CORRECTION D'EXAMEN D'OPTIQUE GEOMETRIQUE
SMP2 (FSA) – SN – 2014

Exercice

1°) La distance focale image d'une lentille mince placée dans l'air est : $\boxed{f' = \frac{1}{C}}$ 0,5

Pour C= 10δ on a : $\boxed{f' = 10\ cm}$ 0,5

2°) Relation de conjugaison de la lentille mince (L) pour le couple (S, S_1) :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OS_1}} - \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f'}}\ 0{,}5$$

Soit : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$; donc : $\boxed{x_1 = \frac{f'd}{d-f'}}$ 0,5

3°) Relation de conjugaison du dioptre plan (air/liquide) pour le couple (S_1, S') :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{HS_1}} = \frac{n}{\overline{HS'}}}\ 0{,}5$$

Soit : $\overline{HS'} = n\overline{HS_1} = n(\overline{HO} + \overline{OS_1}) = n(\overline{HB} + \overline{BO} + \overline{OS_1}) \Longrightarrow \boxed{\overline{HS'} = n(x_1 - D + h)}$ 0,5

4°) Pour S' confondue avec B : $\boxed{\overline{HS'} = \overline{HB} = h}$ 0,5 alors : $h = n(x_1 - D + h)$

Soit : $\boxed{n = \frac{h}{x_1 - D + h}}$ AN. $x_1 = 15cm. \Longrightarrow \boxed{n = 1,67}$. 0,5

Problème

1°) Le système optique centré (Σ) est composé de deux systèmes simples :

- Dioptre plan (DP) de sommet O (air/verre) ; 0,5
- Dioptre sphérique (DS) de sommet S et de centre C (verre/air). 0,5

2°) Epaisseur e du système (Σ) est : $\boxed{e = \overline{OS} = R}$. 0,5

3°) - Relation de conjugaison du dioptre plan pour le couple (A, A_1) : $\boxed{\frac{n}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA}}}$ 0,5

- Relation de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au centre C pour le couple (A_1, A') : $\boxed{\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA_1}} = \frac{n-1}{\overline{CS}}}$ 0,5

4°) Les foyers (F_1, F'_1) du dioptre plan (DP) sont $\boxed{\text{projetés à l'infini}}$ 0,5 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\text{système afocal}}$. 0,5

Pour le dioptre sphérique (DS) on a :

$F_2 \xrightarrow{(DS)} \infty$ donc : $\boxed{\overline{CF_2} = \frac{R}{n-1}}$ 0,5 et $\infty \xrightarrow{(DS)} F'_2$ donc : $\boxed{\overline{CF'_2} = -\frac{nR}{n-1}}$ 0,5

AN. : $\boxed{\overline{CF_2} = +6cm \quad et \quad \overline{CF'_2} = -9cm}$ 0,5

Le dioptre sphérique est **divergent** car : $\overline{SF'_2} = \overline{SC} + \overline{CF'_2} = -6cm < 0$ 0,5

Ou bien : Le (DS) est divergent car le centre C se trouve dans le milieu le moins réfringent.

5°) Position des foyers (F, F') du système (Σ) :

- $F \xrightarrow{(DP)} F_2 \xrightarrow{(DS)} \infty$ donc F_2 est l'image de F à travers le (DP) $\Longrightarrow \boxed{\frac{n}{\overline{OF_2}} = \frac{1}{\overline{OF}}}$ 0,5

Soit : $\overline{OF} = \frac{\overline{OF_2}}{n} = \frac{\overline{OC} + \overline{CF_2}}{n} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\overline{OF} = \frac{8R}{3} \quad ; \quad \overline{OF} = 8cm}$ 0,5

- $\infty \xrightarrow{(DP)} \infty \xrightarrow{(DS)} F'_2 \equiv F'$ 0,5 donc $\boxed{\overline{CF'} = \overline{CF'_2} = -3R \ ; \quad \overline{CF'} = -9cm}$ 0,5

