-PROBLEME DE THERMODYNAMIQUE 1-

• ENONCE :

« Principe d'un turboréacteur »

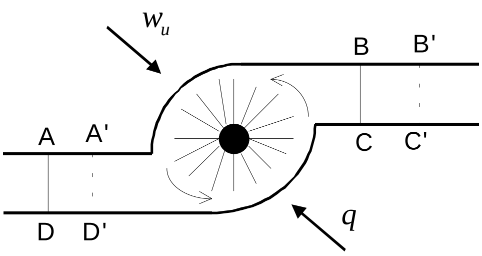
I. PRELIMINAIRES

• Un fluide homogène compressible passe d'une canalisation adiabatique d'entrée où sa pression est p_1, sa température T_1, sa vitesse v_1, son énergie interne massique u_1, son énergie totale massique e_1 (en négligeant l'énergie potentielle massique, on a : $e_1 = u_1 + \frac{v_1^2}{2}$), son enthalpie massique h_1, son entropie massique s_1, son volume massique V_{m1}, à une canalisation adiabatique de sortie où ces grandeurs s'écrivent respectivement : $p_2, T_2, v_2, u_2, e_2, h_2, s_2$ et V_{m2}.

• Les canalisations sont supposées indéformables.

• Au cours du transfert, le fluide traverse une **zone active** (machine) où il reçoit (au sens algébrique) éventuellement du travail et/ou de la chaleur de la part du milieu extérieur (figure ci-dessous) ; on note respectivement w et q le travail et la chaleur reçus par le fluide lorsque l'unité de masse de fluide est transférée de l'entrée vers la sortie.

• Dans la suite, on supposera le **régime permanent établi** (toutes les grandeurs physiques relatives au fluide sont indépendantes du temps, en un point quelconque de la machine).



On considère le système **fermé** (S) constitué par le fluide à l'instant t dans le volume ABCD. Ce volume est délimité par les parois de la machine et des canalisations et par 2 sections droites AD et BC; à l'instant t+dt, ce système qui s'est déplacé, se retrouve dans le volume A'B'C'D'.

1.1) On note δm_1 et δm_2 les masses du fluide contenues respectivement dans les volumes AA'DD' et BB'CC' : écrire la relation entre δm_1 et δm_2.

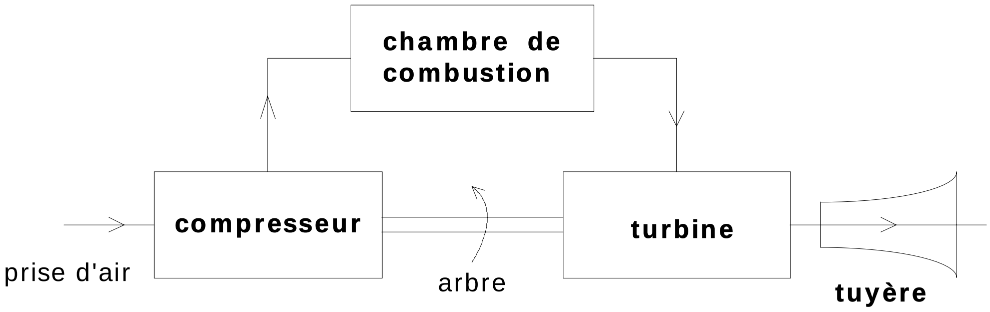
1.2) Effectuer le bilan d'énergie E^F du système fermé (S) entre les instants t et t+dt ; en déduire l'expression de la variation d'énergie dE^F de (S) entre ces deux instants, en fonction de e_1, e_2 et δm_1.

1.3) En appliquant le Premier Principe de la thermodynamique au système fermé (S), et en distinguant les travaux des forces de pression δW_P échangés au niveau des canalisations, du travail δW_u éventuellement échangé dans la zone active de la machine, montrer que l'on a :

$$\boxed{\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2}\right) = w_u + q}$$

II. TURBOREACTEUR A CYCLE SIMPLE

• Un turboréacteur à simple flux, représenté schématiquement sur la figure ci-dessous, est constitué d'un compresseur, d'une chambre de combustion, d'une turbine à gaz et d'une tuyère. Le compresseur est monté sur le même arbre que la turbine qui lui fournit la puissance nécessaire à son fonctionnement.



