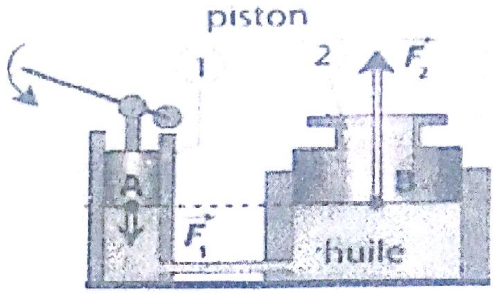
USTHB / FGM&GP
$2^{ème}$ Année STGM

Module MDF

Série TD N°02
Statique des fluides

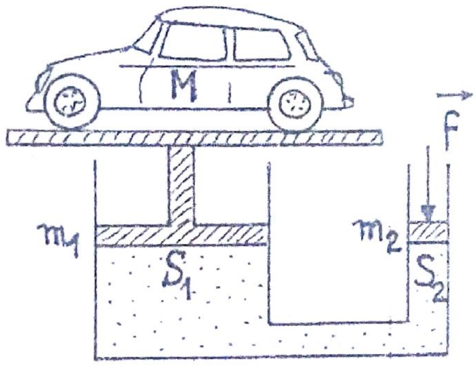
Exercice 01



La figure ci-contre représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire. Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) de diamètre D_1 agit au point (A) par une force de pression F_1 sur l'huile. L'huile agit au point (B) sur le piston (2) de diamètre D_2 par une force F_2. On donne : D_1=10 mm, D_2=100 mm, F_1=150 N.

1) Déterminer la pression P_A de l'huile au point A.
2) Quelle est la pression P_B?
3) En déduire l'intensité de la force de pression F_2.

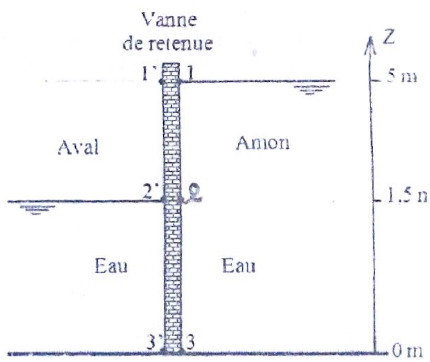
Exercice 02



Un élévateur hydraulique, contenant un liquide incompressible, possède un grand piston, surmonté d'un support de voiture de masse m_1 = 85 kg et de surface S_1 = 1.666 m^2 et un petit piston de masse m_2 = 10 kg et de surface S_2 = 0.196 m^2.

1) Montrer que le système est en équilibre, les niveaux de liquide dans les cylindres étant dans un même plan horizontal (figure ci contre).
2) Avec quelle force f vers le bas faut il pousser le piston pour soulever une voiture de masse M = 1100 kg?

Exercice 03

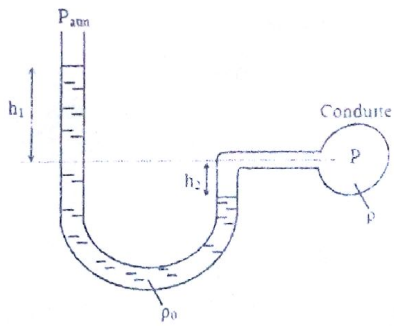


Soit une vanne de retenue d'eau schématisée ci-contre.

1) Calculer les pressions aux points 1', 2', 3' en aval et points 1, 2, 3 en amont.
2) Calculer les pressions effectives ($P_{eff} = P_{amon} - P_{aval}$).

On donne : g=10 m/s^2, $P_1 = P_{1'} = P_{atm}$= 105 kPa.

