



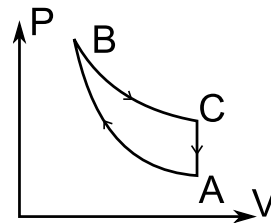
TD THERMODYNAMIQUE n° 5

Second principe de la thermodynamique



Exercice 1 Transformation cyclique d'un gaz parfait

Une masse constante de gaz parfait, dont le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constants est $\gamma = 1,4$, parcourt le cycle représenté ci-contre. Le gaz initialement dans l'état A caractérisé par une pression $P_A = 1,00 \text{ bar}$, une température $T_A = 144,4 \text{ K}$ et un volume $V_A = 414 \text{ cm}^3$, subit une évolution isentropique qui l'amène à la température $T_B = 278,8 \text{ K}$.



1. Calculer la pression P_B et le volume V_B dans l'état B
2. Le gaz est mis en contact avec une source à la température T_B et subit une détente isotherme réversible qui ramène son volume à sa valeur initiale V_A . Calculer la pression à l'état C .
3. Calculer la variation d'entropie ΔS_{BC} au cours de la transformation $B \rightarrow C$.
4. Le gaz dans l'état C est alors mis en contact avec une source à la température T_A tandis que son volume est maintenu constant. Calculer la variation d'entropie ΔS_{CA} et l'entropie créée S_c au cours de la transformation $C \rightarrow A$.

Exercice 2 Capacité thermique du verre***

On donne la capacité thermique massique de l'eau : $c_{eau} = 4,18 \text{ J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$. On désire mesurer la capacité thermique massique du verre par une expérience de calorimétrie à pression constante.

1. Quelle est la fonction d'état à utiliser dans ce cas ?
2. On place $N = 40$ petites billes de verre identique dans un four maintenu à une température $t_1 = 80^\circ\text{C}$ et on attend l'équilibre thermique. Chaque petite bille a un diamètre $\delta = 1 \text{ cm}$. La densité du verre par rapport à l'eau est $d = 2,5$. On plonge ensuite ces petites billes dans un calorimètre de masse équivalente en eau $m_{eq} = 20 \text{ g}$ dans lequel on a placé initialement une masse $M = 100 \text{ g}$ d'eau à $t_2 = 20^\circ\text{C}$. On néglige toute fuite thermique. La température du mélange à l'équilibre est $t_{eq} = 25^\circ\text{C}$. En déduire l'expression littérale et la valeur numérique de la capacité thermique massique du verre, que l'on notera c . On rappelle que la masse volumique de l'eau est $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$.
3. On veut montrer à partir du second principe que la transformation réalisée ci-dessus est irréversible. Relier, en justifiant, la variation élémentaire d'entropie dS à la variation de température dT d'une phase condensée idéale de capacité thermique C .
4. Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la variation d'entropie du système {billes + calorimètre+eau} pour la transformation précédente. Conclure quant à la réversibilité de la transformation.

Exercice 3 Mise en contact avec un thermostat

Une masse $m = 1 \text{ kg}$ d'eau liquide à $T_0 = 273 \text{ K}$ est mise en contact avec un thermostat à $T_f = 300 \text{ K}$. La capacité thermique massique de l'eau est $c = 4,18.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Calculer l'entropie créée. Quelle est la cause de la création d'entropie ?
2. On suppose maintenant que l'eau est d'abord mise en contact avec un premier thermostat à la température $T_1 = 285 \text{ K}$ jusqu'à ce qu'elle atteigne cette température, puis elle est mise en contact avec le thermostat à T_f . Calculer de nouveau l'entropie créée. Pourquoi trouve-t-on une valeur inférieure à celle de la question précédente ?
3. On opère maintenant en N étapes : l'eau, initialement à $T_0 = 273 \text{ K}$, est mise en contact avec N thermostat de température T_i vérifiant $\frac{T_i}{T_{i-1}} = a = \text{cste}$ et $T_N = T_f = 300 \text{ K}$. Calculer l'entropie créée. Que devient-elle quand N tend vers l'infini ? Pourquoi ?

Exercice 4 Entropie d'un gaz de Van der Waals

Un gaz de Van der Waals a pour équation d'état : $(P + \frac{n^2 a}{V^2})(V - nb) = nRT$ et pour énergie interne $U(T, V)$ telle que $dU = nC_{V,m}dT + \frac{n^2 a}{V^2}dV$

1. Trouver l'entropie d'un gaz de Van der Waals.
2. Calculer sa variation dans une détente de Joule-Gay Lussac l'amenant de T_0 à T_F et de V_0 à $2V_0$.

Exercice 5 Identité thermodynamique

Soit un gaz dans une enceinte de parois rigides en équilibre à la température T . Admettons qu'il existe N molécules ne pouvant prendre que deux valeurs d'énergie interne moléculaire U_1 et U_2 . On admet que la probabilité de trouver l'état d'énergie U_i suit la statistique de Boltzmann : $\mathcal{P}(U_i) = A \exp(-\frac{U_i}{k_B T})$

1. Déterminer l'expression de dU du système lorsque N_2 fluctue de dN_2 .
2. Déterminer l'expression de dS du système dans le même temps. On donne la formule de Stirling $\ln(N!) = N(\ln N - 1)$.
3. Retrouver l'identité thermodynamique $dU = TdS$.

Exercice 6 Entrée d'air dans un récipient vide

Un récipient de volume V_1 , fermé par une vanne, dont les parois (ainsi que la vanne) sont supposés calorifugés est initialement vide. Il est placé dans l'air ambiant assimilé à un gaz parfait : $\gamma = 1,4$ à la température $T_0 = 293 \text{ K}$ et à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$. On ouvre la vanne, l'air pénètre très rapidement dans le récipient, on referme la vanne lorsque l'équilibre de pression est réalisé. Après un certain temps, l'air dans le récipient se retrouve dans état d'équilibre à la température T_1 .

1. Calculer T_1 en fonction de T_0 et γ .
2. Faire un bilan entropique et conclure.

Exercice 7 Transformations polytropiques d'un gaz parfait

Une transformation polytropique vérifie une relation du type $P_f V_f^k = P_i V_i^k = P V^k$ entre l'état initial et l'état final et pour tout état intermédiaire de pression et de volume du gaz supposé parfait.

1. Montrer que cette relation peut modéliser une transformation isobare, isotherme, isentropique du gaz parfait par un choix convenable de la valeur de k . Donner la valeur de k pour chaque type de transformation.
2. Montrer que l'énergie transférée sous forme de travail reçu lors d'une transformation polytropique réversible vaut : $W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{k-1}$ pour $k \neq 1$. En déduire l'énergie transférée sous forme de chaleur avec l'extérieur en fonction de V_f , V_i , P_f , P_i , k et γ en supposant γ constant. Étudier le cas où $k = 1$
3. On effectue une compression polytropique du gaz, évaluer le signe de la variation d'entropie suivant le signe de $k - \gamma$. Justifier que dans une compression adiabatique, une modélisation polytropique imposera $k > \gamma$.

Solutions des exercices

¹Réponses : 1) $P_B = 10,0 \text{ bar}$, $V_B = 80 \text{ cm}^3$; 2) $P_C = 1,93 \text{ bar}$; 3) $\Delta S_{BC} = 0,47 \text{ J.K}^{-1}$; 4) $\Delta S_{CA} = -0,47 \text{ J.K}^{-1}$, $S_c = 0,2 \text{ J.K}^{-1}$

²Réponses : 2) $c = 0,87 \text{ J.K}^{-1}.g^{-1}$; 3) $ds = C \frac{dT}{T}$; 4) $\Delta S = 0,77 \text{ J.K}^{-1}$

³Réponses : 1) $S_c = 18 \text{ J.K}^{-1}$; 2) $S_c = 9,22 \text{ J.K}^{-1}$; 3) $S_c = 0 \text{ J.K}^{-1}$

⁴Réponses : $\Delta S = nC_{V,m} \ln T + nR \ln(V - nb) + S_0$

⁵Réponses : 1) $dU = (U_2 - U_1)dN_2$; 2) $dS = (U_2 - U_1) \frac{dN_2}{T}$

⁶Réponses : 1) $T_1 = 410,2 \text{ K}$; 2) $\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln \gamma$

⁷Réponses : 2) $Q = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1} + P_i V_i \ln \frac{V_f}{V_i}$; 3) $\Delta S = \frac{nR(\gamma-k)}{\gamma-1} \ln \frac{V_f}{V_i}$