6°) Relation de conjugaison de position du système centré :

$$\begin{cases} \dfrac{n}{\overline{OA_1}} = \dfrac{1}{\overline{OA}} \ \textit{pour le } (DP) \ \Rightarrow \ \overline{OA_1} = n\overline{OA} \\ \dfrac{n}{\overline{CA'}} - \dfrac{1}{\overline{CA_1}} = \dfrac{n-1}{\overline{CS}} \ \textit{pour le } (DS) \end{cases}$$

On a : $\overline{CA_1} = \overline{CO} + \overline{OA_1} = n\overline{OA} - \overline{OC} = n\overline{OC} + n\overline{CA} - \overline{OC} = (n-1)\overline{OC} + n\overline{CA}$

Soit : $\overline{CA_1} = \left(\frac{3}{2} - 1\right) 2R + \frac{3}{2}\overline{CA} = R + \frac{3}{2}\overline{CA}$

On reportant cette expression de $\overline{CA_1}$ dans l'équation du (DS) on obtient :

$$\boxed{\frac{4}{2R + 3\overline{CA}} - \frac{3}{\overline{CA'}} = \frac{1}{R}}$$ 1

Relation de grandissement linéaire γ du système (Σ) :

$$\gamma(\Sigma) = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} * \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma(DS) * \gamma(DP)$$ 0,5

Or, $\gamma(DP) = 1$ 0,5 et $\gamma(DS) = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA_1}} = \dfrac{2\overline{CA'}}{2R+3\overline{CA}}$ 0,5 donc :

$$\boxed{\gamma(\Sigma) = \frac{2\overline{CA'}}{2R + 3\overline{CA}}}$$

7°) **a)** Points principaux H et H' du système (Σ) :

<u>H' est l'image de H à travers le système (Σ) avec $\gamma = 1$. $\Longrightarrow 2\overline{CH'} = 2R + 3\overline{CH}$</u> 0,5

En appliquant la relation de conjugaison de (Σ) au couple (H, H') et en remplaçant $2R + 3\overline{CH}$ par $\overline{CH'}$, on obtient :

$$\boxed{\overline{CH'} = -R}$$ 0,5

On a : $2\overline{CH'} = 2R + 3\overline{CH}$ donc $\overline{CH} = \frac{2}{3}(\overline{CH'} - R) \ \Longrightarrow$

$$\boxed{\overline{CH} = -\frac{4R}{3}}$$ 0,5

b) Distances focales (f, f') de (Σ).

$f = \overline{HF} = \overline{CF} - \overline{CH} = \overline{OF} - \overline{OC} - \overline{CH} = \frac{8}{3}R - 2R + \frac{4}{3}R = 2R \quad \Longrightarrow \quad \boxed{f = 2R}$ 0,5

$f' = \overline{H'F'} = \overline{CF'} - \overline{CH'} = -3R + R = -2R \quad \Longrightarrow \quad \boxed{f' = -2R}$ 0,5

c) On a ; $\dfrac{f'}{f} = -\dfrac{n_s}{n_e} = -1$ car $n_s = n_e = 1$, donc le rapport $\dfrac{f'}{f}$ est bien vérifié. 0,5

8°) La convergence C du système :

0,5 • *Première méthode* : La convergence C d'un système dioptrique est : $C = \frac{n_s}{f'}$

Donc : $C = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-2R} = -\frac{100}{6}\delta \quad \Longrightarrow \quad \boxed{C = -16,67\delta}$

0,5 • *Deuxième méthode* : Relation de Gullstrand :

$$C = C_1 + C_2 - e\frac{C_1C_2}{n}$$

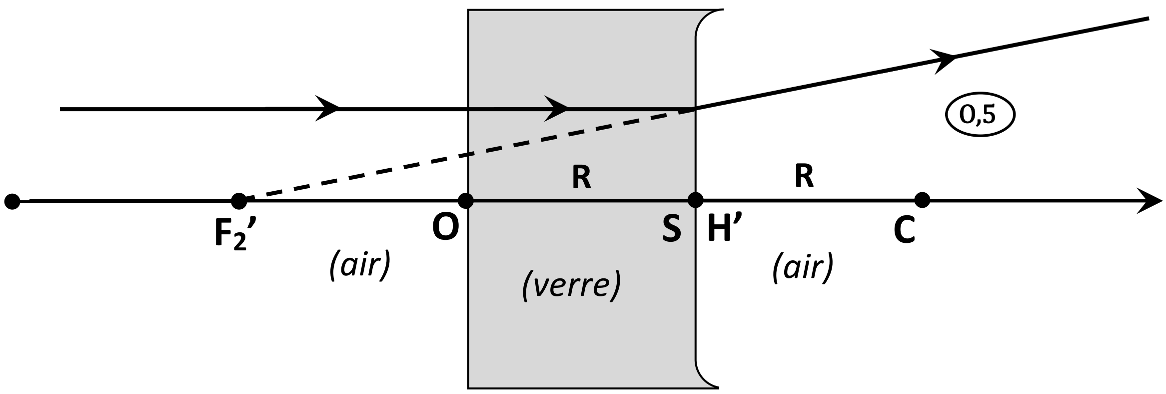
$$C_1 = C(DP) = \frac{n}{f'_1} = 0 \; car \; f'_1 \rightarrow \infty \; (système \; afocal)$$

Donc :

$$C = C_2 = C(DS) = \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{\overline{SF'_2}} = \frac{1}{\overline{SC} + \overline{CF'_2}} \quad soit : \; C = \frac{1}{R - 3R} = -\frac{1}{2R} = -16.67\delta$$

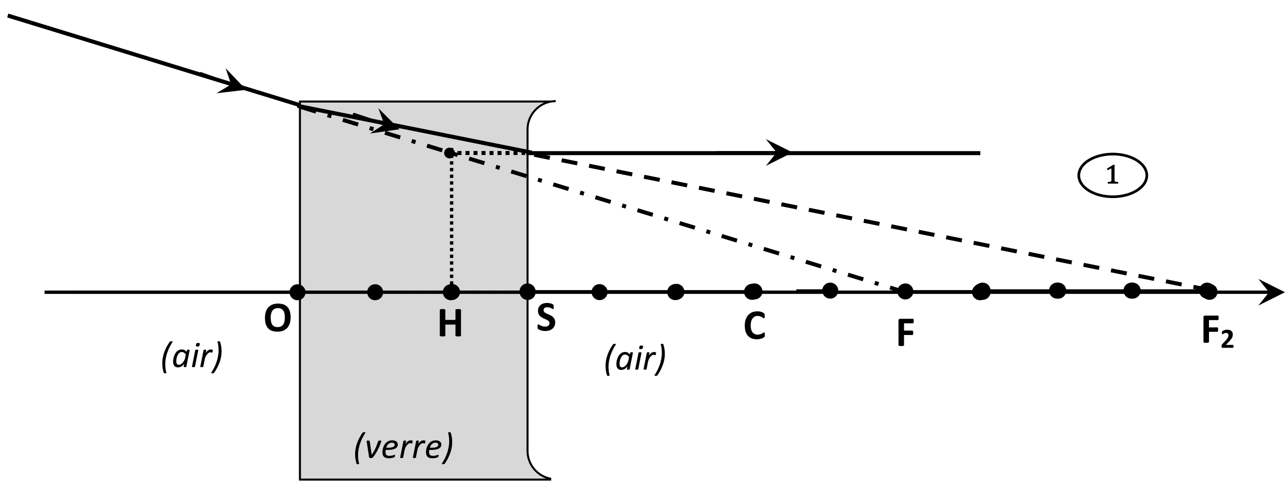
On a : <u>$C < 0$ alors, le système centré étudié est divergent</u>. 0,5

9°) Position du point principal image H' du système (Σ) par construction géométrique dans l'approximation de Gauss (la partie utilisée du dioptre sphérique est presque plane).



Le plan principal image = intersection du rayon incident // à l'axe avec le rayon émergent correspondant.

10°) Position du point principal objet H du système (Σ) par construction géométrique dans l'approximation de Gauss.



Le plan principal objet = intersection du rayon émergent // à l'axe avec le rayon incident correspondant.