

EXERCICES Thermodynamique 1

Les 2 principes et leurs applications

➤ Th1₁ Gaz non monoatomique

On donne la capacité thermique molaire à volume constant C_V du dioxyde de carbone CO_2 entre 273 et 500 K :
 $C_V = 23,83 + 22,15 \cdot 10^{-3} T \text{ (JK}^{-1}\text{mol}^{-1}\text{)}$.

On chauffe dans une enceinte aux parois rigides (et de capacité thermique propre négligeable) cinq moles de CO_2 de 298 K à 400 K. Calculer le transfert thermique à fournir.

Quelle est la variation d'entropie du gaz au cours de cette transformation ?

Rép : $Q = 16,1 \text{ kJ}$; $\Delta S = 46,4 \text{ JK}^{-1}$.

➤ Th1₂ Travail échangé par un solide

Un solide de volume V_0 , de coefficient de compressibilité isotherme χ et de coefficient de dilatation isobare α (α et χ sont constants), subit un chauffage isobare réversible, de l'état A_0 (P_0, T_0) à l'état A ($P_0, T_1 = kT_0$), suivi d'une compression isotherme, de l'état A à l'état A_1 ($P_1 = kP_0, T_1$).

Etablir l'expression du travail reçu pour passer de l'état A_0 à l'état A_1 , en fonction de P_0, V_0, T_0, k, α et χ :

1°) en suivant le trajet $A_0 A A_1$,

2°) en suivant le trajet direct $A_0 A_1$ (de façon quasi-statique), trajet représenté par une droite dans le diagramme (P, T). On supposera k voisin de 1 et $V = V_0$ au second ordre près.

➤ Th1₃ Bilan énergétique

Un cylindre horizontal, clos, de volume invariable, est divisé en deux compartiments par un piston mobile sans frottement. Les parois du cylindre et le piston sont imperméables à la chaleur.

A l'état initial, les deux compartiments C_1 et C_2 contiennent un même volume $V_0 = 21$ d'hélium (gaz parfait, $\gamma = 5/3$) à la pression $P_0 = 1 \text{ atm}$, et à la température $T_0 = 273 \text{ K}$.

Le gaz du compartiment C_1 échange, à l'aide d'une résistance chauffante, des transferts thermiques du milieu extérieur. On considèrera que les transformations subies par les gaz sont quasi-statiques. Déterminer :

1°) les pressions, volumes et températures dans les deux compartiments, lorsque la pression du gaz contenu dans C_1 est $P_1 = 3 P_0$.

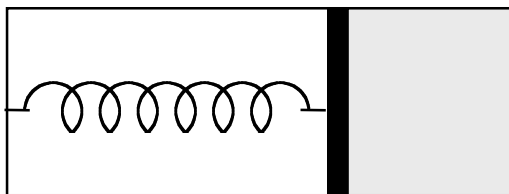
2°) la variation d'énergie interne du gaz dans C_1 et C_2 , et l'énergie fournie par la résistance chauffante.

Rép : $V_1 = 2,97 \text{ L}$ et $V_2 = 1,03 \text{ L}$; $T_1 = 1214 \text{ K}$ et $T_2 = 421,8 \text{ K}$; $\Delta U_1 = 1047,5 \text{ J}$ et $\Delta U_2 = 165,2 \text{ J}$; $Q = 1212,7 \text{ J}$.

➤ Th1₄ Piston attaché

Une partie d'un cylindre est occupée par une mole d'un gaz parfait monoatomique initialement à la pression 1 bar et à la température 300K. Un piston de masse négligeable sépare le gaz de l'autre partie, vide. Le piston est relié à la base du cylindre par un ressort de raideur k . Le cylindre est isolé thermiquement. Le piston est initialement fixé de telle façon que le ressort ait sa longueur à vide. Le gaz occupe alors le volume V_1 .

Le piston est relâché. A l'équilibre on constate que le gaz occupe un volume $V_2 = a V_1$.



Déterminer la température et la pression du gaz à l'état final d'équilibre. A.N. $a = 3$.

La transformation est-elle réversible ? Justifier votre réponse par le calcul.

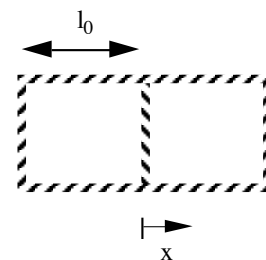
Rép : $T_2 = \frac{3\alpha}{4\alpha - 1} T_1$

➤ Th1₅ Oscillations adiabatiques

Un cylindre adiabatique, horizontal, séparé en deux compartiments par un piston adiabatique, de masse m , mobile sans frottement, contient à l'état initial une mole de GP (P_0 , V_0 , T_0) de chaque côté.