• Le cycle **théorique** du turboréacteur est un cycle de Joule-Brayton **réversible** décrit par de l'air que l'on peut assimiler à un **gaz parfait** et dont la capacité thermique massique isobare c_P est supposée constante. Ce cycle comprend :

♦ une **compression isentropique** : l'air, pris à la pression atmosphérique $p_0 = 1\,bar$ et à la température ambiante T_0, est admis dans le turbocompresseur qui l'aspire avec un débit massique D et le comprime isentropiquement jusqu'à la pression p_1 ; on désigne par T_1 la température de l'air à la fin de cette phase de compression.

♦ un **échauffement isobare** : le carburant est injecté sous forme pulvérisée dans l'air comprimé et brûlé sous pression constante dans la chambre de combustion ; on désigne respectivement par p_1 et T_2 la pression et la température du gaz à la fin de la combustion, et par q_C la quantité de chaleur apportée par la combustion à l'unité de masse de fluide.

♦ une **détente isentropique** : les gaz brûlés sont d'abord détendus isentropiquement jusqu'à la pression p_3 et la température T_3, dans les aubages d'une turbine chargée d'entraîner le compresseur.
A la sortie de la turbine, la détente isentropique se poursuit dans une tuyère jusqu'à la pression atmosphérique p_0 et la température T_4 : le gaz acquiert alors une vitesse suffisamment élevée pour assurer la propulsion de l'appareil sur lequel le moteur est installé.

♦ un **refroidissement isobare** : à la sortie de la tuyère, les gaz à la température T_4 subissent, au contact de l'atmosphère, un refroidissement isobare jusqu'à la température ambiante T_0.

• Dans tout ce qui suit, nous supposerons vérifiées les hypothèses suivantes :

♦ étant donnée la grande dilution dans l'air en excès, du combustible tout d'abord (le kérosène) et des gaz brûlés ensuite, on peut ne pas tenir compte des modifications chimiques du fluide moteur et continuer à l'assimiler à de l'air : il suffit pour cela que les caractéristiques physiques comme la capacité thermique massique isobare ou la masse molaire varient très peu.

L'évolution peut alors être considérée comme un **cycle**, la quantité de chaleur q_C fournie par la combustion étant comptée comme un apport **extérieur** de chaleur.

♦ le turboréacteur fonctionne au **point fixe** (sur un banc d'essai par exemple) et à plein régime.

♦ enfin, la vitesse d'écoulement du fluide pourra toujours être **négligée**, **sauf dans la tuyère**.

2.1.1) Représenter le cycle d'évolution de l'air dans le diagramme (p,V_m) ; que représente l'aire sous-tendue par le cycle ?

2.1.2) Trouver l'équation $T(s)$ d'une isobare dans le diagramme entropique (T,s) ; montrer que, dans le cas d'un gaz parfait, une isobare p' se déduit d'une isobare p par une translation de l'isobare p parallèle à l'axe des s dont on précisera l'amplitude.

2.1.3) Représenter le cycle dans le diagramme entropique : que représente l'aire sous-tendue par le cycle ? Comparer avec la question 2.1.1).

2.1.4) Définir le rendement thermique η de ce cycle ; exprimer η en fonction du rapport de compression $\omega=\dfrac{p_1}{p_0}$ et de $\gamma=\dfrac{c_P}{c_V}$, où c_P et c_V sont les capacités thermiques massiques respectivement à pression et volume constants.

<u>Application numérique</u> : on donne $\gamma=1{,}4$ et $\omega=5$.

2.1.5) Comparer qualitativement ce rendement à celui η_C d'un cycle de Carnot réversible dont les températures des sources chaude et froide seraient égales aux températures extrêmes du cycle de Joule. Ce résultat est-il en contradiction avec le théorème de Carnot ?

2.2) Exprimer la puissance P_C fournie par le compresseur en fonction du débit d'air D, de γ, T_0, ω et $r=\dfrac{R}{M}$, où R est la constante des gaz parfaits et M la masse molaire de l'air.

