

EXERCICE D'ORAL

ELECTROMAGNETISME

-EXERCICE 27.4-

• ENONCE :

« Champ créé par un ruban »

Soit un ruban illimité de largeur 2a, parcouru par des courants **superficiels** permanents et uniformes d'intensité I : calculer le champ magnétique en tout point d'un axe Oz perpendiculaire au ruban et passant par le milieu de ce dernier.



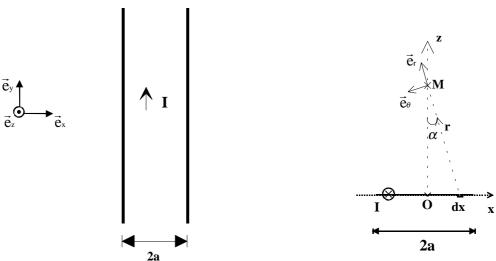
ELECTROMAGNETISME

EXERCICE D'ORAL

• CORRIGE:

« Champ créé par un ruban »

♦ Ici, « l'astuce » consiste à considérer le ruban comme la juxtaposition d'une infinité de fils de largeur dx, parcourus par un courant élémentaire dI, comme on peut le voir sur la figure ci-dessous :



• Le plan yOz étant plan de symétrie des courants, $\vec{B}(M)$ sera porté par \vec{e}_x ; pour un fil illimité de largeur élémentaire dx et parcouru par un courant $dI = \frac{I}{2a} dx$, nous avons :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r} \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi a r} \vec{e}_\theta \Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi a r} \cos \alpha \quad \text{(seule la composante selon Ox nous intéresse)}$$

Par ailleurs : $\cos \alpha = z_{\scriptscriptstyle M} / r$ et: $\tan \alpha = x / z_{\scriptscriptstyle M} \Rightarrow dx = \frac{z_{\scriptscriptstyle M}}{\cos^2(\alpha)} d\alpha \Rightarrow dB_{\scriptscriptstyle X} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} d\alpha$; il vient alors :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \alpha_{\text{max}}$$
 avec: $\alpha_{\text{max}} = \arctan(\frac{a}{z_M})$

• Etudions maintenant les cas limites :

• $a/z_{\scriptscriptstyle M} \ll 1$: alors $\tan(a/z_{\scriptscriptstyle M}) \simeq a/z_{\scriptscriptstyle M} \Rightarrow B(M) \simeq \frac{\mu_{\scriptscriptstyle 0} I}{2\pi z_{\scriptscriptstyle M}}$; on retrouve le champ créé par un fil

illimité parcouru par un courant I (à grande distance, le ruban est assimilable à un fil)

• $a/z_M \gg 1$: alors $\alpha_{\max} \simeq \pi/2 \Rightarrow B(M) \simeq \frac{\mu_0 I}{4a} = \frac{\mu_0 j_S}{2}$ avec: $j_S = \frac{I}{2a}$; on retrouve cette fois le

champ créé par un plan parcouru par des courants superficiels uniformes de densité j_{s} (pour un point M « collé » au ruban, ce dernier apparaît comme une surface plane illimitée)

Rq1 : des connexions en « ruban » sont fréquentes en électronique ou informatique.

Rq2 : on remarque une nouvelle fois la simplicité de l'intégration en variable angulaire.