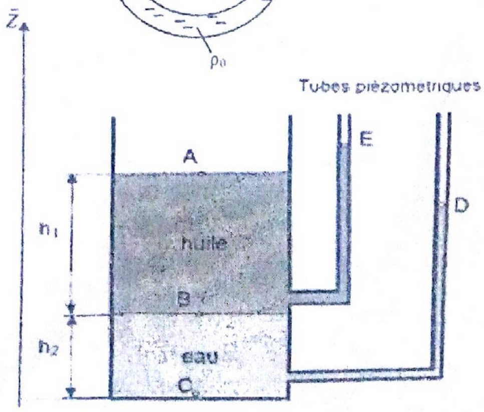
Exercice 04



Déterminer la pression à l'intérieure de la conduite où circule un fluide de masse volumique ρ (voir figure). Le manomètre est rempli de mercure de masse volumique ρ_0.

ρ = 1000 kg/m^3, g = 9.805 m/s^2,
ρ_0= 13590 kg/m^3, P_{atm} = 1 bar =10^5 Pa = 100 kPa,
h_1 = 0.3245 m, h_2 = 0.1925 m.

Exercice 05



La figure ci-contre représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles: - de l'huile de masse volumique ρ_1=850 kg/m^3 sur une hauteur h_1=6 m, - de l'eau de masse volumique ρ_2=1000 kg/m^3 sur une hauteur h_2=5 m.

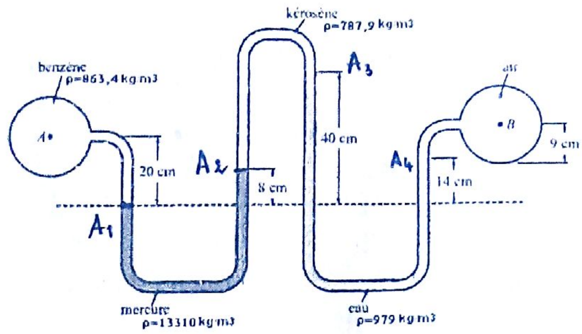
Appliquer la loi fondamentale de la statique entre les points:

1) B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
2) A et E. En déduire le niveau de l'huile Z_E dans le tube piézométrique.

3) C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
4) C et D. En déduire le niveau de l'eau Z_D dans le tube piézométrique.

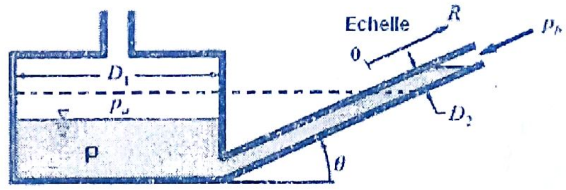
Exercice 6

Soit le manomètre différentiel à plusieurs tubes en U de la figure ci-contre.
Trouver la différence de pression (P_A-P_B).



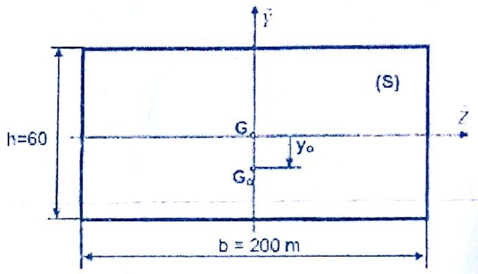
Exercice 7

Soit le manomètre incliné de la figure ci-dessous.
Déterminer la différence de pression (P_a-P_b) en fonction de D_1, D_2, θ, ρ et l'échelle R.



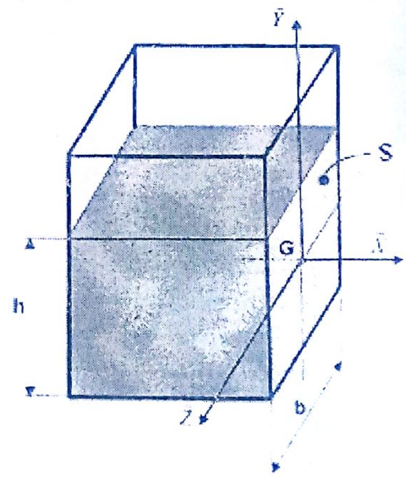
Exercice 08

La figure montrée ci-contre représente un barrage soumis aux actions de pression de l'eau. On demande de:
1) Calculer l'intensité de la résultante des actions de pression.
2) Calculer la position y_0 du centre de poussée G_0.