A l'instant $t = 0$, l'opérateur écarte le piston de sa position d'équilibre de x_0 faible devant la longueur d'un compartiment l_0 ($V_0 = l_0 S$).

En appelant, à l'instant t , x la coordonnée de position du piston, déterminer la période des petites oscillations du piston.



$$\text{Rép : } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{mV_0}{2\gamma P_0 S^2}}$$

➤ Th1₆ Remplissage d'une enceinte

Un récipient adiabatique de volume V est initialement vide. On perce un petit trou de sorte que l'air ambiant (considéré comme un GP), aux conditions P_0 , T_0 , puisse y pénétrer.

Quelle est la température de l'air dans le récipient à l'équilibre mécanique ?

$$\text{Rép : } T_f = \gamma T_0$$

➤ Th1₇ Entropie de mélange

Un cylindre adiabatique et indéformable, de volume total $20L = 2V_0$ est séparé en deux compartiments par une paroi escamotable. A l'état initial, chaque compartiment a un volume $V_0 = 10L$ et la température commune est $T_0 = 300K$.

1°) L'un des compartiments contient de l'hélium sous la pression $P_1 = 10$ bar et l'autre contient de l'argon sous la pression $P_2 = 30$ bar, les deux gaz étant assimilables à des GP de même C_v et C_p .

On supprime la paroi : les deux gaz se mélangent. Déterminer la variation d'entropie du système global entre l'état initial et l'état final d'équilibre thermodynamique (température et pression uniformes).

2°) Même question si les deux compartiments contiennent de l'hélium.

$$\text{Rép : } 1^\circ) \Delta S = (P_1 + P_2) \frac{V_0}{T_0} \ln 2 ; 2^\circ) \Delta S = \frac{P_1 V_0}{T_0} \ln\left(\frac{2P_1}{P_1 + P_2}\right) + \frac{P_2 V_0}{T_0} \ln\left(\frac{2P_2}{P_1 + P_2}\right)$$

➤ Th1₈ Dépression. Entropie de mélange.

Soit un récipient de volume V_0 , de température T_0 , contenant de l'air assimilable à un gaz parfait à la pression $P_0(1 - x)$ avec $0 < x < 1$.

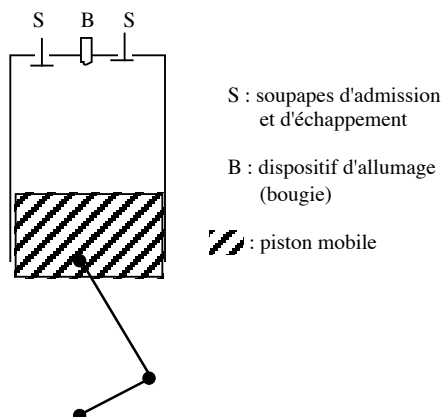
Par un petit robinet, de l'air pénètre dans le récipient. L'atmosphère est à la pression P_0 , et à la température T_0 constantes.

1°) Exprimer le travail et le transfert thermique échangés dans cette opération, en fonction de P_0 , V_0 et x . Faire un bilan entropique de l'atmosphère et de l'air contenu à l'état final dans le récipient.

2°) Y a-t-il une différence si le gaz initialement contenu dans le récipient est de l'argon (G.P monoatomique) ?

$$\text{Rép : } \Delta s_u = \frac{P_0 V_0}{T_0} x (1 - \ln x)$$

➤ Th19 Moteur à explosion. Cycle Beau de Rochas



Le moteur est composé d'un ou plusieurs cylindres. Chaque cylindre contient un piston mobile, lié à une bielle, elle-même liée à un vilebrequin, dans le but de transformer le mouvement alternatif de translation du piston en mouvement de rotation du vilebrequin.

Le cylindre délimité par le piston est le lieu d'une combustion d'un mélange gazeux, introduit par un orifice fermable par une soupape dite d'admission, et le mélange issu de la combustion est évacué du cylindre par un orifice fermable par une soupape dite d'échappement.

Dans ce moteur à explosion, un fluide supposé parfait décrit le cycle Beau de Rochas (appelé aussi cycle d'Otto) qui s'effectue en 4 temps :

1^{er} temps : admission : A → B on aspire à $P_B = 1 \text{ bar}$ et $T_B = 20^\circ\text{C}$ un mélange {air + essence} gazeux, considéré comme un gaz parfait et dans les conditions stœchiométriques de la combustion.

2^{ème} temps : compression : B → C compression adiabatique réversible du mélange.

3^{ème} temps : combustion : C → D combustion apportant à volume constant le transfert thermique Q_v . D → E détente adiabatique réversible des gaz de combustion.

4^{ème} temps : échappement : E → B la pression chute du fait de l'ouverture du cylindre vers l'extérieur (soupape d'échappement ouverte). B → A on refoule le gaz vers l'extérieur.

On admettra que le cycle BCDE se fait avec un nombre de moles de gaz n constant introduit lors de l'admission, gaz assimilé à un gaz parfait $\gamma = \text{constante}$.

On appellera V_{\min} le volume minimal occupé par le gaz lorsque le piston est au point maximal haut (PMH), et V_{\max} lorsqu'il est au PMB. $V_{\max} - V_{\min} = C$ cylindrée du moteur.

On posera également $\tau = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$ (taux de compression).

1°) Représenter le cycle de transformation B, C, D, E dans un diagramme de Watt.

2°) Calculer le rendement théorique de ce cycle. A. N. : prendre $\tau = 8$ puis $\tau = 10$, $\gamma = 1,34$.

3°) En fait le mélange air-essence s'enflamme spontanément à 330°C , ce que l'on souhaite éviter. Calculer la taux de compression maximal permettant d'éviter cet "auto-allumage". Calculer le rendement maximal du cycle dans ces conditions.

$$\text{Rép : } \eta = 1 - \tau^{1-\gamma} ; \eta_{\max} = 51,4\%$$

➤ Th13 Cycle de travail nul.

Une mole de GP décrit un cycle réversible constitué de deux transformations isothermes, une isentropique et une isochore. Construire le cycle pour que le travail total soit nul. Le représenter en diagrammes (P, V) et (T, S).

Les températures des isothermes sont T_1 et αT_1 ($\alpha > 1$), et on note τ le rapport $\frac{V_{\text{isochore}}}{V_{\min}}$. Déterminer τ en fonction de α et du rapport γ du gaz.

$$\text{Rép : } \ln \tau = \frac{1 - \alpha + \ln \alpha}{(\alpha - 1)(1 - \gamma)}$$

➤ Th16 Moteur et pseudo-sources

Soit un moteur thermique réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité thermique $C = 4.10^5 \text{ JK}^{-1}$, dont les températures initiales respectives sont $\theta_2 = 10^\circ\text{C}$ et $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$. Ces températures ne sont pas maintenues constantes (on parle alors de **pseudosources**).

1°) Donner le schéma de principe de ce moteur en indiquant par des flèches le sens des transferts thermiques et du travail (on désignera par T la température de la source chaude et par T' celle de la source froide).

2°) Quelle est la température T_f des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner (on supposera que le moteur effectue un nombre entier de cycles avant de s'arrêter) ?

3°) Calculer le travail fourni par ce moteur jusqu'à son arrêt ; vérifier et interpréter le signe.

4°) Calculer le rendement global. Comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources restaient constantes.

$$\text{Rép : } T_f = \sqrt{T_1 T_2} = 324,9 \text{ K} ; W = -2,48.10^6 \text{ J} ; \eta = 13\% \text{ et } \eta_c = 24\%.$$

➤ Th15 Climatiseur

Un local, de capacité thermique $\mu = mc = 4.10^3 \text{ kJ.K}^{-1}$, est initialement à la température de l'air extérieur $T_0 = 305 \text{ K}$. Un climatiseur, qui fonctionne de façon cyclique réversible ramène la température du local à 20°C en 1h. Quelle puissance électrique a dû recevoir ce climatiseur ?

$$\text{Rép : } P = 270 \text{ W}$$

➤ Th15 Détente d'un GP dans une turbine

Un GP diatomique ($c_p = 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) traverse une turbine. Le fluide qui la traverse met en mouvement une hélice. Les parois sont calorifugées et la rotation mécanique entraîne une machine électrique qui convertit la puissance mécanique en puissance électrique. Le régime est considéré comme stationnaire et le débit de fluide est de $1,5 \text{ kg.s}^{-1}$. En entrée de la turbine, $P_e = 10 \text{ bars}$ et $\theta_e = 700^\circ\text{C}$. En sortie, $P_s = 1 \text{ bars}$ et $\theta_s = 280^\circ\text{C}$. On néglige la variation d'énergie cinétique du fluide.

1°) Déterminer la puissance mécanique cédée par la turbine à la machine électrique.

2°) Par un bilan d'entropie, préciser si l'évolution est réversible.

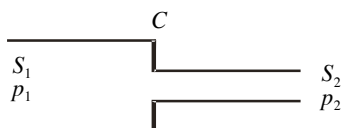
3°) Quelle serait la température de sortie du fluide dans le cas d'une transformation réversible (toutes les autres données sont inchangées). Comparer le rendement de la turbine réelle par rapport à la turbine fonctionnant de façon réversible.

$$\text{Rép : } 1^\circ) P = 630 \text{ kW} ; 3^\circ) T'_s = 504 \text{ K et } P' = 704 \text{ kW}.$$

➤ Th15 Ecoulement d'un GP dans une canalisation

On considère un gaz parfait qui s'écoule à partir d'un récipient de grand volume (état 1) jusqu'à l'atmosphère par un ajustage C . On se place en régime permanent. On néglige les variations d'énergie potentielle de pesanteur.

On appelle T_1, p_1, c_1 (respectivement T_2, p_2, c_2) la température, la pression et la vitesse dans la section S_1 (respectivement S_2). Le débit massique est défini par $D_m = \frac{dm}{dt}$.



$$p_1 = 2,00 \text{ bar} ; p_2 = 1,00 \text{ bar} ; T_1 = 293 \text{ K} ; \gamma = 1,40 ; S_2 = 100 \text{ cm}^2 ; M = 29,0 \text{ g.mol}^{-1} ; R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

La vitesse du fluide dans la section S_1 est négligée.

1°) On suppose que l'écoulement est isentropique. Déterminer la vitesse de l'écoulement en sortie ainsi que le débit massique.

2°) En réalité l'écoulement est adiabatique irréversible et la température mesurée dans l'état 2 est $T'_2 = 243 \text{ K}$. Quelle relation d'ordre a-t-on entre T'_2 et T_2 ? Re-calculer le débit massique du gaz en sortie et effectuer un bilan d'entropie.

3°) Pendant son écoulement irréversible l'air subit une variation continue de son état que l'on peut assimiler à une évolution fictive polytropique réversible : $pv^k = \text{cte}$. Calculer k .

Quelle relation d'ordre a-t-on entre k et γ ? Justifier cette relation dans un diagramme (p, v) .

$$\text{Rép : } c_2 = 325 \text{ m.s}^{-1} ; D_m = 4,72 \text{ kg.s}^{-1} ; D'_m = 4,55 \text{ kg.s}^{-1} ; \Delta s = 11,0 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} ; k = 1,37$$

➤ Th18 Détente dans un compartiment de volume variable

On considère un cylindre d'axe horizontal contenant un compartiment 1 de volume fixe V_0 séparé, par une paroi fixe comportant un robinet, d'un compartiment 2 de volume variable car limité à son autre extrémité par un piston mobile sans frottement. Le volume initial de ce deuxième compartiment est V_0 .

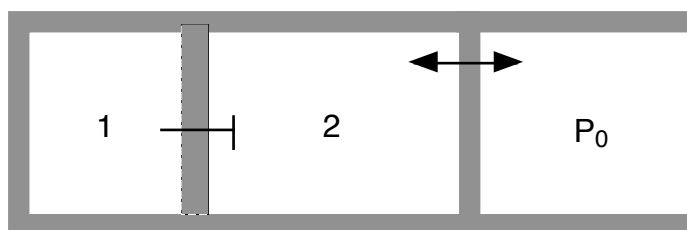
L'air à l'extérieur est à la pression p_0 .

Initialement le compartiment 1 contient un gaz parfait à la pression $2p_0$ et à la température T_0 , le compartiment 2 contient le même gaz parfait à la température T_0 et à la pression p_0 .

Toutes les parois et le piston sont calorifugés.

On ouvre un peu le robinet, suffisamment pour que le gaz 1 se détende jusqu'à ce que sa pression soit p_0 , mais pas assez pour permettre l'équilibre des températures.

On note T_1 et T_2 les températures dans les compartiments 1 et 2, et V_2 le volume final dans le compartiment 2.



1°) Déterminer T_1 en fonction de T_0 et γ .

2°) Déterminer le nombre n total de moles de gaz en fonction de p_0 , V_0 et R (constante des gaz parfaits).

3°) Calculer T_2 .

