REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE DEPARTEMENT DE GENIE-ELECTRIQUE



Support de Cours: Electronique Fondamentale 1

Niveau: 2ème année licence

Electronique

Préparé par : Dr. Bekhouche Khaled

2014/2015

Sommaire

Chapitre I: Principaux théorèmes pour l'analyse de rése	eaux électriques
1.1. Pont diviseur de tension	1
1.2. Pont diviseur de courant	2
1.3. Théorème de superposition	3
1.4. Théorème de Thévenin	4
1.5. Théorème de Norton	5
1.6. Théorème de Millman	6
1.7. Théorème de Kennelly	7
<u>Exercices corrigés</u>	10
Chapitre II: Les quadripôles électriques	
2.1. Définition	15
2.2. Représentation matricielle d'un quadripôle	15
2.3. Association de quadripôles	19
2.4. Caractéristiques d'un quadripôle en charge et attaqué p	ar une source de tension réelle
	20
<u>Exercices corrigés</u>	23
Chapitre III: La diode à jonction	
3.1. Définition, symbole et caractéristique	30
3.2. Modèles électriques linéaires de la diode	31
3.3. Circuits à diodes	34
<u>Exercices corrigés</u>	42
Chapitre IV: Le transistor bipolaire à jonction	
4.1. Définition	49
4.2. Réseau de caractéristiques d'un transistor bipolaire	49
4.3. Transistor en commutation (Interrupteur)	50
4.4. Transistor en amplification	51
Bibliographie	55

Chapitre I: Principaux théorèmes pour l'analyse de réseaux électriques

I.1. Pont diviseur de tension:

Ce théorème est utilisé pour calculer des tensions aux bornes des impédances placées en série (Fig.I.1). Soit n résistances placées en série et alimentées par une tension *E*.

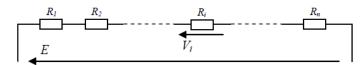


Fig.I.1. Application du pont diviseur de tension sur une association de résistances en série.

La tension aux borne de la i-ième résistance s'écrit:

$$V_i = \frac{R_i}{\sum_{j=1}^n R_j} E$$

Exemple 1:

Soit à déterminer la tension aux bornes de la résistance R2 (Fig.I.2).

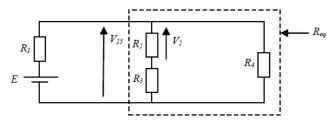


Fig.I.2. Exemple d'application du pont diviseur de tension sur des résistances

On remarque que les résistances R_2 et R_3 sont en parallèle avec la résistance R_4 , alors:

$$R_{eq} = (R_2 + R_3) / / R_4$$

Les résistances R_{eq} et R_I sont en série, donc: $V_{23} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_1} E$

Les résistance R_2 et R_3 sont en série, donc: $V_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{23}$

En remplaçant V_{23} , on obtient: $V_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_1} E$

Exemple 2:

Soit le circuit constitué de 4 impédances de la figure I.3, alimentées par une source de tension sinusoïdale e tel que: $e(t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta)$.

On cherche à écrire l'expression de la tension aux bornes du condensateur en fonction de e.

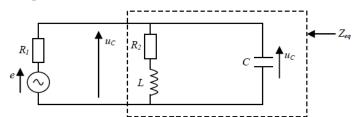


Fig.I.3. Exemple d'application du pont diviseur de tension sur des impédances.

En appliquant le théorème du pont diviseur de tension sur les impédances R_I et Z_{eq} , on obtient:

$$\underline{u_C} = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R_1} \underline{e}$$

où e est la représentation complexe de la tension sinusoïdale e:

$$\underline{e} = E e^{j\theta}$$
.

Z_{eq} est donnée par:

$$Z_{eq} = R_1 + \left(Z_C //(R_2 + Z_L) \right)$$

avec: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ et $Z_L = j\omega L$

I.2. Pont diviseur de courant:

Ce théorème s'applique aux branches qui contiennent des résistances et/ou des impédances en parallèle comme il est montré dans la figure I.4.

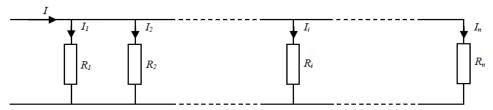


Fig.I.4. Application du pont diviseur de courant sur des résistances ou des impédances en parallèle.