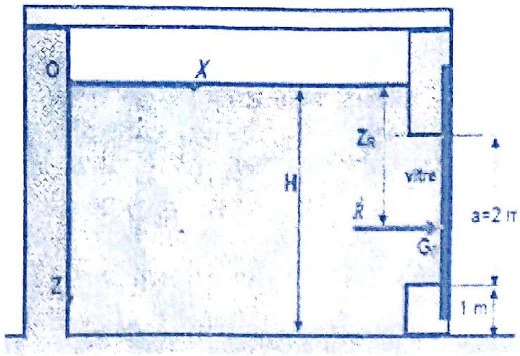
Exercice 09

On considère un récipient en forme de parallélépipède de largeur b=2m, ouvert à l'air libre et rempli jusqu'à une hauteur h=1.5 m avec du mercure de masse volumique ρ=13600 kg/m^3.
On désigne par G le centre de gravité de la surface mouillée S.
1) En appliquant la loi fondamentale de la statique entre un point M de la surface libre et le point G, calculer la pression P_G.
2) Déterminer l'intensité de la résultante $\vec{R}$ des forces de pression agissant sur S.
3) Calculer le moment quadratique $I_{(G,Z)}$ de la surface S.
4) Calculer la position Y_0 du centre de poussée.



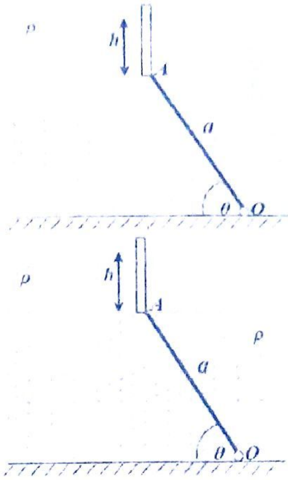
Exercice 10

On considère un aquarium géant utilisé dans les parcs d'attraction représenté par la figure suivante.
Il est rempli d'eau à une hauteur H= 6m et équipé d'une partie vitrée de forme rectangulaire de dimensions (2m×3m) qui permet de visualiser l'intérieur.
1) Représenter le champ de pression qui s'exerce sur la partie vitrée.
2) Déterminer le module de la résultante $\vec{R}$ des forces de pression.
3) Calculer la profondeur Z_R du centre de poussée.



4) Reprendre les questions 2 et 3, en changeant la forme rectangulaire de la partie vitrée par une forme circulaire de diamètre d = 2m.

Exercice 11



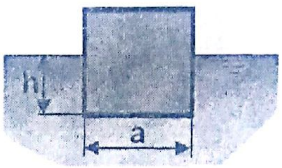
1) Trouver la masse minimale que doit avoir la plaque OA pour avoir équilibre. La plaque peut tourner autour de l'axe en O. La plaque est rectangulaire de longueur *l*.

2) En remplissant la partie de droite avec de l'eau jusqu'au point A, trouver la nouvelle masse en équilibre.

On donne : h = 1m, a = 3m, *l* = 1m, θ = 30°.

Exercice 12

Un cube en acier de coté a=50 cm flotte sur du mercure. On donne les masses volumiques de l'acier ρ_1= 7800 kg/m3 et du mercure ρ_2= 13600 kg/m^3.



1) Appliquer le théorème d'Archimède.

2) Déterminer la hauteur h immergée.

Exercice 13

Un corps solide est suspendu à un dynamomètre (ressort) qui indique une force Fe = 130 N. Le corps solide est ensuite totalement immergé dans de l'eau. Le dynamomètre n'indique plus alors qu'une force Fe = 100 N.

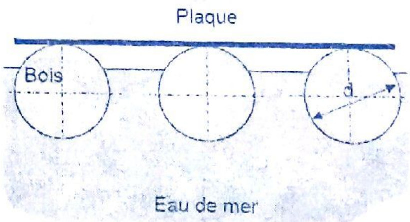
1) Explique ces faits.

