Université Abdelmalek ESSAADI (UAE)
Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Al Hoceima, Maroc

Module: Analyse 2

Professeur A. MOUSSAID

Examen d'Analyse 2
Session du Printemps
1^{ere} **Année Préparatoire, 2019-2020**

Durée : 1 heure
Il est demandé de rédiger avec clareté et rigueur.(2 pts pour la bonne prérentation).

Exercice 1 (4 pts)
Choisir la bonne réponce.
Question 1
On considère une série réelle $\sum_{n\geq 0} u_n$.

1. *Si* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge alors* (u_n) *converge vers* 0
2. *Si* (u_n) *converge alors* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge*
3. *Si* (u_n) *converge vers* 0 *alors* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge*

Question 2
Soient $\sum_{n\geq 0} u_n$ *et* $\sum_{n\geq 0} v_n$ *deux séries à termes positifs.*

1. *Si* $\sum_{n\geq 0} u_n < \sum_{n\geq 0} v_n$ *et* $\sum_{n\geq 0} v_n$ *converge alors* $\sum_{n\geq 0} u_n$*converge.*
2. *Si* $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < v_n$ *et* $\sum_{n\geq 0} v_n$ *converge alors* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge.*
3. *Si* $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < v_n$ *et* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge alors* $\sum_{n\geq 0} v_n$ *converge.*

Question 3
x *désigne un réel fixé. La série* $\sum_{n\geq 0} x^n$

1. *converge pour tout* $x \in \mathbb{R}$ *et sa somme est* $\sum_{n\geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$
2. *converge si et seulement si* $x \neq 1$ *et sa somme est* $\sum_{n\geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$
3. *converge si et seulement si* $\mid x \mid < 1$ *et sa somme est* $\sum_{n\geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$

Question 4
$\sum_{n\geq 0} u_n$ *est une série à termes positifs,* (a_n) *est une suite positive bornée.*

1. *Si* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge alors* $\sum_{n\geq 0} u_n a_n$ *converge*
2. *Si* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *diverge alors* $\sum_{n\geq 0} u_n a_n$ *diverge*
3. *On ne peut rien dire*

Exercice 2 (4 pts)
Répondez à chaque question par Vrai ou Faux
Dans tout ce qui suit, $(u_n)_n$ *désigne une suite de nombres réels.*

1. *Q 1: Si la série* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge alors* $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$.
2. *Q 2: Si la série* $\sum_{n\geq 0} u_n$ *converge alors* $\sum_{n\geq 0} \frac{1+u_n}{2+u_n}$
3. *Q 3: Si* $(u_n)_n \subset \mathbb{R}_+^*$ *et si* $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ *alors la série* $\sum_{n=1}(-1)^n u_n$ *convergente*
4. *Q 4: Si* $(u_n)_n \subset \mathbb{R}_+^*$ *et si* $\sum_{n=1} u_n$ *converge alors la série* $\sum_{n=1}(-1)^n u_n$ *convergente*

Exercice 3 (6 pts)
Résoudre les équations différentielles suivantes dans $\mathbb{R}$:

1. $\begin{cases} y^{'} + y = xe^{-x} & ; \\ y(0) = 1, & . \end{cases}$ $(3 points)$

2. $x^2y^{'} + (x-1)y = 0$ *(3 points)*

Exercice 4 (4 pts)
On considére l'équation:

$$(E) : y^{"} + 4y = \cos^2(x)$$

1. *- Résoudre l'équation différentielle homogéne associe à (E)* *(1 points).*

2. *- Montrer que*

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2} \qquad (0.5 points)$$

3. *- Trouver une solution particuliére de (E) (Expliquer votre démarche), puis donner la solution générale de (E) (2.5 points).*

Bon Courage