Le courant I_i traversant la résistance R_i placée en parallèle avec les résistances R_1 , R_2 , ... et R_n , est donné par:

$$I_i = \frac{\frac{1}{R_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_i}} I$$

où I est le courant alimentant le circuit parallèle constitué par les n résistances.

Exemple:

Exprimer les courants I_1 et I_2 en fonction de la tension continue E et des résistances r, R_1 , R_2 et R_3 .

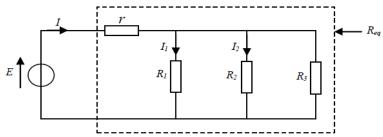


Fig.I.5. Exemple d'application du pont diviseur de courant sur des résistances en parallèle.

En appliquant la loi d'Ohm, le courant I s'écrit:

$$I = \frac{E}{R_{eq}}$$

où R_{eq} est la résistance équivalente au circuit encadré, tel que:

$$R_{eq} = r + (R_1//R_2//R_3)$$

Puisque les résistances R_1 , R_2 et R_3 sont en parallèle, alors on obtient après application de théorème de pont diviseur de courant:

$$I_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}I$$

en remplaçant le courant I dans l'expression de I_I , on obtient:

$$I_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \frac{E}{R_{eq}}$$

I.3. Théorème de superposition:

Il s'applique aux circuits comportant des sources indépendantes (au moins deux sources indépendantes de tension et/ou de courant). Soit un circuit électrique qui comporte n sources indépendantes: S_1 , S_2 ,, S_n . On souhaite calculer une grandeur électrique (un courant I traversant une branche ou une tension V aux bornes d'un élément). Appelons I_I (ou V_I), I_2 (ou V_2), ...et I_n (ou V_n) les valeurs de I (ou V) crées individuellement par chaque source S_I agissant seule. Les autres source étant passivées (la source de tension étant remplacée par un fil conducteur et la source de courant étant enlevée). Le courant I (ou la tension V) est la sommes algébriques des courants I_I (ou des tension V_I).

Exemple:

Donner l'expression du courant I qui traverse la résistance R.

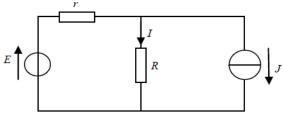
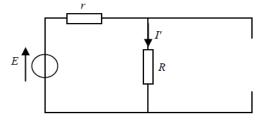


Fig.I.6. Exemple d'application de théorème de superposition.

Etape 1: calcul de I lorsque J=0.

Soit I' le courant dans la branche contenant R lorsque la source indépendante J est passivée (enlevée).

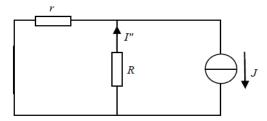


Il est évident que:

$$I' = \frac{E}{r + R}$$

Etape 2: calcul de I lorsque E=0.

Soit I'' le courant dans la branche contenant R lorsque la source indépendante E est passivée (court-circuitée).



En appliquent le théorème du pont diviseur de courant, on peut écrire:

$$I'' = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}}J$$

Etape 3:

Le courant I est la somme algébrique des courants I' est I'', soit:

$$I = +I' - I''$$

Le signe "-" de I" indique que ce dernier traverse R dans le sens opposé de I. Finalement, on obtient:

$$I = \frac{E}{r+R} - \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}}J$$

I.4. Théorème de Thévenin:

Un circuit linéaire placé entre deux points A et B, peut être remplacée par un générateur équivalent de Thévenin E_{th} en série avec une résistance (ou impédance) interne de Thévenin R_{Th} .

- E_{Th} est égale à la tension à vide (charge déconnectée) mesurée entre les deux points A
 et B.
- R_{Th} est la résistance vue entre les deux bornes A et B lorsque les sources indépendantes sont passivées (la source de tension est court-circuitée et la source de courant est enlevée).

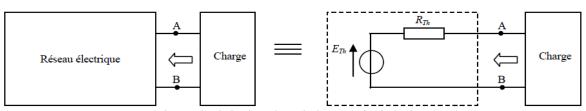


Fig.I.7. Circuit de Thévenin équivalent à un circuit életrique.

Exemple:

On cherche à étudier le circuit composé de deux sources de tension indépendantes et des résistances. On cherche la source de Thévenin équivalente entre les noeuds A et M.