Valeurs numériques : $V_0 = 1\text{ L}$; $p_0 = 1\text{ bar}$; $T_0 = 300\text{ K}$; $\gamma = C_p/C_v = 1,4$.

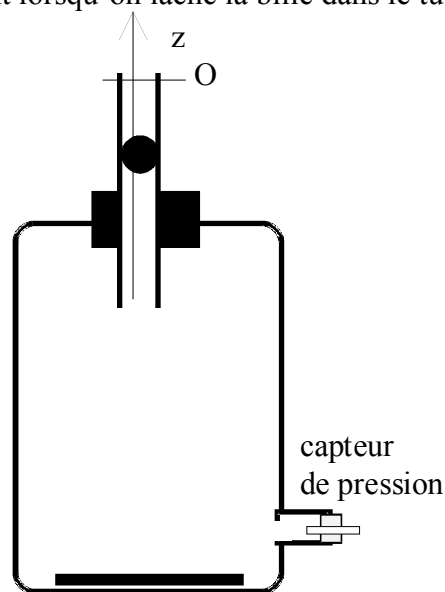
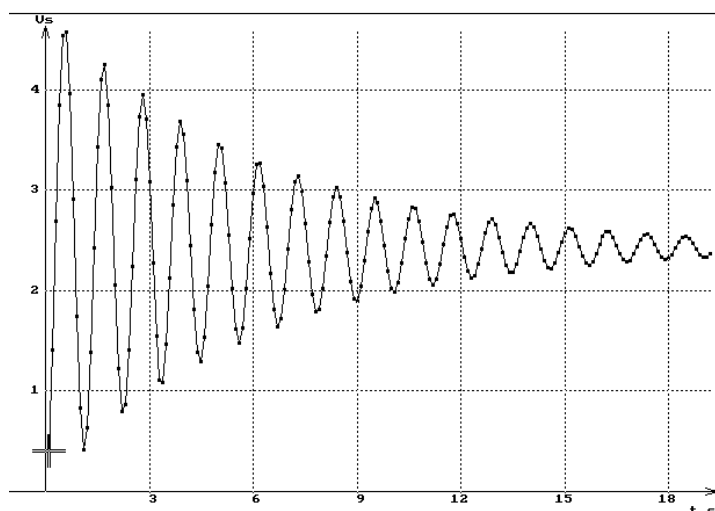
$$\text{Rép : } T_1 = 2^{1/\gamma-1} T_0 = 246\text{ K} ; n = 3 \frac{p_0 V_0}{RT_0} ; T_2 = \frac{1+1/\gamma}{3-2^{1-1/\gamma}} T_0$$

➤ Th15 Oscillations amorties

On étudie les oscillations d'une bille de diamètre très voisin de celui du tube et servant de piston étanche à une bonbonne.

L'atmosphère est à la pression constante $P_{atm} = 1\text{ bar}$ et à la température constante $T_0 = 293\text{ K}$

Un capteur de pression, placé dans la bonbonne délivre le signal suivant lorsqu'on lâche la bille dans le tube :



Bouteille de 10 l

Données : m = masse de la bille : $16,6\text{ g}$; s = section intérieure du tube : 2 cm^2 ; V_0 = volume de la bonbonne = 10 L ; hauteur du tube : 50 cm .

1°) On considère que l'air est un gaz parfait dont le rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant : $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ est indépendant de la température.

a - Evaluer l'ordre de grandeur de la surpression créée par la bille. Commenter.

b - En supposant les évolutions du gaz adiabatiques et réversibles, déterminer l'équation du mouvement de la bille. Justifier a priori ces hypothèses.

2°) On a supposé dans ces calculs, que la pression du gaz dans la bonbonne était uniforme à chaque instant. A quelle condition cette hypothèse est-elle vérifiée ?

3°) On constate en fait un régime d'oscillations amorties. En supposant que la pseudo-période est voisine de la période propre des oscillations, déterminer numériquement γ . Quelle était la valeur attendue ?

4°) On propose, pour justifier les amortissements de rajouter un terme de frottements visqueux utilisant la loi de Stokes.

a - Rappeler l'expression de la loi de Stokes (on notera r la rayon de la bille et η la viscosité dynamique de l'air).

b - Déterminer la nouvelle équation du mouvement de la bille. Déduire du facteur d'amortissement expérimental, la valeur de η

c - Comparer le résultat obtenu à la valeur $\eta = 10^{-4}$ Pa.s donnée dans les tables. Le résultat était-il prévisible ?

d - Quelle explication pourrait-on alors donner au mouvement amorti ?