FACULTE DES SCIENCES
Département de physique

Note

UNIVERSITE IBN ZOHR
Agadir

N° Exam : .... NOM Prénom : ....

CNE : .... Filière : ....

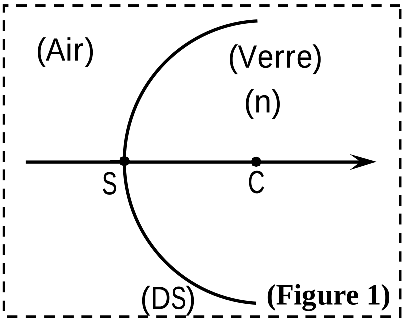
02 juin 2016

CORRIGÉ D'OPTIQUE GEOMETRIQUE

SMP**2**/SMC**2** – SN – **1**h**30**

*Exercice **1***

On considère un dioptre sphérique (DS) de centre *C*, de sommet *S* et de rayon de courbure $\overline{SC} = \boldsymbol{R}$ (voir figure 1).
L'indice de l'air est égale à 1.



(Figure 1)

1 - Donner la définition d'un dioptre.

Un dioptre est une surface qui sépare deux milieux transparents d'indices différents.

2 - Quelle est la concavité de ce dioptre sphérique (DS) ?

Le dioptre sphérique (DS) est convexe.

3 - Sans faire de calcul, quelle est la nature de ce dioptre sphérique ? Justifier votre réponse.

(DS) est convergent car son centre C se trouve vers le milieu le plus réfringent.

4 - Calculer la valeur de l'angle de réfraction limite $\boldsymbol{i'_l}$ pour $\boldsymbol{n} = 1{,}5$.

$$Pour\ i' = i'_l\ , \qquad on\ a :\ i = \frac{\pi}{2}\ ;\ La\ loi\ de\ Déscartes\ donne :\ 1 sin\frac{\pi}{2} = n\, sin\, i'_l\ ;$$

$$i'_l = Arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 41{,}8°$$

5 - Dans toute la suite, le système sera étudié dans les conditions de Gauss.
Donner la relation de conjugaison du (DS) pour le couple conjugué (A , A') avec origine au sommet *S* en fonction de $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{R}$.

$$\frac{n}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{n-1}{R}$$

6- Déduire la position des foyers principaux F et F' du (DS) par rapport à S en fonction de $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{R}$.

$$\overline{SF} = -\frac{R}{n-1} \qquad \overline{SF'} = \frac{nR}{n-1}$$

7- Calculer les valeurs en cm des distances focales f et f' pour $\boldsymbol{n} = 1{,}5$ et $\boldsymbol{R} = 10\ cm$. En déduire sa vergence V en dioptrie.

$$f = \overline{SF} = -20\ cm \qquad f' = \overline{SF'} = 30\ cm \qquad V = \frac{n}{f'} = -\frac{1}{f} \Rightarrow V = 5\ \delta$$

8- Quelle doit être la position, par rapport à S sur l'axe optique, d'un objet (AB) pour que son image (A'B') à travers le (DS) soit renversée et deux fois plus grande que l'objet ? Faire l'application numérique pour $\boldsymbol{n} = 1{,}5$ et $\boldsymbol{R} = 10\ cm$.

$$\frac{n}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{n-1}{\overline{SC}} \quad (*) \quad et \quad \gamma = \frac{\overline{SA'}}{n\overline{SA}} = -2 \implies \frac{n}{\overline{SA'}} = \frac{-1}{2\overline{SA}}$$

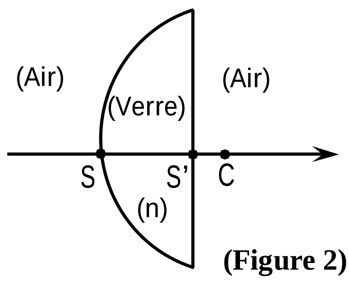
$$l'équation\ (*) \implies \frac{-3}{2\overline{SA}} = \frac{n-1}{R}\ ; soit\quad \overline{SA} = -\frac{3R}{2(n-1)} \quad ; \quad A.N.\ :\ \overline{SA} = -30\ cm$$

9- Que devient ce dioptre sphérique si le rayon de courbure $\boldsymbol{R}$ tend vers l'infini ?

Si R tend vers l'infini, le dioptre sphérique devient diotre plan.