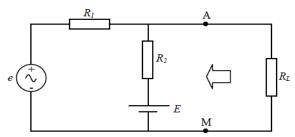
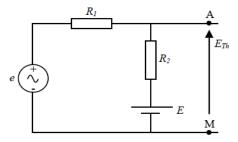


Fig.I.7. Exemple d'application de théorème de Thévenin.

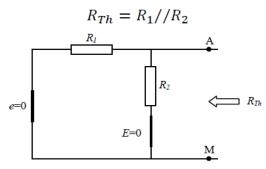
Etape 1: calcul de E_{Th} à vide.

On remarque sur le schéma ci-après qu'on peut directement appliquer le théorème de Millman, donc:

$$E_{Th} = \frac{\frac{e}{R_1} + \frac{E}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$



Etape 2: calcul de R_{Th} vue par la charge R_L lorsque toutes les sources e et E sont court-circuitées, on obtient alors:



I.5. Théorème de Norton:

Un circuit linéaire placé entre deux points A et B, peut être remplacé par un générateur de courant I_N en parallèle avec une résistance (ou impédance) interne R_N .

- I_N est le courant entre A et B dans un court-circuit.
- RN est calculée de la même manière que la résistance de Thévenin.

Exemple:

Soit à déterminer le schéma de Norton équivalent aux dipôle AB de la figure I.8.

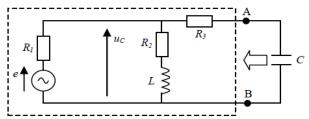
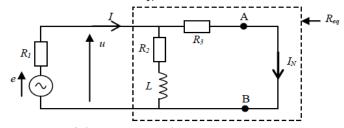


Fig.I.7. Exemple d'application de théorème de Norton.

Etape1: calcul du courant de court-circuit I_N .



Nous constatons que R_I est en série avec R_{eq} , donc:

$$\underline{I} = \frac{\underline{e}}{R_1 + R_{eq}}$$

avec:

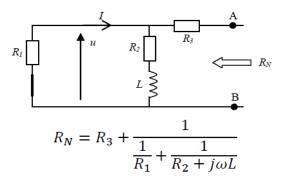
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2 + j\omega L}}$$

La résistance R_3 est en parallèle avec les éléments R_2 et Z_L . On peut donc appliquer le théorème du pont diviseur de courant.

$$\underline{I_N} = \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2 + j\omega L}}\underline{I}$$

Etape2: calcul de la résistance de Norton.

Pour ce faire, on doit passiver la source de tension *e* et calculer la résistance vue des points A et B.



I.6. Théorème de Millman:

Soit n branches associées en parallèle, comprenant chacune un circuit linéaire qui peut être remplacé par son schéma équivalent de Thevenin (Source de tension avec résistance ou impédance interne).

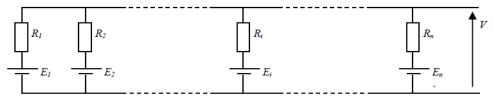


Fig.I.8. Application du théorème de Millman sur des branches en parallèle comprenant chacune une source de tension et une impédance.

La tension V s'écrit:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}}$$

Exemple:

On considère le circuit électrique donné par la figure I.9. On demande de calculer la tension aux bornes de la résistance R_5 .

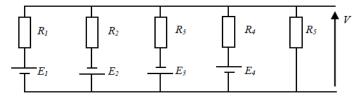


Fig.I.9. Exemple d'application du théorème de Millman.

En appliquant directement le théorème de Millman, on obtient:

$$V = \frac{+\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3} + \frac{E_4}{R_4} + \frac{0}{R_5}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}}$$

I.7. Théorème de Kennelly:

Le théorème de Kennelly permet d'établir une équivalence entre des impédances placées en triangle et des impédances placées en étoiles.

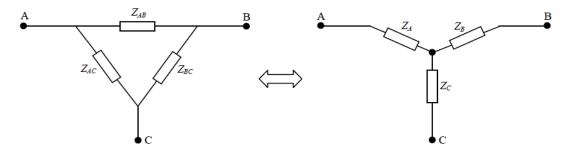


Fig.1.10. A gauche:montage triangle. A droite: montage étoile.