<u>Application numérique</u> : on donne $M=29g.mol^{-1}$; $R=8{,}31\,J.K^{-1}.mol^{-1}$; $D=60\ kg.s^{-1}$; $T_0=290K$.

2.3) La quantité de carburant injecté à plein régime dans la chambre de combustion dépend de la température maximale $T_{2\max}$ admissible, pour des raisons de résistance mécanique des aubes, à l'entrée de la turbine. Calculer le débit maximal $d_{\max}$ de carburant, en fonction de $D,r,\gamma,T_0,T_{2\max},\omega$ et du pouvoir calorifique q_C du carburant (chaleur libérée par la combustion de l'unité de masse du carburant).

<u>Application numérique</u> : on donne $T_{2\max}=1100K$ et $q_C=45.10^6\,J.kg^{-1}$.

2.4) Calculer la température T_3 et la pression p_3 à la sortie de la turbine, sachant que cette dernière fournit juste la puissance nécessaire au fonctionnement du compresseur (en d'autres termes, on néglige les pertes des deux machines).

2.5) Calculer la température T_4 à la sortie de la tuyère en fonction de $T_{2\max},\omega$ et γ ; A.N.

2.6) Calculer la vitesse d'éjection v des gaz en fonction de γ,r,T_3 et T_4 ; A.N.

III. TURBOREACTEUR A POST-COMBUSTION

A la sortie de la turbine, l'absence de pièces mobiles permet d'envisager de porter le fluide moteur à des températures plus élevées ; pour cela, on réalise une **post-combustion** à **pression constante** dans une seconde chambre de combustion placée après la turbine.

3.1) Représenter le nouveau cycle dans les diagrammes (p,V_m) et (T,s).

3.2) Calculer le débit d' de carburant nécessaire pour obtenir une température maximale $T_{3\max}^{'}$ admissible à l'entrée de la tuyère, en fonction de $T_{3\max}^{'},T_3,r,D,q_C$ et γ ; faire l'application numérique avec $T_{3\max}^{'}=1500K$.

3.3) Calculer la température $T_4^{'}$ des gaz à la sortie de la tuyère, en fonction de $T_{2\max},T_{3\max}^{'},T_3,\omega$ et γ ; en déduire la nouvelle vitesse d'éjection v' des gaz.

3.4) Comparer l'accroissement relatif de la vitesse d'éjection à l'accroissement relatif de la consommation de carburant ; conclure.

IV. POUSSEE DU TURBOREACTEUR

• On appelle poussée du turboréacteur $\vec{F}_P$ l'opposé de l'action du réacteur sur le gaz, **suivant la vitesse d'éjection**.

• Par un bilan de quantité de mouvement sur un système **fermé**, exprimer la poussée du turboréacteur à post-combustion (en **régime permanent**), en fonction de la vitesse d'éjection v' des gaz et du débit massique d'air D ; faire l'application numérique.

****

D'après le concours ENAC - Ingénieurs 93 , épreuve optionnelle

• CORRIGE : « Principe d'un turboréacteur »

1.1) Le système défini par le contenu du volume délimité par la surface ABCD est un système **fermé** : sa masse M^F reste constante au cours du temps.

• Considérons le système **ouvert** défini par le contenu du volume délimité par la surface A'BCD', en notant $M(t)$ sa masse à l'instant t.

• On peut donc écrire : $M^F(t) = M(t) + \delta m_1 = M^F(t+dt) = M(t+dt) + \delta m_2$

• En régime **permanent**, on a : $M(t) = M(t+dt) \Rightarrow \boxed{\delta m_1 = \delta m_2 = \delta m}$

1.2) A l'instant t, l'énergie totale $E^F(t)$ du système fermé est la somme de l'énergie $E(t)$ du système ouvert et de l'énergie $e_1 \times \delta m_1$ du fluide contenu dans le volume délimité par la surface $AA'DD'$, on a donc : $E^F(t) = E(t) + e_1 \times \delta m_1$

• De façon identique, il vient : $E^F(t+dt) = E(t+dt) + e_2 \times \delta m_2 \Rightarrow$

$dE^F = E^F(t+dt) - E^F(t) = E(t+dt) - E(t) + e_2 \times \delta m_2 - e_1 \times \delta m_1 \Rightarrow$ en régime permanent :

$$E(t+dt = E(t) \Rightarrow \boxed{dE^F = (e_2 - e_1) \times \delta m}$$

1.3) Le Premier Principe appliqué au système fermé fournit : $dE^F = \delta W + \delta Q$

où δW et δQ sont des grandeurs reçues entre les instants t et t+dt.