10- Le milieu de réfraction d'indice $\boldsymbol{n}$ est maintenant limité par une surface plane (Figure 2).
Quel est le nom du système dioptrique ainsi obtenu ?

Le système devient ***une lentille***.
(*Plan – convexe ou épaisse et convergente ou à bords minces*)



(Figure 2)

11- Dans le cas où $\overline{\boldsymbol{SS'}} \ll \boldsymbol{R}$, déterminer la relation de conjugaison de ce système pour un objet A et son image finale A' en fonction de $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{R}$. (On prendra $\boldsymbol{S} \equiv \boldsymbol{S'} \equiv \boldsymbol{O}$; où $\boldsymbol{O}$ est le centre optique du système)

$$A \xrightarrow{(DS)} A_1 \xrightarrow{(DP)} A'$$

$$Dioptre\ sphérique : \frac{n}{\overline{SA_1}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{n-1}{\overline{SC}} \quad (1) \quad ; \quad Dioptre\ plan : \frac{1}{\overline{S'A'}} = \frac{n}{\overline{S'A_1}} \quad (2)$$

$$On\ remplace\ S\ et\ S'par\ O\ ensuite\ on\ combine\ (1)\ et\ (2) \implies \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{n-1}{R}$$

*Exercice **2***

Le système optique à étudier est un doublet formé par deux lentilles minces L_1 et L_2 de symbole (2, 3, -1). Le doublet est placé dans l'air. On notera $\boldsymbol{O_1}$, $\boldsymbol{F_1}$, $\boldsymbol{F'_1}$ et $\boldsymbol{O_2}$, $\boldsymbol{F_2}$, $\boldsymbol{F'_2}$ le centre optique et les foyers principaux de L_1 et L_2 respectivement.
L'épaisseur optique de ce système est : $\boldsymbol{e} = \overline{\boldsymbol{O_1O_2}} = \boldsymbol{3a}$ où $\boldsymbol{a}$ est une constante positive.

Les résultats seront exprimés en fonction de $\boldsymbol{a}$.

1 - a) Déduire du symbole de ce doublet les distances focales images f_1' et f_2' des deux lentilles L_1 et L_2 respectivement.

$$On\ a: \frac{f_1'}{2} = \frac{e}{3} = \frac{f_2'}{-1} = a\ ; \qquad donc: \quad e = 3a\ ,\ f_1' = 2a\ , \qquad f_2' = -a$$

b) En déduire la nature de chaque lentille ainsi que leurs distances focales objets f_1 et f_2.

$$f_1' = 2a > 0 \implies L_1\ est\ convergente \quad ; \quad f_2' = -a < 0 \implies L_2\ est\ divergente.$$

$$Lentilles\ placées\ dans\ l'air, donc: \frac{f_1'}{f_1} = -1\ et\ \frac{f_2'}{f_2} = -1 \implies f_1 = -f_1' = -2a\ \ et\ \ f_2 = -f_2' = a$$

2 - Déterminer l'intervalle optique Δ de ce doublet.

$$L'intervalle\ optique\ est: \Delta = \overline{F_1'F_2} = f_2 + e - f_1' = a + 3a - 2a = 2a$$

3 - a) Déterminer, par une formule de votre choix, la distance focale image f' de ce doublet.

$$Formule\ de\ Gullstrand: \frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1'f_2'} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{-a} - \frac{3a}{(2a)(-a)} \implies f' = a$$

$$ou\ bien: \overline{H'F'} = f' = -\frac{f_1'f_2'}{\Delta} = -\frac{(2a)(-a)}{2a} = a$$

b) En déduire la nature et la distance focale objet f du doublet.

$$f' = a > 0\ donc\ le\ doublet\ est\ convergent.$$

$$Le\ doublet\ est\ placé\ dans\ l'air \implies \frac{f'}{f} = -1\ ; \quad soit: f = -f' = -a$$

4 - a) Déterminer la position du foyer objet F de ce doublet par rapport à O_1.

$$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty \quad ; \quad F_2\ est\ donc\ l'image\ de\ F\ à\ travers\ L_1.$$

$$\implies \frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f_1'} \quad ou\ bien \quad \overline{F_1F} \times \overline{F_1'F_2} = f_1f_1'\ ; Soit: \overline{O_1F} = -4a$$

b) Trouver la position du foyer image F' par rapport à O_2.

$$\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} F' \quad ; \quad F'\ est\ donc\ l'image\ de\ F_1'\ à\ travers\ L_2.$$

$$\implies \frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{1}{f_2'} \quad ou\ bien \quad \overline{F_2F_1'} \times \overline{F_2'F'} = f_2f_2'\ ; Soit: \overline{O_2F'} = -\frac{a}{2}$$

5 - a) Déterminer la position des points principaux H et H' par rapport à O_1 et O_2 respectivement.

$$On\ a: \overline{O_1H} = \overline{O_1F} + \overline{FH} = \overline{O_1F} - \overline{HF} = -4a - f = -4a + a\ \ donc: \overline{O_1H} = -3a$$

$$de\ même: \overline{O_2H'} = \overline{O_2F'} + \overline{F'H'} = \overline{O_2F'} - \overline{H'F'} = \overline{O_2F'} - f' = -0{,}5a - a\ \ donc: \overline{O_2H'} = -1{,}5a$$

$$(On\ peut\ utiliser\ les\ relations\ de\ Gullstrand: \overline{O_1H} = \frac{ef_1}{\Delta}\ \ et\ \ \overline{O_2H'} = \frac{ef_2'}{\Delta}).$$

b) En déduire la position des points nodaux N et N' ($\overline{O_1N}$ et $\overline{O_2N'}$).

$$Les\ milieux\ extrêmes\ sont\ identiques\ alors\ N \equiv H\ et\ N' \equiv H' \implies \overline{O_1N} = -3a \quad et\ \overline{O_2N'} = -1{,}5a$$

$$Ou\ bien: \gamma G = \frac{n_e}{n_s} = \frac{1}{1} = 1\ (le\ doublet\ dans\ l'air).\ Or\ G(N,N') = 1 \implies \gamma = 1\ donc: (N,N') \equiv (H,H')$$

$$Ou\ encore: \overline{FN} = \overline{H'F'} = \overline{FO_1} + \overline{O_1N} \implies \overline{O_1N} = f' - \overline{O_1F} = -3a\ \ et\ \overline{N'H'} = \overline{NH} \implies \overline{O_2N'} = -1{,}5a$$

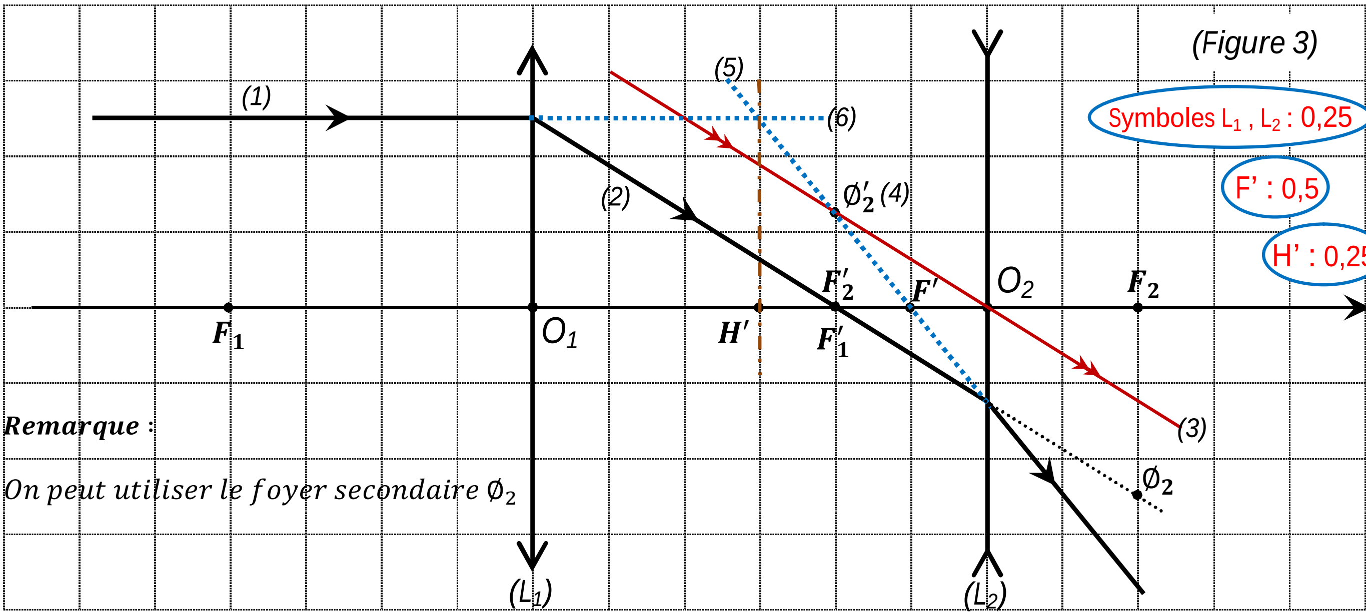
6 - Chercher la position du centre optique $\boldsymbol{O}$ de ce doublet par rapport à $\boldsymbol{O_1}$.