2) Calculer le volume du corps solide.

3) Calculer sa densité.

Exercice 14

On considère une plate-forme composée d'une plaque plane et de trois poutres cylindriques en bois qui flottent à la surface de la mer. On donne: les dimensions d'une poutre: diamètre d = 0.5 m et longueur L=4 m, ρ_{bois} = 700 kg /m^3, ρ_{mer} = 1027 kg /m3, la masse de la plaque Mc = 350 kg.



1) Calculer le poids total P_0 de la plate-forme.

2) Écrire l'équation d'équilibre de la plate-forme.

3) En déduire la fraction F(%) du volume immergé des poutres.

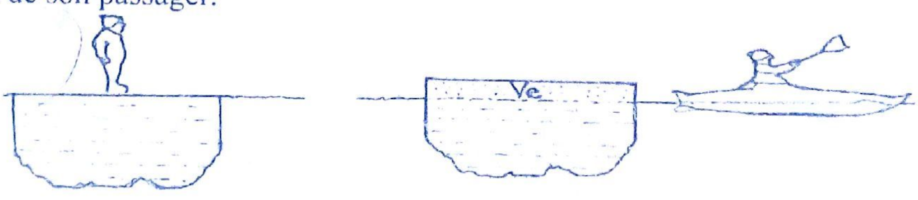
4) Déterminer la masse Mc maximale qu'on peut placer sur la plate-forme sans l'immerger.

Exercice 15

Un esquimau de masse m = 90 kg est debout sur un bloc de glace plat qui flotte sur l'eau de mer de masse volumique ρ_e= 1025 kg/m^3; l'eau étant affleurant au ras de la partie supérieure plane du bloc. La masse volumique de la glace est ρ_g = 920 kg/m^3.

1) Calculer le volume V du bloc de glace.

2) L'esquimau monte dans son kayak et s'éloigne. Calculer le volume émergent V_e du bloc de glace libéré de son passager.



ETUDE DES CONSTRUCTIONS

Notion(s) abordées(s) en **CI 6** / RDM : moment quadratique et quadratique polaire
Notion(s) requise(s) en **CI 6** / statique

1) FORMULES GENERALES.

Moment quadratique / axe (G, $\vec{y}$) : $I_{Gy} = \int z^2 ds$

Moment quadratique / axe (G, $\vec{z}$) : $I_{Gz} = \int y^2 ds$

Moment quadratique polaire en G : $I_0 = \int (y^2 + z^2) ds = I_{Gy} + I_{Gz}$

Unité :
unité de longueur ^{4} (mm^4)

2) FORMULAIRE POUR QUELQUES SECTIONS SIMPLES.

1.1) Section circulaire :

Moment quadratique / axe (G, $\vec{y}$) : $I_{Gy} = \dfrac{\pi\, d^4}{64}$

Moment quadratique / axe (G, $\vec{z}$) : $I_{Gz} = \dfrac{\pi\, d^4}{64}$

Moment quadratique polaire en G : $I_0 = I_{Gy} + I_{Gz} = \dfrac{\pi\, d^4}{32}$

1.2) Section elliptique :

Moment quadratique / axe (G, $\vec{y}$) : $I_{Gy} = \dfrac{\pi\, ab^3}{4}$

Moment quadratique / axe (G, $\vec{z}$) : $I_{Gz} = \dfrac{\pi\, ba^3}{4}$

Moment quadratique polaire en G : $I_0 = I_{Gy} + I_{Gz} = \dfrac{\pi\, ab(a^2 + b^2)}{4}$

1.3) Section rectangulaire :

Moment quadratique / axe (G, $\vec{y}$) : $I_{Gy} = \dfrac{hb^3}{12}$

Moment quadratique / axe (G, $\vec{z}$) : $I_{Gz} = \dfrac{bh^3}{12}$

Moment quadratique polaire en G : $I_0 = I_{Gy} + I_{Gz} = \dfrac{bh(b^2 + h^2)}{12}$