• En distinguant le travail δW_u (travail « utile ») échangé avec la machine, du travail des forces de pression échangé au niveau des canalisations, on a : $\delta W = \delta W_u + \delta W_P = \delta W_u + \delta W_{P1} + \delta W_{P2}$

• Pour entrer dans la machine, la portion de fluide considérée reçoit un travail **positif**, d'où :

$\delta W_{P1} = +p_1 \times \delta V_1 = p_1 V_{1m} \times \delta m$ (où δV_1 est le volume délimité par la surface AA'D'D)

En revanche, lors de sa sortie de la machine, le fluide fournit du travail (imaginer qu'il repousse un piston placé en sortie), il reçoit donc un travail **négatif** ; on peut donc écrire :

$\delta W_{P2} = -p_2 \times \delta V_2 = -p_2 V_{2m} \times \delta m$

• Par ailleurs, on sait que $e = u + \dfrac{v^2}{2}$ et l'on pose $\delta W_u = w_u \times \delta m$, ainsi que $\delta Q = q \times \delta m$; en combinant les relations précédentes, on obtient :

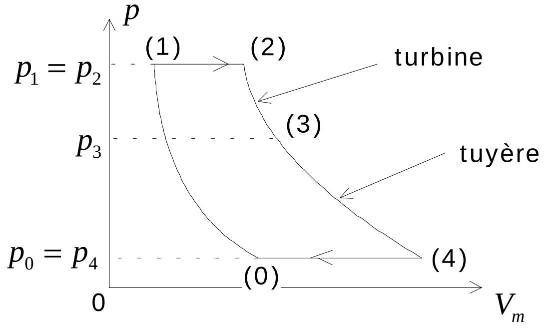
$$\left(u_2 + \frac{v_2^2}{2} - u_1 - \frac{v_1^2}{2}\right)\delta m = p_1 V_{1m} \times \delta m - p_2 V_{2m} \times \delta m + w_u \times \delta m + q \times \delta m$$

w_u et q étant des grandeurs **massiques** ; en remarquant que $h = u + pV_m$, il vient finalement :

$$\boxed{\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2}\right) = w_u + q} \qquad (1)$$

Rq : cette formule assez générale pour les systèmes en régime **permanent** (on a toutefois négligé l'énergie potentielle massique, terme qui ne compliquerait guère l'expression précédente) s'applique à des situations très variées (penser en particulier à la détente de Joule-Thomson).

2.1.1) Le diagramme de Clapeyron est le suivant :



Les évolutions **isobares** sont des droites parallèles à l'axe des abscisses.

Les évolutions **isentropiques** sont représentées par des courbes d'équation: $\boxed{pV_m^{\gamma} = cste}$

• L'aire algébrique sous-tendue par le cycle vaut : $A = \oint_{cycle} p \times dV_m = -w_{cycle}^{reçu} \Rightarrow \boxed{A = w_{cycle}^{fourni}}$

Rq : le cycle étant décrit dans le sens **horaire**, l'aire est **positive**, de même que le travail fourni par le fluide au milieu extérieur ⇒ le turboréacteur fonctionne bien en **moteur**.

