagian Merge Sort

MASTER THEOREM

Master Theorem berlaku untuk persamaan rekursif dalam bentuk:

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + cn^d$$

Untuk menentukan bentuk pasti dari $T(n)$, terdapat 3 kasus:

1. **Kasus 1:** $a > b^d$, maka:

$$T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$$

2. **Kasus 2:** $a = b^d$, maka:

$$T(n) = \Theta(n^d \log n)$$

3. **Kasus 3:** $a < b^d$, maka:

$$T(n) = \Theta(n^d)$$

MASTER THEOREM - MERGE SORT



```
def merge_sort(arr):  
    if len(arr) <= 1:  
        return arr  
  
    # Divide: Membagi array menjadi dua bagian  
    mid = len(arr) // 2  
    left = merge_sort(arr[:mid]) # rekursi: T(n/2)  
    right = merge_sort(arr[mid:]) # rekursi: T(n/2)  
  
    # Combine: Menggabungkan hasil pengurutan kedua bagian  
    return merge(left, right) # O(n)
```


MASTER THEOREM - MERGE SORT

Sebagai contoh untuk kasus merge sort, bentuk persamaannya adalah

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \cdot n^1$$

Diketahui $a = 2$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ dan $2 = 2^1$ maka menggunakan kasus kedua.

$$T(n) = \Theta(n^1 \log n) = \Theta(n \log n)$$

QUICK SORT

1. Divide (Pemisahan)

- Memilih pivot (bebas, sebagai contoh ambil saja elemen array pertama) lalu bagi array menjadi 3 bagian: $< \text{pivot}$; $= \text{pivot}$; $> \text{pivot}$ dan urutkan array yang $< \text{pivot}$ dan $> \text{pivot}$.

2. Conquer (Penyelesaian)

- Menyelesaikan task sort array $< \text{pivot}$ dan $> \text{pivot}$ dengan base case elemen array < 1 .

3. Combine (Penggabungan)

- Menggabungkan 3 bagian array yang sudah terurut.

ALGORITMA QUICK SORT



```
def quick_sort(arr):  
    if len(arr) <= 1:  
        return arr  
    pivot = arr[len(arr) // 2]  
    left = [x for x in arr if x < pivot]  
    middle = [x for x in arr if x == pivot]  
    right = [x for x in arr if x > pivot]  
    return quick_sort(left) + middle + quick_sort(right)
```

ALGORITMA QUICK SORT

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 19 | 39 | 36 | 17 | 37 | 7 | 15 | 6 | 36 |
| 7 | 15 | 6 | 16 | 19 | 39 | 36 | 17 | 37 | 36 |

Pilih pivot, sebagai contoh pada elemen pertama.

Lalu posisikan elemen yang $<$ pivot dan $>$ pivot.

Sebagai contoh elemen berwarna hijau sebagai $<$ pivot dan warna biru sebagai $>$ pivot.

ALGORITMA QUICK SORT

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 19 | 39 | 36 | 17 | 37 | 7 | 15 | 6 | 36 |
| 7 | 15 | 6 | 16 | 19 | 39 | 36 | 17 | 37 | 36 |
| 7 | 15 | 6 | | 19 | 39 | 36 | 17 | 37 | 36 |
| 6 | 7 | 15 | | 17 | 19 | 39 | 36 | 37 | 36 |

Untuk elemen $<$ pivot dan $>$ pivot lakukan rekursif dan pilih pivot untuk masing-masing array.
Lakukan langkah yang sama terus menerus sampai tersisa satu elemen.

ALGORITMA QUICK SORT



| | | | | | | | | | |
|---------|----|---------|--|---------|----|----|----|----|----|
| 7 | 15 | 6 | | 19 | 39 | 36 | 17 | 37 | 36 |
| 6 | 7 | 15 | | 17 | 19 | 39 | 36 | 37 | 36 |
| | | | | | | | | | |
| 6 | | 15 | | 17 | | 39 | 36 | 37 | 36 |
| Selesai | | Selesai | | Selesai | | 36 | 36 | 37 | 39 |

© 2010 The Authors
Journal compilation © 2010 Blackwell Publishing Ltd

[illegible]

ALGORITMA QUICK SORT

[illegible]

Setelah semua proses divide selesai, lakukan penggabungan dari $< \text{pivot}$, $= \text{pivot}$, dan $> \text{pivot}$.

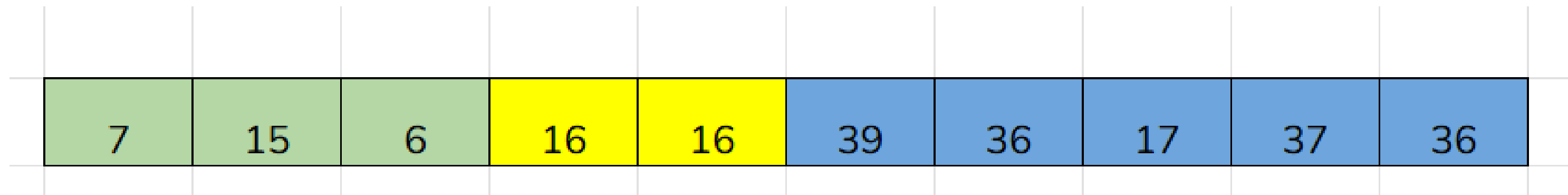
| | | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | 36 | 36 | 37 | |
| | | | | | | | 36 | 36 | 37 | 39 |
| | | | | 17 | 19 | 36 | 36 | 37 | 39 | |
| 6 | 7 | 15 | 16 | 17 | 19 | 36 | 36 | 37 | 39 | |

TOM SEDANG LAPAR

```
def tom_sedang_lapar(arr, k):  
    if len(arr) == 1:  
        return arr[0]  
  
    pivot = arr[0]  
    len_pivot = len([x for x in arr if x == pivot])  
    kiri = [x for x in arr if x < pivot]  
    kanan = [x for x in arr if x > pivot]  
  
    if k <= len(kiri):  
        return tom_sedang_lapar(kiri, k)  
    elif len(kiri)+1 <= k <= len(kiri)+len_pivot:  
        return pivot  
    else:  
        return tom_sedang_lapar(kanan, k-len(kiri)-len_pivot)  
  
n, k = map(int, input().split())  
arr = [int(x) for x in input().split()]  
print(tom_sedang_lapar(arr, n-k+1))
```

TOM SEDANG LAPAR

Cara yang digunakan serupa dengan algoritma Quick Sort, biasa dinamakan Quick Select. Untuk mempermudah akan menggunakan algoritma mencari nilai terkecil ke-k alih-alih mencari nilai terbesar ke-k.



Sebagai contoh untuk array ini

- Jika $k \leq 3$, maka bilangan urutan ke-k pasti akan berada di kiri
- Jika $4 \leq k \leq 5$, maka bilangan urutan ke-k pasti pivot itu sendiri
- Jika $k \geq 6$, maka bilangan urutan ke-k pasti berada di kanan.

Perhatikan jika mengambil elemen di kanan untuk melakukan reset index (lihat contoh kode)

THANK YOU



● FOR YOUR NICE ATTENTION

link canva: [https://www.canva.com/design/DAGgzEmWcr4/w1SLJkahg0kE_aaVctk0bw/edit?
utm_content=DAGgzEmWcr4&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton](https://www.canva.com/design/DAGgzEmWcr4/w1SLJkahg0kE_aaVctk0bw/edit?utm_content=DAGgzEmWcr4&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton)