Corrigé de l'épreuve
d'optique géométrique

SMP2 – SR – 1h30 06 juillet 2015

Exercice

On considère un miroir sphérique (M) de sommet S, de centre C et de rayon de courbure $\overline{SC} = R = +12\ cm$. Dans tout l'exercice, le miroir (M) est utilisé dans les conditions de Gauss.

1°/ Ce miroir est-t-il convergent ou divergent ? Justifier.

$$\textit{Le miroir } (M) \textit{ est divergent car il est convexe } (\textit{ou } \overline{SC} > 0).$$

1,00

2°/ Écrire la relation de conjugaison de position pour un objet A et son image A' avec origine au sommet S.

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2}{R}$$

1,00

3°/ Déterminer les positions des foyers objet F et image F' de ce miroir par rapport à S en fonction de R puis en cm.

$$A \equiv F \xrightarrow{(M)} A' \equiv \infty \quad et \quad A \equiv \infty \xrightarrow{(M)} A' \equiv F' \quad donc\ :\ \overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{R}{2} = 6cm$$

1,00

4°/ Quelle doit-être la position, en cm par rapport à S, d'un objet (AB) sur l'axe optique pour que son image $(A'B')$ soit 3 fois plus grande que l'objet et de même sens ?

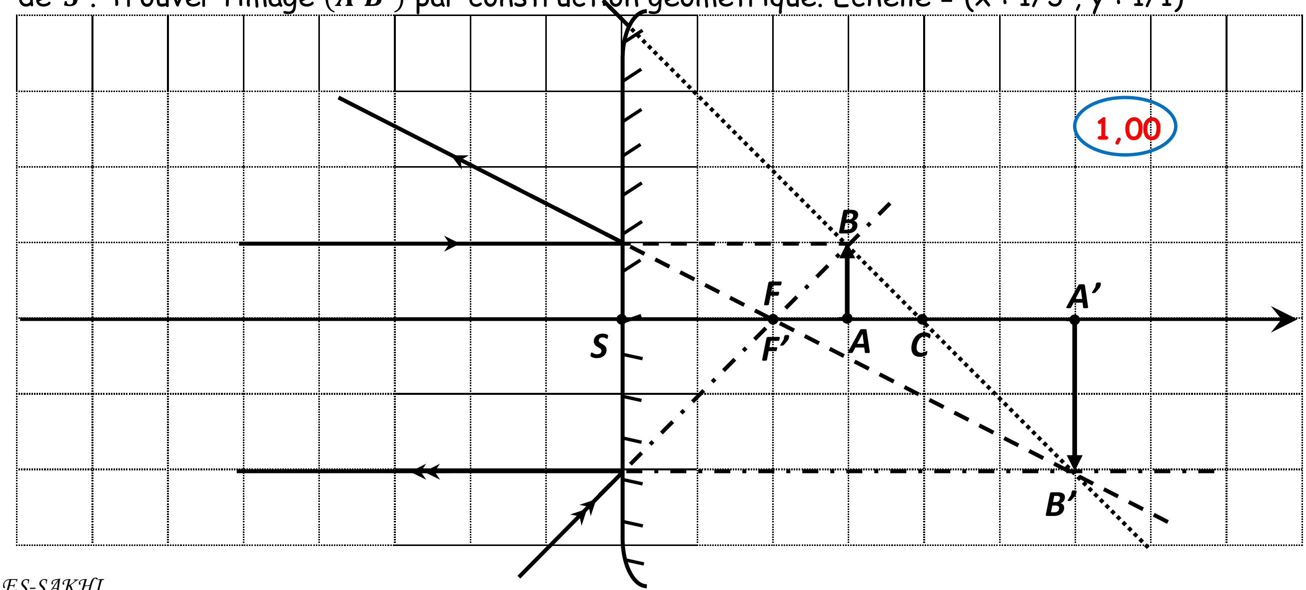
$$\textit{Le grandissement linéaire de } (M) \textit{ est : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 3 \quad soit \quad \overline{SA'} = -3\,\overline{SA}$$

0,50

$$On\ a\ :\ \frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{-1}{3\,\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{R} \Rightarrow \overline{SA} = \frac{R}{3} = 4\ cm$$

0,50

5°/ Un objet (AB) vertical et virtuel ($\overline{AB} = 1cm$) est situé sur l'axe optique à la distance $\mathbf{d} = \mathbf{9cm}$ de S . Trouver l'image $(A'B')$ par construction géométrique. Echelle = (x : 1/3 , y : 1/1)



Pr. ES-SAKHI

Problème

Soit L₁ une lentille plan-convexe taillée dans du verre d'indice $n = 1,5$ et placée dans l'air d'indice 1. Le rayon de courbure de la face sphérique est : $\overline{S_1C_1} = R$. (Figure 1)
Dans tout le problème les conditions de Gauss sont satisfaites.

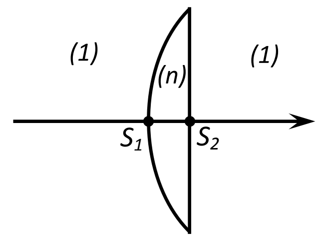


Figure 1

A-1°/ Quelle est la nature de cette lentille L_1 ? (Justifier sans calculs)

0,50

La lentille L_1 est convergente car ses bords sont plus minces que le centre.

A-2°/ L_1 est une lentille mince de centre O_1 ($S_1 \equiv S_2 \equiv O_1$). Déterminer la relation de conjugaison de cette lentille mince, avec origine en O_1, pour un objet A et son image A' en fonction de n et R. On notera A_1 l'image intermédiaire.

0,50 0,50

$$A \xrightarrow{(DS)} A_1 \ \ donc\ : \ \frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}} = \frac{n-1}{R} \ ; \qquad A_1 \xrightarrow{(DP)} A' \ \ donc\ : \ \frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{1}{\overline{S_2A'}}$$

$$\textit{Puisque } L_1 \textit{ est mince } (S_1 \equiv S_2 \equiv O_1) \textit{ alors : } \frac{n}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{n-1}{R} \ \ et \ \ \frac{n}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A'}}$$

$$Donc\ : \ \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{n-1}{R}$$ 0,50

A-3°/ Calculer la distance focale image f'_1 de L_1 en fonction n et R. Faire l'application numérique pour $R = 6\ cm$. En déduire sa vergence V_1 en dioptrie.

$$A \equiv \infty \xrightarrow{(L_1)} A' \equiv F'_1 \quad donc\ : \ \overline{O_1F'_1} = \frac{R}{n-1} = f'_1 \ ; \ \ A.N.\ \ f'_1 = 12\ cm$$ 0,50

$$\textit{La vergence } V_1 \textit{ est : } V_1 = \frac{1}{f'_1} \qquad Soit\ : \ V_1 = 8,33\ \delta$$ 0,50

B-1°/ On place à une distance de $+4\ cm$ derrière (après) la lentille L_1, une lentille mince L_2 de centre O_2 de façon à constituer un doublet placé dans l'air. Quelle est la valeur en cm de l'épaisseur e de ce système optique ?

$$\textit{L'épaisseur e du système optique est } e = \overline{O_1O_2} = 4\ cm$$ 0,50

B-2°/ Le symbole du doublet ainsi formé est : $(3, 1, -1)$.
Déterminer la distance focale image $f'_2(cm)$ de L_2 ? Quelle est sa nature ?

0,50

$$\textit{Le symbole du doublet montre que : } \frac{f'_1}{3} = \frac{e}{1} = \frac{f'_2}{-1} \quad donc\ \ f'_2 = -e \ \Rightarrow f'_2 = -4\ cm$$

$$\textit{La lentille } (L_2) \textit{ est divergente car } f'_2 \textit{ est négative.}$$ 0,50

B-3°/ Retrouver la distance focale image $f'_1(cm)$ de L₁.

$$D'après\ le\ symbole\ du\ doublet\ :\ \frac{f'_1}{3} = \frac{e}{1} = \frac{f'_2}{-1}\quad alors\ f'_1 = 3e\ \Rightarrow f'_1 = 12\ cm$$ 0,50

B-4°/ a) Calculer la valeur en dioptrie de la vergence V du système ? En déduire sa nature.

$$Relation\ de\ Gullstrand\ pour\ un\ doublet\ dans\ l'air : V = V_1 + V_2 - eV_1V_2$$

$$On\ a :\ V_1 = \frac{1}{f'_1} = 8,33\ \delta\ \ et\ \ V_2 = \frac{1}{f'_2} = -25\ \delta\quad ;\quad Soit\ \ V = -8,33\ \delta$$ 1,00

$$Le\ doublet\ est\ divergent\ puisque\ V\ est\ négative.$$ 0,50

b) Quelles sont les valeurs des distances focales image $f'(cm)$ et objet $f(cm)$ du doublet ?

$$La\ distance\ focale\ image\ du\ système\ est : f' = \frac{1}{V} = -12\ cm.$$ 0,50

$$On\ a\ :\ f = -f' = 12\ cm\ \ car\ les\ milieux\ extrêmes\ sont\ identiques.$$ 0,50

B-5°/ Calculer la valeur en cm de l'intervalle optique Δ de ce doublet.

$$L'intervalle\ optique\ \Delta\ est\ :\ \Delta = \overline{F'_1F_2} = f_2 + e - f'_1\quad Soit :\ \Delta = -4\ cm$$ 0,50

B-6°/ Déterminer les positions, par rapport à O_1, des foyers principaux F et F' du doublet.

$$F \xrightarrow{(L_1)} F_2 \xrightarrow{(L_2)} \infty \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f'_1}\ ;\ On\ a : \overline{O_1F_2} = e + f_2\ \Rightarrow \overline{O_1F} = 24\ cm$$ 1,00

$$\infty \xrightarrow{(L_1)} F'_1 \xrightarrow{(L_2)} F' \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}\ ;\ On\ a : \overline{O_2F'_1} = f'_1 - e\qquad et$$ 1,00

$$\overline{O_2F'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'} = \overline{O_1F'} - e\qquad Soit\ :\ \overline{O_1F'} = -4\ cm$$

$$On\ peut\ également\ utiliser\ les\ formules\ de\ Newton :$$

$$\overline{F_1F} \times \overline{F'_1F_2} = f_1f'_1\ \Rightarrow \overline{F_1F} = -\frac{f_1^2}{\Delta}\ \Rightarrow \overline{O_1F} = f_1\left(1 - \frac{f_1}{\Delta}\right)$$

$$\overline{F_2F'_1} \times \overline{F'_2F'} = f_2f'_2\ \Rightarrow \overline{F'_2F'} = \frac{f'^2_2}{\Delta}\ \Rightarrow \overline{O_2F'} = f'_2\left(1 + \frac{f'_2}{\Delta}\right)$$

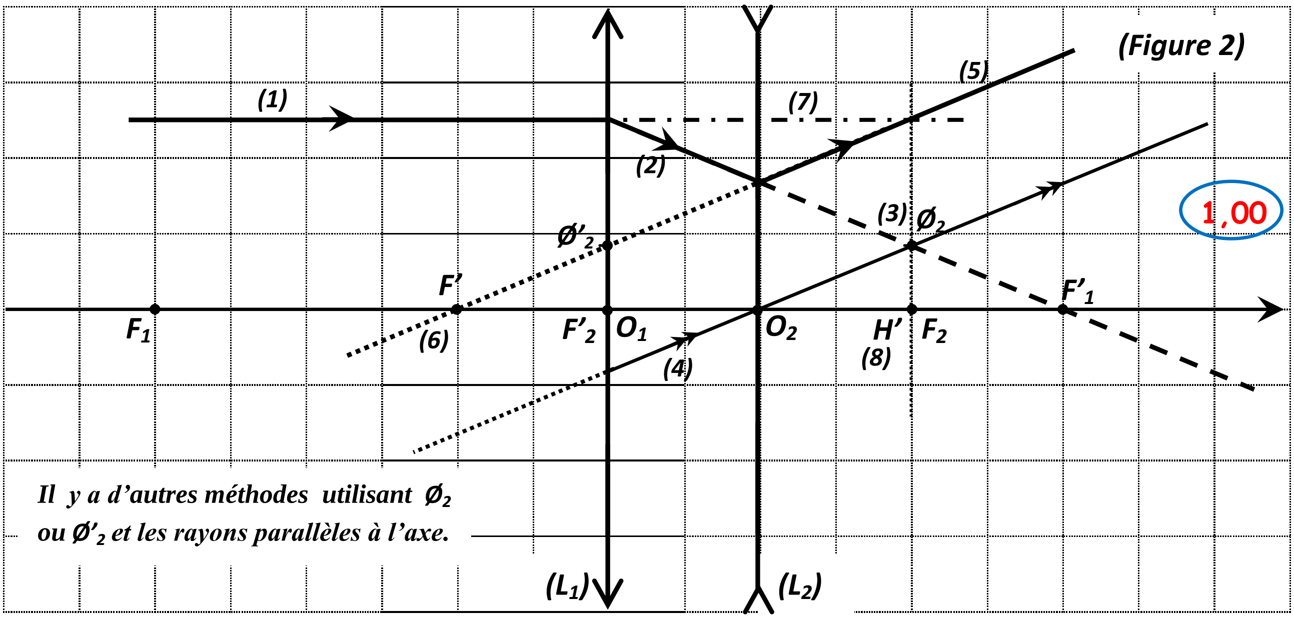
B-7°/ Calculer les positions, par rapport à O_1, des points principaux H et H' du doublet.

$$Les\ distances\ focales\ objet\ f\ et\ image\ f'sont\ définies\ par :$$

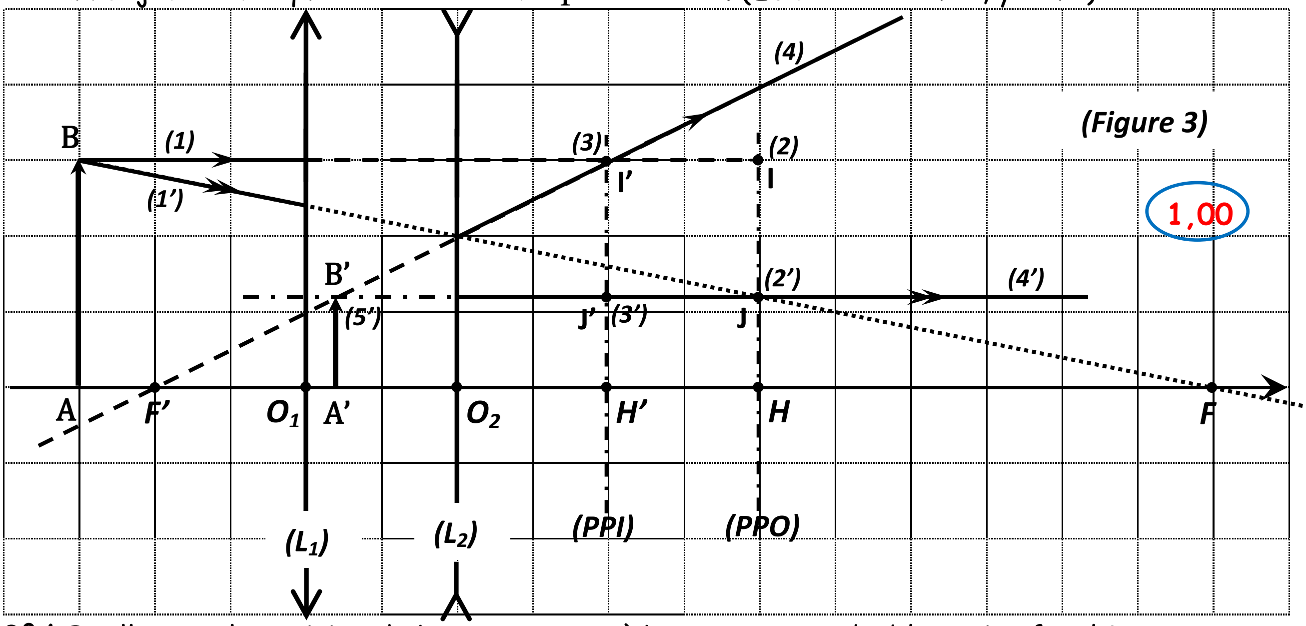
$$f = \overline{HF} \Rightarrow f = \overline{HO_1} + \overline{O_1F} \Rightarrow \overline{O_1H} = \overline{O_1F} - f\quad ;\quad Soit :\ \overline{O_1H} = 12\ cm$$ 0,50

$$f' = \overline{H'F'} \Rightarrow f' = \overline{H'O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F'} \Rightarrow \overline{O_1H'} = e + \overline{O_2F'} - f'\quad ;\quad Soit :\ \overline{O_1H'} = 8\ cm$$ 0,50

B-8°/ Retrouver, par construction géométrique, la position du foyer principal image F' et la position du point principal image H' du doublet. (Utiliser la figure 2 ci-après avec une échelle 1/2)



B-9°/ En utilisant les résultats des questions B-6 et B-7, placer uniquement les points cardinaux du système sur la figure 3 ci-dessous et trouver géométriquement la position de l'image A'B' d'un objet AB tel que $\overline{AB} = 1\ cm$ et $\overline{O_1A} = -6\ cm$. (Echelle = x : 1/2 , y : 3/1)

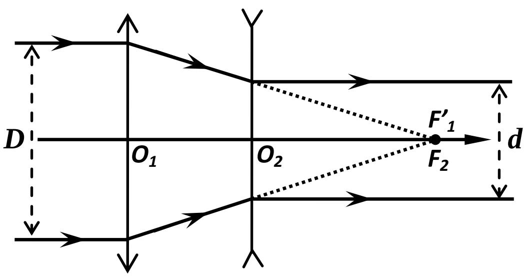


B-10°/ Quelle sera la position de L_2 par rapport à L_1 pour que ce doublet soit afocal ?

1,00

$$\textit{Doublet afocal} \Leftrightarrow \textit{Intervalle optique}\ \Delta\ \textit{nul} \Leftrightarrow \quad e = f'_1 - f_2 \ ; \quad \textit{Soit}\ : e = 8\ cm$$

B-11°/ On dispose convenablement les deux lentilles pour avoir un système afocal. Un faisceau lumineux, de diamètre D, vient de l'infini parallèlement à l'axe optique et traverse le doublet. Calculer le diamètre d du faisceau émergent en fonction de D.



$$D'\textit{après la figure}, \textit{on a}: \ \frac{D}{d} = \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{f'_1}{f_2}$$

$$\textit{Donc}: \ d = \frac{f_2}{f'_1} D \Rightarrow d = \frac{D}{3}$$

1,00