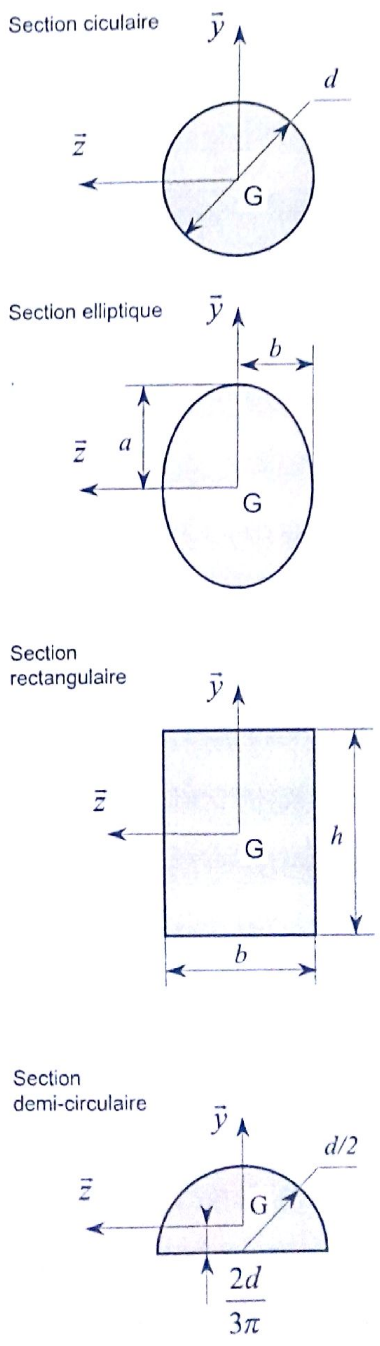
1.4) Section demi-circulaire :

Moment quadratique / axe (G, $\vec{y}$) : $I_{Gy} = \dfrac{\pi\, d^4}{128}$

Moment quadratique / axe (G, $\vec{z}$) : $I_{Gz} = \dfrac{d^4}{16}\left(\dfrac{\pi}{8} - \dfrac{8}{9\pi}\right)$

Moment quadratique polaire en G : $I_0 = I_{Gy} + I_{Gz} = \dfrac{d^4}{16}\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{8}{9\pi}\right)$

Figure 1 : sections simple de poutres



- Série 02 : Statique des fluides

- Ex 01 :

1. Déterminer la pression P_A de l'huile au point A :

$$P_A = \frac{F_1}{S} = \frac{4 . F_1}{\pi . D_1^2} = \frac{4 \times 150}{3,14 \times (10.10^{-3})^2} \quad \left\{ S = \frac{\pi . D_1^2}{4} \right.$$

$$P_A = 19.10^5 \ Pa$$

2. Trouver la pression P_B :

$P_B = P_A \implies H_A = H_B$

$$\left(\frac{1}{2} V_1^2 + g.z_1 + \frac{P_1}{\rho}\right) ET_1 = \left(\frac{1}{2} V_2^2 + g z_2 + \frac{P_2}{\rho}\right) ET_2$$

$\Delta P_{1,2} = \rho . g . \Delta H_{1,2}$ (Relation fondamentale d'hydrostatique) (RFH).

$P_B - P_A = \rho_{huile} . g (z_B - z_A)$

- Sachant que : $(z_B = z_A)$

$P_A - P_B = 0 \implies P_A = P_B$

$$P_B = P_A = 19.10^5 \ Pa$$

3. Déduire l'intensité de la force de la pression F_2.

$$P = \frac{F}{S} \Longrightarrow F = P.S$$

$$F_2 = P_B . S_B = P_B \times \frac{\pi}{4} . D_2^2 = 19.10^5 \times \frac{\pi}{4} \times (0,1)^2$$

$$F_2 = 14\,915 \text{ N}$$

- $F_1 = 150$ N, $F_2 = 14915 \Rightarrow F_2 \gg F_1$

$$\Rightarrow F_2 = 100 . F_1$$

- Avec ce système, nous avons atteint un rapport de la force de presque 100, il correspond au rapport des diamètres des pistons, ce principe est très souvent utilisé dans plusieurs applications hydrauliques.

Ex. Pompe hydraulique, Presse.

- Ex 03 :

1. Calculer les pressions aux points 1', 2', 3' en aval :

$P_3' = P_i' + \rho_{eau} g \cdot |(z_2' - z_3')| = 105 \cdot 10^3 + 10^3 \times 10 \times |1{,}5 - 0|$

$P_3' = 1{,}2 \cdot 10^5$ Pa

$P_2' = P_1 = P_1' = P_{atm} = 105$ kPa

- calculer les pressions aux points 1, 2, 3 en amont :

$P_1 = P_1' = P_{atm} = 105$ kPa

$P_2 = P_1 + \rho g \cdot (z_1 - z_2) = 105 \cdot 10^3 + 10^3 \times 10 (5 - 1{,}5)$

$P_2 = 1{,}4 \cdot 10^5$ Pa

$P_3 = P_2 + \rho g \cdot (z_2 - z_3) = 1{,}4 \cdot 10^5 + 10^3 \times 10 \times (1{,}5 - 0)$

$P_3 = 1{,}55 \cdot 10^5$ Pa

2. Calculer les pressions effectives pour chaque section :

$P_{eff} = P_{amont} - P_{aval}$

$P_{eff_1} = P_1 - P_1' = 105 \cdot 10^3 - 105 \cdot 10^3$

$P_{eff_1} = 0$ Pa

$P_{eff_2} = P_2 - P_2' = 1{,}4 \cdot 10^5 - 105 \cdot 10^3$

$P_{eff_2} = 35 \cdot 10^3$ Pa

$P_{eff_3} = P_3 - P_3' = 1{,}55 \cdot 10^5 - 1{,}2 \cdot 10^5$

$P_{eff_3} = 35 \cdot 10^3$ Pa

Ex 04 :

* Calculer la pression à l'intérieur de la conduite :

$P_B = P_C + \rho . g (z_C - z_B) =$

$P_B = P_C + \rho g . (h_2)$ ... (1)

$P_B = P_A + \rho_0 . g (z_A - z_B)$

$P_B = P_A + \rho_0 g (h_1 + h_2)$ ... (2)

=> On remplace (2) dans (1) :

$P_A + \rho_0 g (h_1 + h_2) = P_C + \rho . g (h_2)$

$P_C = P_A + \rho_0 . g (h_1 + h_2) - \rho . g . (h_2)$

$= P_A + g [\rho_0 . (h_1 + h_2) - \rho . (h_2)]$

$= 10^5 + 10 [13590 . (0,3245 + 0,1925) - 1000 \times 0,1925]$

$P_C = 1,6 . 10^5 \; Pa$

- Exo5:

- Appliquer la loi fondamentale de la statique entre les points:

1. B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.

$P_B = P_A + \rho_{huile} \times g \times h_1 = P_{atm} + \rho_{huile} \times g \times h_1$

$= \qquad\qquad = 10^5 \times 850 \times 10 \times 6$

$P_B = 1,51 \cdot 10^5\ Pa = 2,516\ bar$

2. A et E. En déduire le niveau de l'huile Z_E dans le tube.

$P_E = P_A + \rho_{huile} \times g \times (Z_A - Z_B)$ ... (1)

- supposant que le point E est en contact avec l'air.

$P_E = P_A = P_{atm}$

$\rho . g . (Z_A - Z) = P_E - P_A = 0$

$Z_A - Z_E = 0 \Rightarrow Z_A = Z_E$

3. $P_C = P_B + \rho_{eau} \times g \times h_2 = 2,51 . 10^5 + 1000 \times 10 \times 5$

$P_C = 2,01 \cdot 10^5\ Pa = 2,01\ bar$

4. $P_D = P_C + \rho_{eau} \times g \times (Z_C - Z_D)$

$\Rightarrow Z_C - Z_D = \dfrac{P_D - P_C}{\rho_{eau} \times g}$

$Z_D = \dfrac{P_D - P_C}{\rho_{eau} \times g} + Z_C = \dfrac{(2,01 - 1) . 10^5}{10^4} + 0$

$Z_D = 10,01\ m$

Scanned by CamScanner

- Ex 06 :

- Trouver la différence de pression $(P_A - P_B)$.

. (R.F.H) : $P_A = P_B + \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$.

- Pour la phase "Benzène" :

$P_{A_1} = P_A + \rho_B \cdot g\,(z_A - z_{A_1}) \Rightarrow P_{A_1} = P_A + 863{,}4 \times 9{,}81 \times 0{,}20 \quad \dots (1)$

- Pour la phase "Mercure" :

$P_{A_1} = P_{A_2} + \rho_m \cdot g\,(z_{A_2} - z_{A_1}) \Rightarrow P_{A_1} = P_{A_2} + 13310 \times 9{,}81 \times 0{,}08 \quad \dots (2)$

- Pour la phase "Kérosène" :

$P_{A_2} = P_{A_3} + \rho_k \cdot g\,(z_{A_3} - z_{A_2}) \Rightarrow P_{A_2} = P_{A_3} + 787{,}9 \times 9{,}81 \times 0{,}32 \quad \dots (3)$

- Pour la phase "Eau" :

$P_{A_4} = P_{A_3} + \rho_E \cdot g\,(z_{A_3} - z_{A_4}) \Rightarrow P_{A_4} = P_{A_3} + 989 \times 9{,}81 \times 0{,}14 \quad \dots (4)$

- Pour la phase "Air" :

$P_{A_4} = P_B + \rho_A \cdot g\,(z_B - z_{A_4}) \Rightarrow P_{A_4} = P_B + 1{,}75 \times 9{,}81 \times 0{,}09 \quad \dots (5)$

(1) - (2) - (3) - (4) - (5) :

. $P_B - P_A = 1 - (2 + 3 + 4 + 5) = -12{,}567\ kPa$

$$\boxed{P_A - P_B = 12{,}567\ kPa}$$

Ex 09 :

1. Calculer la pression P_G :

$$P_G = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2}$$

$$= 10^5 + 13600 \times 10 \times \frac{1.5}{2}$$

$$P_G = 2{,}02 \cdot 10^{5} \; Pa$$

2. Déterminer l'intensité de la résultante "$\vec{R}$" :

$$|\vec{R}| = P_G \cdot S$$

$$= 2{,}02 \times 10^5 \times 1{,}5 \times 2$$

$$|\vec{R}| = 6{,}06 \cdot 10^5 \; N$$

3. Calculer le moment quadratique :

$$I_{Gz} = \frac{b h^3}{12} = \frac{2 \times 1{,}5^3}{12}$$

$$I_{Gz} = 0{,}5625 \; m^4$$

4. Calculer la position Y_0 :

$$Y_0 = - \frac{w \cdot I}{|R|}$$

$$Y_0 =$$

Ex 08 :

1. Calculer l'intensité de résultante des actions de pression :

$\|R\| = P_G \cdot S.$

$P_G = P_a + \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot \frac{60}{2}$

$P_G = 4 \cdot 10^5 \, Pa$

$\|R\| = 4 \cdot 10^5 \times 60 \times 200$

$\|R\| = 4{,}8 \cdot 10^5 \, N$

2. Calculer la position y_0 du centre de poussée G_0 :

$$y_0 = - \frac{\omega \cdot I_{Gz}}{\|R\|}$$

$$I_{Gz} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{200 \times 60^3}{12}$$

$I_{Gz} = 36 \cdot 10^5 \, mm^4$

$$y_0 = - \frac{10^3 \times 10 \times 36 \cdot 10^5}{4{,}8 \cdot 10^5}$$

$$y_0 = \frac{75}{2} \, mm$$

Ex12:

1. Application du théorème d'Archimède:

$P_{Arch} = \rho_f . V_d . g$

$P_{Arch} = \rho_{Hz} \times (a^2 \times h) \times g$ ... (1)

2. Déterminer la hauteur "h"

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$\vec{P_s} + \vec{P}_{Arch} = \vec{0}$

$-P_s + P_{Arch} = 0$

$P_s = P_{Arch}$

$\rho_s \times a^3 \times g = P_{Arch}$ ... (2)

(1) = (2)

$\rho_{Hz} \times (\cancel{a^2} \times h) \times \cancel{g} = \rho_s \times \cancel{a^3} \times \cancel{g}$

$\Rightarrow h = \frac{\rho_s \times a}{\rho_{Hz}} =$

$= \frac{7800 \times 50.10^{-2}}{13600}$

$h = 0,286 \ m$

Ex 13 :

1. Explication des faits :

- La poussée d'Archimède aide le ressort puisque elle diminue la force "Fe" du solide.

2. Calculer le volume du corp solide.

. 2^e équilibre :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_{AR} + \vec{P} + \vec{Fe}_2 = \vec{0}$

$P_{AR} - P + fe_2 = 0$

$P_{AR} = P - fe_2$

. 1^{er} équilibre :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{fe}_1 = \vec{0}$

$P = fe_1 = 130\ N$

donc : $P_{AR} = 130 - 100$

$P_{AR} = 30\ N$

$P_{AR} = \rho_f \cdot V_{dep} \cdot g \Rightarrow V_{dep} = \dfrac{P_{AR}}{\rho_f \cdot g} = \dfrac{30}{10^3 \times 10}$

$V_{dep} = 3 \cdot 10^{-3}\ m^3$

3. Calculer sa densité:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{P}{g \cdot V} = \frac{F_{er}}{g \cdot V} = \frac{130}{10 \times 3 \cdot 10^{-3}}$$

$$\rho = 4,3 \times 10^{3} \ kg/m^{3}$$

Ex n:

1. Trouver la masse minimale :

$$\sum \overrightarrow{M_{/o}} = \vec{0}$$

$P \times d_1 \geq R \times d_2$

$mg \cdot d_1 \geq R \times d_2$

$$\Rightarrow m = \frac{R \times d_2}{g \times d_1}$$

. Calculer d_1 :

$$d_1 = \frac{A}{2} \cdot \cos\theta$$

. Calculer R :

* $R = P_G \cdot S \rightarrow (RFH) \ \ldots (1)$

* $P_G = P_{atm} + \rho \cdot g \left(h + \frac{a}{2} \cos\theta\right) \ \ldots (2)$

* $\theta' = \frac{\pi}{2} - \theta \Rightarrow \cos\theta' = \sin\theta \ \ldots (3)$

- On remplace (3) x (2) :

$P_G = P_{atm} + \rho \cdot g \left(h + \frac{a}{2} \quad \theta\right) \ \ldots (4)$

- On remplace (4) x (1) :

$R_{net} = \cancel{P_{atm}} + \rho g \left(h + \frac{a}{2} \sin\theta\right) \times S$

$= \rho g \left(h + \frac{a}{2} \sin\theta\right) \times a \times l = 1000 \times 10 \times \left(1 + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times 3 \times 1$

$$R_{net} = 52500 \ N$$

• Calculer d_2:

$$\sin\theta = \frac{d_3}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{\sin\theta}{d_3}$$

$$d_3 = \left(R + a\sin\theta\right) - z_{cp}$$

$$d_2 = \frac{R + a\sin\theta - z_{cp}}{\sin\theta}$$

$$\begin{cases} y_{cp} = \dfrac{-\omega}{|R|} I_{(G,x)} \\ z_{cp} = R + \dfrac{a}{2}\sin\theta + y_{cp} \end{cases}$$