2.1.2) et 2.1.3) Pour une transformation isobare réversible, on peut écrire :

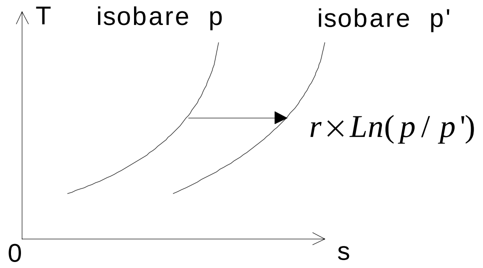
$$ds = \frac{\delta Q_{rev}^{P}}{T} = c_P \times \frac{dT}{T} \Rightarrow s(T) = c_P Ln(T) + cste \Rightarrow \boxed{T(s) = \alpha \exp\left(\frac{s}{c_P}\right)}$$ (où α est une constante)

• Pour comparer deux isobares entre elles, considérons un état de référence (p_0, T_0, s_0) et écrivons l'identité thermodynamique suivante :

$dh = Tds + vdp = c_P dT$, pour un gaz parfait ⇒ $ds = c_P \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} dp = c_P \frac{dT}{T} - r\frac{dp}{p}$, avec $r = \frac{R}{M}$ ⇒

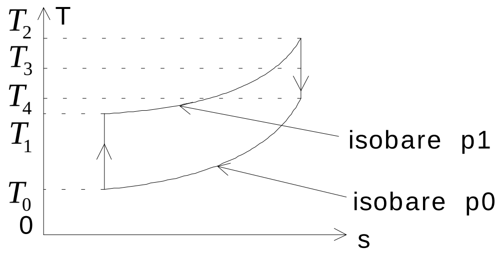
$s(T,p) - s_0 = c_P Ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - rLn\left(\frac{p}{p_0}\right)$ et de même : $s(T,p') - s_0 = c_P Ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - rLn\left(\frac{p'}{p_0}\right)$; d'où :

$$\boxed{s(T,p') - s(T,p) = r \times Ln\left(\frac{p}{p'}\right)}$$



L'isobare p' se déduit bien de l'isobare p par une translation parallèle à l'axe des abscisses .

Ici , la pression p est supérieure à la pression p': on vérifie bien que, pour une même température, l'entropie est la plus faible pour la pression la plus grande.



Les évolutions isentropiques sont des droites parallèles à l'axe des ordonnées.

Les évolutions isobares sont représentées par des exponentielles.

• L'aire algébrique A' sous-tendue par le cycle vaut : $\boxed{A' = \oint_{cycle} T \times ds = q_{cycle}^{reçue}}$

Comme précédemment, cette aire est **positive** lorsque le cycle est décrit dans le sens **horaire**.

En fait, **sur un cycle**, on a : $\Delta e = 0 = w_{cycle}^{reçu} + q_{cycle}^{reçue} \Rightarrow q_{cycle}^{reçue} = -w_{cycle}^{reçu} = w_{cycle}^{fourni} \Rightarrow \boxed{A' = A}$

$\Rightarrow$ les deux aires ont précisément la même signification physique, même au sens algébrique.

2.1.4) Le rendement est le rapport de la grandeur à laquelle on s'intéresse (ici, le travail **fourni** par le fluide au cours d'un cycle) sur la grandeur coûteuse (ici, la quantité de chaleur reçue de la part de la source chaude, en l'occurrence lors de la phase $(1) \to (2)$, dans la chambre de combustion) ; on a donc : $\boxed{\eta = -\frac{w_{cycle}^{reçu}}{q_{1\to 2}}}$ Or :

$$0 = w_{cycle}^{reçu} + q_{1\to 2} + q_{4\to 0} \Rightarrow \eta = 1 + \frac{q_{4\to 0}}{q_{1\to 2}} \text{, avec: } q_{1\to 2} = c_P(T_2 - T_1) \text{ et } q_{4\to 0} = c_P(T_0 - T_4) \Rightarrow \eta = 1 + \frac{T_0 - T_4}{T_2 - T_1}$$

• Par ailleurs, les phases de compression et de détente isentropiques, entre (0) et (1) puis entre (2) et (4), permettent d'utiliser la loi de Laplace en variables p et T, soit :

$$p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \times T_0 = p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \times T_1 \text{ et } p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \times T_2 = p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \times T_4 \Rightarrow \text{ on en déduit : } \frac{T_4}{T_0} = \frac{T_2}{T_1} \text{ ; on reprend alors } \eta \text{ :}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_0}{T_1} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - \omega^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \simeq 36,9\%}$$

