Beispiel

Sebastian Posur

Chapter 1

Beispiel

Wir konstruieren eine virtuelle Kohomologietabelle zu den Chernklassen c_1 = 0 und c_2 = 3 und dem Rang 2.

1.1 Beispiel

@ttfamily[5]CC@ttfamilyT1cmttmnecttCC@ttfamilyT1cmttmslecstCC@ttfamilyT1cmttmitecitCC@ttfamilyT1cmttmscectc

```
gap> LoadPackage( "Boij" );
gap>
> h := VariableForChernPolynomial( );
h
gap> c := CreateChernPolynomial( 2, 1 + 3 * h^2, 4 );
( 2 | 1+3*h^2 ) -> P^4
gap> p := VirtualHilbertPolynomial( c );
1/12*t^4+5/6*t^3+17/12*t^2-10/3*t-6
gap> I := IntervalOfMinimalAmbientSpace( p );
[ [ 1, -2, -4, -7 ] .. [ 2, -1, -3, -6 ] ]
gap> A := AllCohomologyTables( I, p );
[ [ <A virtual cohomology table> ], [ ], [ ] ]
gap> SetDisplayInterval( [ -10 .. 5 ] );
gap> a := A[ 1 ][ 1 ];
<A virtual cohomology table>
gap> Display( a );
total:  169  78  26   1   7   6   2   1   1   2   6   7   1  26  78 169
----------------------------------------------------------------------
    4:  169  78  26   1   .   .   .   .   .   .   .   .   .   .   .   .
    3:    .   .   .   .   7   6   2   .   .   .   .   .   .   .   .   .
    2:    .   .   .   .   .   .   .   1   1   .   .   .   .   .   .   .
    1:    .   .   .   .   .   .   .   .   .   2   6   7   .   .   .   .
    0:    .   .   .   .   .   .   .   .   .   .   .   .   1  26  78 169
----------------------------------------------------------------------
egree:  -10  -9  -8  -7  -6  -5  -4  -3  -2  -1   0   1   2   3   4   5
gap> BoijSoederbergDecomposition( a );
[ [ 1/9, [ 2, -1, -3, -6 ] ], [ 22/27, [ 2, -1, -3, -7 ] ], [ 4/27, [ 2, -1, -4, -7 ] ], [ 22/27, [ 2, -2, -4, -7 ] ], [ 1/9, [ 1, -2, -4, -
```

Angenommen diese Tabelle käme tatsächlich von einem Vektorbündel F, so wäre das 0-te Syzygienobjekt S der korrespondieren Tateauflösung ein Unterobjekt von $\omega_E \otimes_k (H^1_{-1}(F) \oplus H^2_{-2}(F))$ und ein

Faktorobjekt von $\omega_E \otimes_k (H^3_{-4}(F) \oplus H^2_{-3}(F))$, d.h. erzeugt in den Graden -4 + 5 = 1 und -3 + 5 = 2. Wir suchen nun einen Vertreter der K_0 Klasse von S, welcher mit der Beschreibung von S als Syzygienobjekt kompatibel ist:

Example
```
gap> k := K0ElementOfStableModuleCategory( p );
-6-23*x-24*x^2-11*x^3-2*x^4 -> P^4
```

Wir müssen die Koeffizienten von x^4 und x^3 zu 0 setzen:

Example
```
gap> pr := ElementOfGradedRelativeRing( List( [ 0 .. 5 ], i -> [ Binomial( 5, i ), i ] ), 5 );
1+5*x+10*x^2+10*x^3+5*x^4+x^5 -> P^4
gap> mx := ElementOfGradedRelativeRing( [ [ 1, - 1 ] ], 5 );
x^-1 -> P^4
gap> k + 2 * mx * p;
2*x^-1+4-3*x-4*x^2-x^3 -> P^4
gap> k + 2 * mx * p + mx^2 * p;
x^-2+7*x^-1+14+7*x+x^2 -> P^4
```

Hierbei muss es sich um die Hilbertreihe von S handeln, da jeder weitere Vertreter mit Koeffizienten $a_i = 0$ für $i > 2$ und $a_2 = 1$ zwangsläufig einen nicht triviale Koeffizienten a_{-3} hätte, im Widerspruch zur oben beschriebenen Einbettung von S. Es stellt sich als die Frage, ob ein E-Modul mit diesen Eigenschaften existiert: