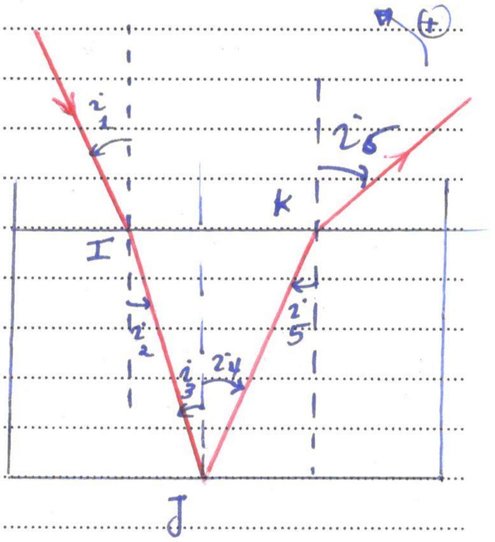
Solution Série 2 optique API

Ex. 1 :

1a. Loi de Snell-Descartes :

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ $\quad \begin{pmatrix} n_1 = 1 \\ n_2 = n = \frac{3}{4} \end{pmatrix}$



$\Rightarrow \sin i_2 = \dfrac{\sin i_1}{n} = \dfrac{1/2}{4/3} = 0,375$

$\Rightarrow i_2 = 22°$

b. D'après les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes

en J : $i_3 = -i_4 \Rightarrow i_4 = -i_2 = -22°$

$(i_2 = i_3)$.

en K : $n \sin i_5 = 1 \sin i_6$ avec : $i_4 = +i_5 = -22°$

$\Rightarrow \sin i_6 = \dfrac{4}{3} \sin(-22) = -0,5$

$\Rightarrow \boxed{i_6 = -30°}$

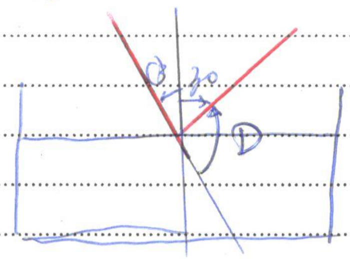
c. La déviation du rayon lumineux est donnée par la somme des déviations en I, J et K.

$$\left.\begin{aligned} D_I &= i_2 - i_1 = 22° - 30° = -8 \\ D_J &= 180° - (i_3 - i_4) = 136° \\ D_K &= i_6 - i_5 = -30 + 22 = -8 \end{aligned}\right\} \Rightarrow D = D_I + D_J + D_K = 120°$$

Rq : On peut calculer directement la déviation D entre le rayon incident et le rayon emergent du bassin

$D = 180° - (30 + 30)$

$= 120°$



II_a. Le rayon lumineux issu de S d'un milieu d'indice supérieur à 1 vers l'air d'indice 1, le rayon est réfracté si et seulement si $i \leq \lambda$ où λ est l'angle limite ~~[illegible]~~ d'incidence :

$$n \sin \lambda = 1 \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda = 48{,}6^\circ$$

Ainsi, les rayons issus de S qui ont un angle d'incidence inférieur a λ traversent le dioptre. En revanche, les rayons issus de S ayant un angle d'incidence supérieur à λ ; subissent une réflexion totale à la surface du dioptre. Ceci explique l'apparition d'un disque lumineux de rayon R.

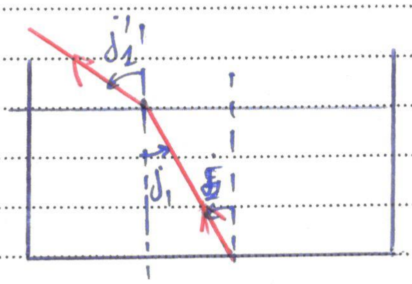
$$R = h \, tg \, \lambda = 1{,}8 m.$$

b)

$j_1 = 30^\circ$

$n \sin j_1 = \sin j'_1$

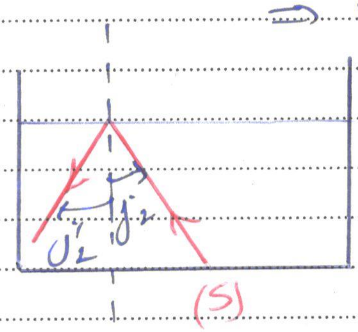
$\Rightarrow j'_1 = 41{,}8^\circ$



$j_2 = 60^\circ$

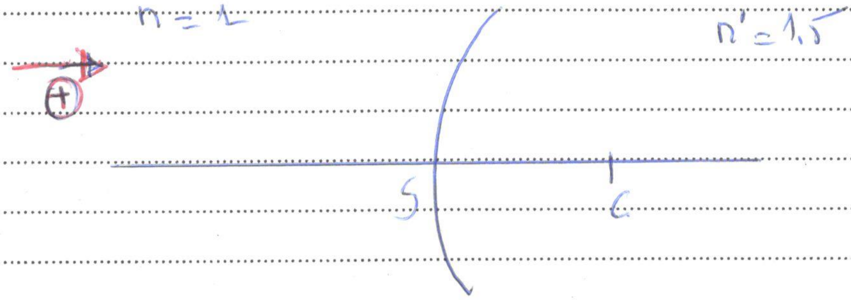
$\sin j'_2 = n \sin j'_2 \Rightarrow \sin j'_2 > 1$

$\Rightarrow$ réflexion total



Ex 2: Dioptre sphérique.

1) La lumière passe de l'air vers le milieu d'indice n', et C le centre du dioptre se trouve dans le 2ème milieu.



2) Position de l'image A'B'.

formule Conjugaison : origine au sommet

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n-n'}{\overline{SC}} \quad \text{d'où} : \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n-n'}{\overline{SC}}$$

$$\Rightarrow \overline{SA'} = \frac{n' \, \overline{SA} \cdot \overline{SC}}{n \, \overline{SC} - (n-n') \, \overline{SA}}$$

d'après le sens positif choisi, nous avons:

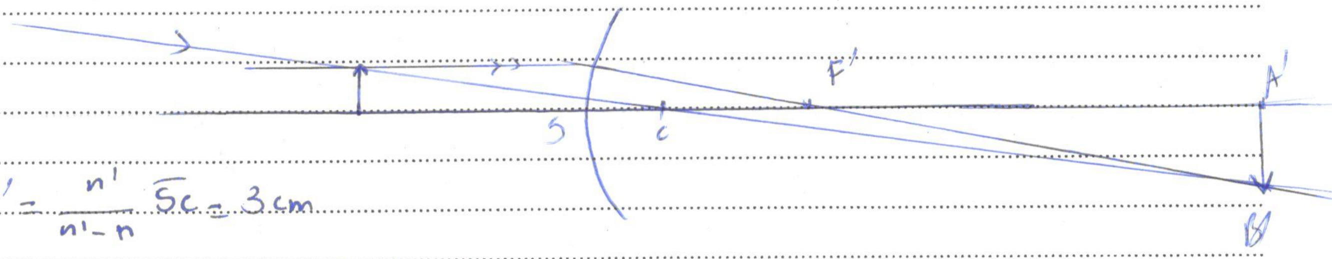
$\overline{SC} = R = 1\,cm$; $\overline{SA} = -3\,cm$; $n = 1$, $n' = 1.5$

A.N.: $\overline{SA'} = 9\,cm$.

L'image de AB se trouve à 9 cm du sommet S.

* Nature de l'image : $\overline{SA'} > 0 \Rightarrow$ Image réelle.

Rq : On peut vérifier par la construction graphique :



$$\overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n} \overline{SC} = 3\,cm$$

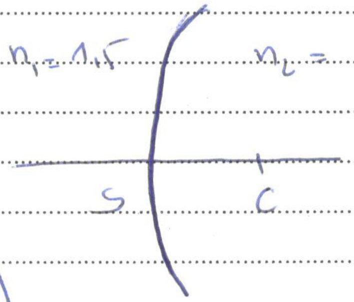
3) Grandissement linéaire :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{1.5} \frac{9}{-3} = -2$$

4/ $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} \Rightarrow \overline{A'B'} = -2 \times 6 = -12\ mm.$

$\overline{A'B'} < 0 \Rightarrow$ Image renversée par rapport à l'objet et de taille plus grande.

Ex 3/



1/ Positions des Foyers :

A objet $\xrightarrow{(D.S)}$ A' image

$$\frac{n_2}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \quad (1)$$

* $A' \to \infty$; $F \equiv A$ (Foyer objet).

$$(1) \Rightarrow \frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \overline{SC}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{SF} = 3\overline{SC}}$$

* $A \to \infty$; $F' \equiv A'$ (Foyer Image)

$$(1) \Rightarrow \frac{-n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = \frac{-n_2}{n_1 - n_2} \overline{SC}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{SF'} = -2\overline{SC}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{f}{f'} = \dfrac{\overline{SF}}{\overline{SF'}} = \dfrac{3\overline{SC}}{-2\overline{SC}} = -\dfrac{3}{2} = -\dfrac{n_1}{n_2} \\ f + f' = \overline{SF} + \overline{SF'} = 3\overline{SC} - 2\overline{SC} = \overline{SC} \end{cases}$$

→ La nature des foyers : on a $\overline{SC} > 0$

d'où $\begin{cases} \overline{SF} = 3\overline{SC} > 0 \\ \overline{SF'} = -2\overline{SC} < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ F et F' sont virtuels

$\Rightarrow$ Dioptre divergent.

2) Image de AB

a- d = $\overline{AS}$ = 50 cm ; $\overline{AB}$ = 2cm ; $\overline{SC}$ = 50 cm.

$\overline{AS} = \overline{SC}$; AB est réel ($\overline{SA}<0$).

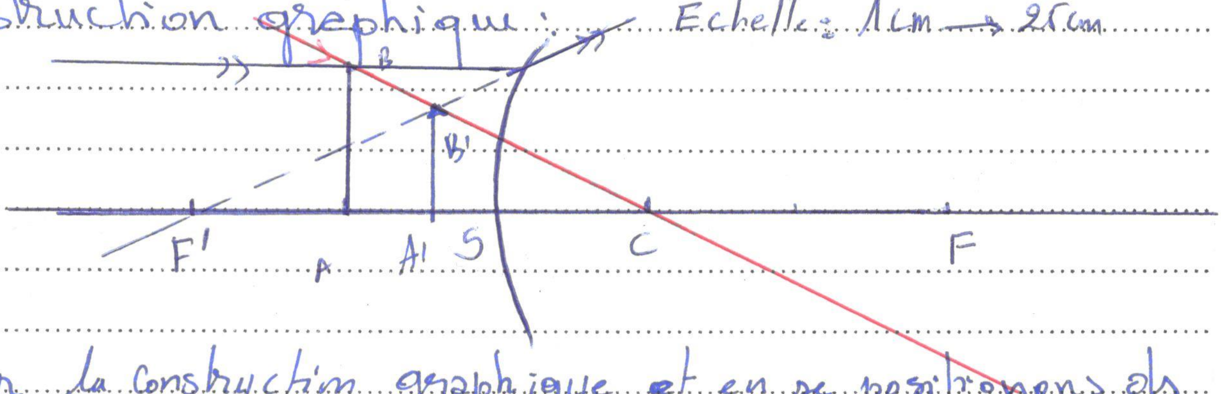
$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1-n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_1-n_2}{\overline{SC}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{-n_1}{\overline{SC}} - \frac{n_1-n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SA'} = -\frac{\overline{SC}}{2} = \frac{\overline{SA}}{2}$$

$$\rightarrow \gamma = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{3}{4}\overline{AB}$$

L'image est virtuelle ($\overline{SA'}<0$) et droite ($\gamma>0$).

→ Construction graphique : Echelle : 1cm → 25cm



Rq : pour la construction graphique et en se positionnons ds les conditions de Gauss on peut utiliser deux rayons seulement.

→ 1er rayon parallèle à l'axe optique passant par B, il émerge du dioptre en passant par F'

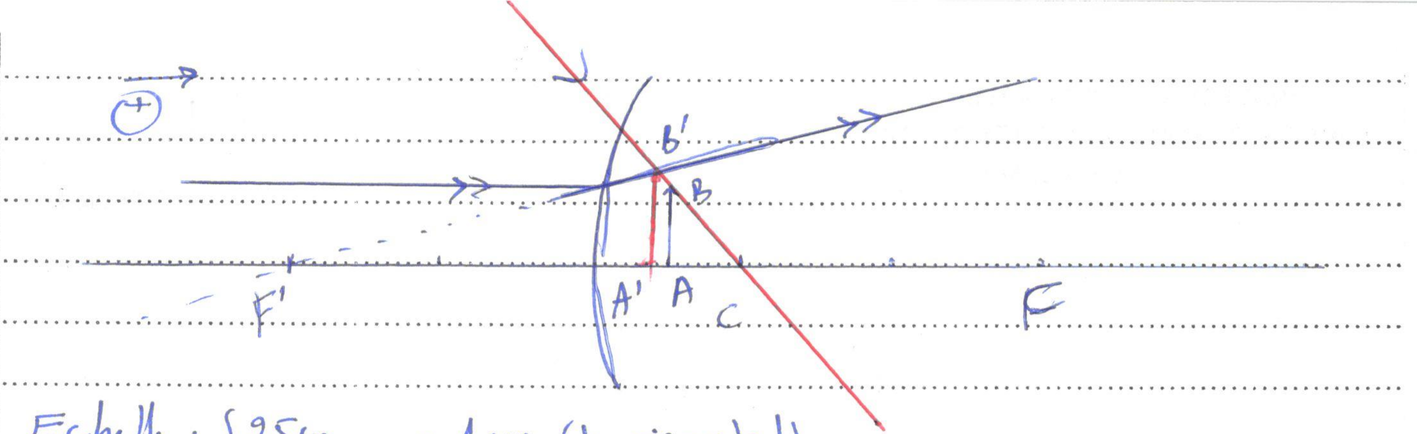
→ 2ème rayon : passant par B et le centre n'est pas dévié.

b) d = $\overline{SA}$ = 25 cm $\Rightarrow \overline{SA} = \frac{\overline{SC}}{2} > 0$ AB virtuel

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1-n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1+n_2}{2\overline{SA}}$$

$$\Rightarrow \overline{SA'} = \frac{2n_2}{n_1+n_2}\overline{SA} = \frac{4}{5}\overline{SA}$$

et $\overline{A'B'} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\overline{AB} = \frac{6}{5}\overline{AB} \Rightarrow$ Image réelle droite



Echelle : $\begin{cases} 25\,cm \longrightarrow 1\,cm \text{ (horizontal)} \\ 2\,cm \longrightarrow 1\,cm \text{ (vertical)} \end{cases}$

Ex. 4

1) En travail dans les conditions de Gauss, la formule de conjugaison du miroir sphérique origine au sommet :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

(A objet, A' image à travers le miroir)

$\begin{cases} \overline{SC} = -R \\ \overline{SA'} = x' \\ \overline{SA} = x \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{x'} + \frac{1}{x} = -\frac{2}{R}}$ (1)

2) Le Plan focal image est repéré par le foyer F', t.q. quant $A \longrightarrow \infty$, $A' \equiv F'$.

d'après (1) : $\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = -\frac{R}{2}$

→ le Plan focal objet : repéré par le foyer objet F
$A' \longrightarrow \infty$, $A \equiv F$

(1) $\Rightarrow \overline{SF} = -\frac{R}{2}$

Rq : F et F' sont confondus et situés au milieu de $\overline{SC}$ (propriétés du miroir sphérique).

3) Image du centre C :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SC}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SC}} \Rightarrow A' \equiv C$$

Image de C c'est ~~toujours~~ lui même.

Ex_5 /

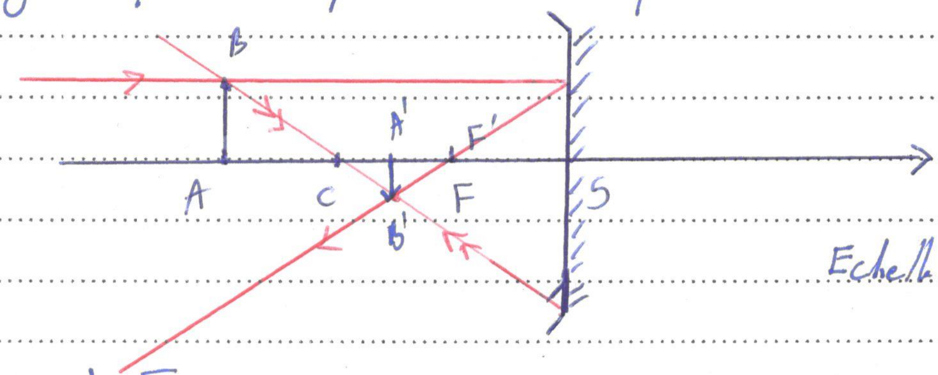
1) les deux foyers objet et image sont confondus, et son réels et se trouve au milieu de C et S

$$f = \overline{CF} = \overline{FS} = \frac{R}{2} = 3\,cm.$$

2_a) Pour la construction de l'image, on considère deux rayons passant par B

→ un rayon // à l'axe optique : réfléchi en passant par F

→ rayon passant par C : réfléchi sur lui m̂



Echelle : 2 → 1 cm

$$\begin{cases} \overline{SA'} \approx -4{,}5\,cm \\ \overline{A'B'} \approx -0{,}5\,cm \end{cases}$$

2_b) $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$ avec $\overline{SC} = -6\,cm$; $\overline{SA} = -9\,cm$.

$\Rightarrow \overline{SA'} = -4{,}5\ cm.$

$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ Image réelle et renversée.

3) on veut $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 2 \Rightarrow \overline{SA'} = -2\overline{SA}$

d'autre part : $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} - \frac{1}{2\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$

$$\Rightarrow \overline{SA} = \frac{\overline{SC}}{4}$$

A.N. : $\overline{SA} = -\frac{6}{4} = -1{,}5\,cm$; et $\overline{SA'} = 3\,cm$.

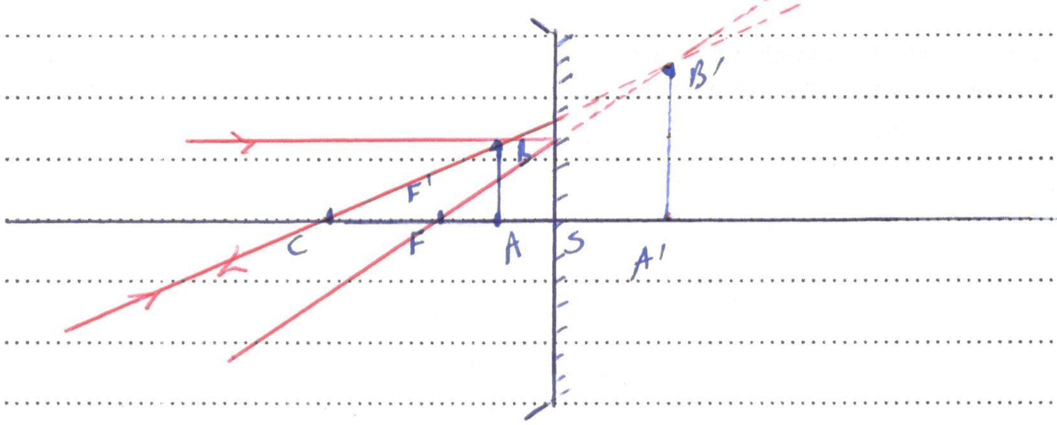


image $A'B'$: virtuelle et droite $\overline{A'B'} = 2cm$; $\overline{SA'} = 3\,cm$.

Ex_6/

1) La relation de conjugaison pour un dioptre sphérique :

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \quad \text{avec} \quad \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{1}{10}$$

et $$\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{1}{2R}$$

1_a : $\overline{SA'} = 30\,cm \Rightarrow R = -10\,cm$. dioptre concave

1_b : $\overline{SA'} = 15\,cm \Rightarrow R = \infty$, " Plan

1_c : $\overline{SA'} = 10\,cm \Rightarrow R = +10\,cm$, " convexe.

2) Le grandissement linéaire transversal est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{2}{3}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

2_a) $\overline{SA'} = 30\,cm \Rightarrow \gamma = 2$: Image droite plus grande que l'objet.

2b) $\overline{SA'} = 15\,cm \Rightarrow \gamma = 1$: Image de même taille que l'objet et droite.

2_c) $\overline{SA'} = 10\,cm \Rightarrow \gamma = \frac{2}{3}$: Image plus petite et droite.