2.1.5) Les températures extrêmes sont ici : T_0 (la plus froide) et T_2 (la plus chaude) ; le rendement d'un cycle de Carnot réversible évoluant entre ces 2 températures est donné par :

$$\boxed{\eta_C = 1 - \frac{T_0}{T_2} \succ \eta = 1 - \frac{T_0}{T_1}} \qquad \text{puisque } T_2 \succ T_1$$

• Le théorème de Carnot énonce que tous les cycles **dithermes réversibles** ont le même rendement maximum (celui d'un cycle de Carnot) : ici, la combustion du kérosène ne peut être assimilée au contact avec une source chaude unique (il faut plutôt considérer la mise en contact avec une infinité de sources dont les températures, infiniment proches les unes des autres, s'étagent régulièrement entre les deux températures extrêmes de l'évolution) $\Rightarrow$ il n'y a pas contradiction avec le théorème.

Rq : certains cycles comme le cycle d'Ericsson (compression isotherme, échauffement isobare, détente isotherme, refroidissement isobare) ou le cycle de Stirling (compression isotherme, échauffement isochore, détente isotherme, refroidissement isochore) qui sont, eux aussi, des cycles polythermes, ont néanmoins, dans le cas où le fluide qui décrit le cycle est un gaz parfait, même rendement que le cycle de Carnot ayant mêmes températures extrêmes.

En effet, les quantités de chaleur échangées pendant les évolutions isobares (cycle d'Ericsson) ou isochores (cycle de Stirling) sont égales et de signe contraire : on peut alors imaginer que la quantité de chaleur cédée pendant le refroidissement isobare (ou isochore) est intégralement réutilisée dans la phase d'échauffement $\Rightarrow$ dans ces conditions, les seuls échanges de chaleur se ramènent à ceux qui se produisent au cours des évolutions isothermes, et les deux cycles peuvent être assimilés à des cycles dithermes, avec un rendement de Carnot.

2.2) Dans la phase de compression isentropique, on peut reprendre la relation (1) avec $q=0$ et en négligeant les vitesses ; en multipliant par $\delta m=$ masse de fluide compressé pendant un temps dt, on a le travail élémentaire fourni par le compresseur au fluide pendant dt :

$\delta W_C = w_u \times \delta m = (h_1 - h_0)\delta m$; on en déduit la puissance du compresseur en divisant par dt, soit :

$$P_C = \frac{\delta W_C}{dt} = (h_1 - h_0)\times\frac{\delta m}{dt} = (h_1 - h_0)\times D = Dc_P(T_1 - T_0) = D\frac{\gamma r}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) \quad \text{(avec : } c_P - c_V = r\text{)}$$

• La loi de Laplace fournit : $\boxed{T_1 = T_0 \times \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 459K}$ $\Rightarrow$ $\boxed{P_C = D\frac{\gamma r}{\gamma-1}T_0\left(\omega^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = 10{,}2.10^6 W}$

2.3) Pour élever, à pression constante, la température d'une masse δm d'air de T_1 à T_2, il faut une quantité de chaleur $\delta Q = \delta m \times c_P(T_2 - T_1)$, qui sera fournie par la combustion d'une masse δm_C de carburant, libérant une quantité de chaleur $\delta Q' = q_C \times \delta m_C$. Avec $\delta Q = \delta Q'$, il vient :

$\delta m \times c_P(T_2 - T_1) = q_C \times \delta m_C$ $\Rightarrow$ en divisant par dt, on a : $Dc_P(T_2 - T_1) = q_C \times d$. Finalement :

$$\boxed{d_{\max} = \frac{D}{q_C}\times\frac{\gamma r}{\gamma-1}\times\left(T_{2\max} - T_0\omega^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}$$

<u>Application numérique</u> : $\boxed{d_{\max} = 0{,}858\ kg.s^{-1}}$

2.4) Comme dans le cas du compresseur, les vitesses sont négligées et $q=0$ $\Rightarrow$ on écrit :

$P_{turb\to gaz} = D(h_3 - h_2) = Dc_P(T_3 - T_2)$, $\prec 0$ puisque $T_3 \prec T_2$ $\Rightarrow$ $P_{gaz\to turb} = Dc_P(T_2 - T_3) = D\frac{\gamma r}{\gamma-1}(T_2 - T_3)$

Cette puissance étant intégralement fournie au compresseur, on a donc l'égalité :

$P_{gaz\to turb} = P_C = Dc_P(T_1 - T_0)$ $\Rightarrow$ $T_3 = T_0 + T_{2\max} - T_1$ $\Rightarrow$ $\boxed{T_3 = T_0\left(1 - \omega^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) + T_{2\max} = 931K}$

• La pression à la sortie de la turbine est donnée par : $\boxed{p_3 = p_1 \times \left(\frac{T_3}{T_{2\max}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 2{,}79\ bars}$

2.5) La température à la sortie de la tuyère est donnée par l'équation de la détente isentropique, d'où l'on déduit : $\boxed{T_4 = T_{2\max}\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_{2\max}\times\omega^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 695K}$

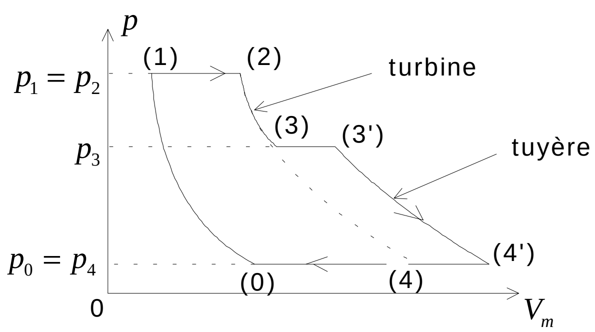
2.6) On applique toujours la relation (1) avec : $w_u = q = 0$ et $v_3 = 0$, $v_4 = v$ $\Rightarrow$

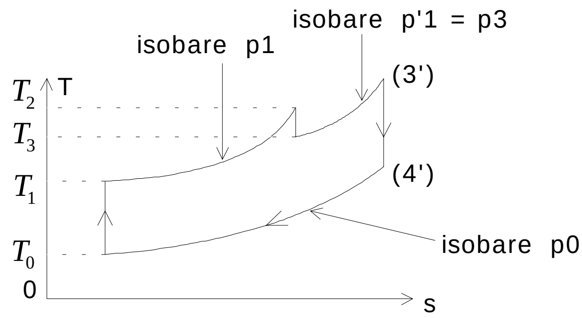
$v^2 = 2(h_3 - h_4) = 2\frac{\gamma r}{\gamma-1}(T_3 - T_4)$ $\Rightarrow$ en introduisant les expressions précédemment obtenues :

$$\boxed{v^2 = 2\frac{\gamma r}{\gamma-1}\left[T_0\left(1 - \omega^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) + T_{2\max}\left(1 - \omega^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)\right]}$$

<u>Application numérique</u> : $\boxed{v = 689\ m.s^{-1}}$

3.1) La démarche est identique à celle menée précédemment et l'on obtient les courbes :





3.2) Le raisonnement suivi dans la question 2.3) permet d'écrire :

$$q_C \times d' = \frac{\gamma r D}{\gamma - 1}(T'_{3\max} - T_3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{d' = \frac{D}{q_C} \times \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \times \left[T'_{3\max} - T_0 \left(1 - \omega^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) - T_{2\max} \right] = 0761\ kg.s^{-1}}$$

3.3) Les équations des deux détentes isentropiques permettent d'écrire :

$$\frac{T_{2\max}}{T_3} = \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{et} \quad \frac{T'_{3\max}}{T'_4} = \left(\frac{p_0}{p_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T'_4 = T_{2\max} \times \frac{T'_{3\max}}{T_3} \times \omega^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1119 K}$$

- En adaptant les notations de la question 2.6), on a :

$$\boxed{v'^2 = 2\frac{\gamma r}{\gamma - 1}(T'_{3\max} - T'_4)}$$

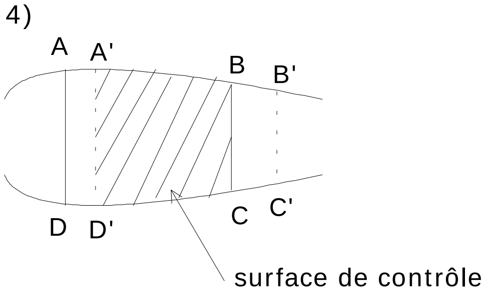
Application numérique : $\boxed{v' = 874\ m.s^{-1}}$

3.4) L'accroissement relatif de vitesse d'éjection des gaz s'obtient grâce à : $\boxed{\frac{v' - v}{v} = 27\%}$

- L'accroissement relatif de la consommation vaut quant à lui : $\boxed{\frac{d'}{d} = 89\%}$

Conclusion : l'accroissement de vitesse des gaz (qui conditionne la « poussée ») est donc obtenu au prix d'un accroissement de consommation nettement plus important ⇒ la post-combustion n'est pas rentable sur les avions commerciaux : elle est réservée à certaines phases de manœuvre des avions de chasse, telle que le décollage.

4)



Considérons le système **fermé** constitué par le gaz contenu à l'instant t dans le volume délimité par la surface ABCD.
Ce même système se retrouve entre A'B'C'D' à l'instant t+dt .
La surface A'BCD' constitue une "surface de contrôle" liée au réacteur, supposé galiléen .

• La quantité de mouvement du système fermé à l'instant t s'écrit : $\vec{p}_F(t) = \vec{p}_O(t) + \delta m \times \vec{v}_e$

où $\vec{p}_O$ est la quantité de mouvement du système ouvert (le contenu de la surface de contrôle A'BCD'), $\vec{v}_e$ la vitesse d'entrée du fluide dans le réacteur et δm_e la masse de gaz contenue dans le volume délimité par la surface AA'DD'.

• A l'instant t+dt, la quantité de mouvement du système fermé devient :

$\vec{p}_F(t+dt) = \vec{p}_O(t+dt) + \delta m_s \times \vec{v}_s$, où δm_s est la masse de gaz contenue dans le volume délimité par la surface BB'CC', et $\vec{v}_s$ la vitesse du fluide en sortie du réacteur.

• Le théorème de la résultante cinétique appliqué au système fermé fournit :

$$\lim_{dt \to 0}\left[\frac{\vec{p}_F(t+dt) - \vec{p}_F(t)}{dt}\right] = \frac{d\vec{P}_F(t)}{dt} = \vec{F}_{ext} = \lim_{dt \to 0}\left[\frac{\vec{p}_O(t+dt) - \vec{p}_O(t)}{dt}\right] + \frac{\delta m_s}{dt} \times \vec{v}_s - \frac{\delta m_e}{dt} \times \vec{v}_e \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}_O(t)}{dt} + \frac{\delta m_s}{dt} \times \vec{v}_s - \frac{\delta m_e}{dt} \times \vec{v}_e = \frac{d\vec{P}_O(t)}{dt} + D_s \times \vec{v}_s - D_e \times \vec{v}_e}$$

• En régime **permanent**, on sait que $\dfrac{\delta m_s}{dt} = \dfrac{\delta m_e}{dt} = D$, et que $\vec{p}_O(t) = \overrightarrow{cste}$; par ailleurs, on peut négliger la vitesse d'entrée de l'air dans le réacteur, d'où l'expression simplifiée :

$$\boxed{\vec{F}_{ext} = D \times \vec{v}_s = D \times \vec{v}\,'}$$

• Le bilan des forces extérieures s'écrit : $\vec{F}_{ext} = m\vec{g} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2$

où $\vec{R}_1$ est la composante verticale de l'action du réacteur sur le gaz, et $\vec{R}_2$ la composante de l'action du réacteur sur le gaz, suivant la vitesse d'éjection ; par définition de la force de poussée, on a :

$\vec{F}_P = -\vec{R}_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_P = -D \times \vec{v}\,'}$ <u>Application numérique</u> : $\boxed{F_P = 52440\ N}$

Rq : la poussée est en général donnée en « daN », qui est le déca-Newton ; ceci permet de comparer à l'ancienne unité, à savoir la « tonne » de poussée : ainsi, 1 tonne de poussée $\simeq 10^3\,daN$.

****