$$N \xrightarrow{L_1} O \xrightarrow{L_2} N' \quad ; \quad O \text{ est l'image de } N \text{ à travers } L_1 \text{, donc : } \frac{1}{\overline{O_1O}} - \frac{1}{\overline{O_1N}} = \frac{1}{f_1'}$$

$$\text{Ou bien : } N' \text{est l'image de } O \text{ à travers } L_2 \text{, donc : } \frac{1}{\overline{O_2N'}} - \frac{1}{\overline{O_2O}} = \frac{1}{f_2'} . \quad \text{Soit : } \overline{O_1O} = 6a$$

7 - a) Sur la figure 3, compléter les symboles des lentilles L_1 et L_2.

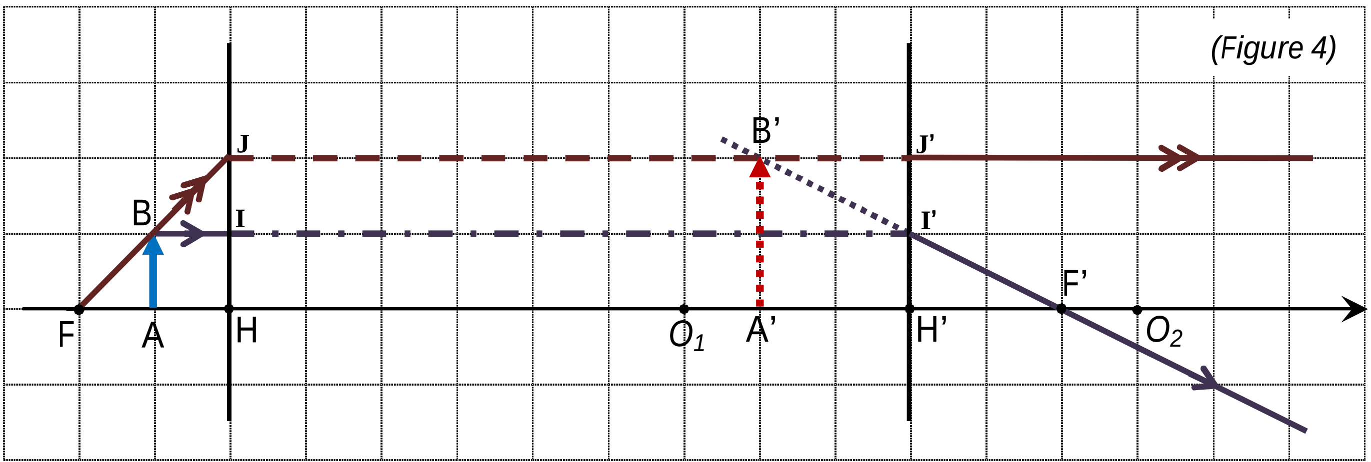
Placer sur l'axe optique, à l'échelle unité (1cm ⟶ 1cm) et pour $\boldsymbol{a = 2\ cm}$, les points $\boldsymbol{F_1}$, $\boldsymbol{F_1'}$, $\boldsymbol{F_2}$ et $\boldsymbol{F_2'}$.
Trouver par construction géométrique la position du foyer principal image $\boldsymbol{F'}$ et celle du point principal image $\boldsymbol{H'}$ du doublet.



b) En déduire la nature de $\boldsymbol{F'}$.

F' est placé avant la face de sortie (L_2) du système, donc le foyer image F' est virtuel.

8 - a) Placer sur la figure 4, à l'échelle unité (1cm ⟶ 1cm), les foyers principaux $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F'}$ ainsi que les plans principaux du système ensuite trouver l'image (A'B') de l'objet (AB) donnée par ce doublet par construction géométrique.



b) En déduire graphiquement la valeur du grandissement linéaire $\boldsymbol{\gamma}$ dans ce cas.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{2}{1} = 2$$