Conversion triangle-étoile

La résistance d'une branche de l'étoile équivalente est égale au produit des résistances adjacentes divisé par la somme totale des résistances.

$$Z_A = \frac{Z_{AB}Z_{AC}}{Z_{AB} + Z_{AC} + Z_{BC}}$$

$$Z_B = \frac{Z_{AB}Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{AC} + Z_{BC}}$$

$$Z_C = \frac{Z_{AC}Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{AC} + Z_{BC}}$$

Conversion étoile-triangle

La résistance d'une branche du triangle équivalent est égale à la somme des produits des résistances, divisée par la résistance de la branche opposée.

$$Z_{AB} = \frac{Z_{AB}Z_{AC} + Z_{AB}Z_{BC} + Z_{AC}Z_{BC}}{Z_{C}}$$

$$Z_{AC} = \frac{Z_{AB}Z_{AC} + Z_{AB}Z_{BC} + Z_{AC}Z_{BC}}{Z_{B}}$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_{AB}Z_{AC} + Z_{AB}Z_{BC} + Z_{AC}Z_{BC}}{Z_{A}}$$

Exemple:

On désire déterminer la résistance du dipôle de la figure I.11.

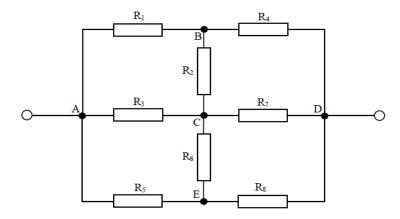
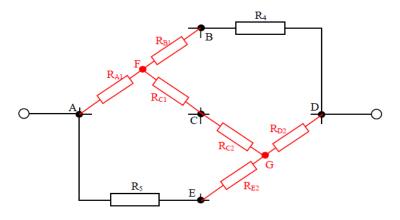


Fig.1.11. Exemple de calcul de la résistance d'un dipôle en utilisant le théorème de Kennelly.

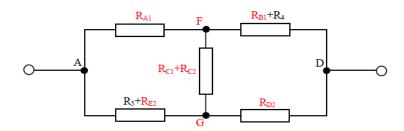
On commence par transformer les deux montages triangle ABC et CDE en montages étoiles.



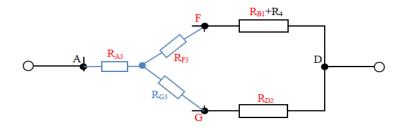
avec:

$$\begin{split} R_{A1} &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \ R_{B1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \ R_{C1} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_{C2} &= \frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7 + R_8}; \ R_{D2} = \frac{R_7 R_8}{R_6 + R_7 + R_8}; \ R_{E2} = \frac{R_6 R_8}{R_6 + R_7 + R_8} \end{split}$$

Le montage est simplifié en deux montages triangles.



Une seule transformation triangle-étoile suffit dans ce cas.



Il est clair maintenant que la résistance du dipôle s'écrit sous la forme:

$$R_{dip\^{o}le} = R_{A3} + \left(R_{F3} + (R_{B1} + R_4)\right) / / (R_{G3} + R_{D2})$$

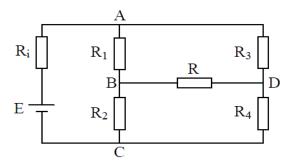
avec:

$$\begin{split} R_{A3} &= \frac{R_{A1}(R_5 + R_{E2})}{R_{A1} + (R_{C1} + R_{C2}) + (R_5 + R_{E2})} \\ R_{F3} &= \frac{R_{A1}(R_{C1} + R_{C2})}{R_{A1} + (R_{C1} + R_{C2}) + (R_5 + R_{E2})} \\ R_{G3} &= \frac{(R_{C1} + R_{C2})(R_5 + R_{E2})}{R_{A1} + (R_{C1} + R_{C2}) + (R_5 + R_{E2})} \end{split}$$

Solutions des exercices de la série N°1:

Exercice N°1:

Dans le circuit suivant indiquer le nombre de nœuds, le nombre de branches et le nombre de mailles.



Réponse:

Une branche d'un réseau est un ensemble de dipôles reliés en série.

Un **nœud** d'un réseau est un point commun à au moins trois branches.

Une maille d'un réseau est un ensemble de branches formant un circuit fermé dans lequel chaque nœud n'est rencontré qu'une fois.

Selon le schéma donné, on a:

- 4 nœuds: A, B, C et D.
- 6 branches: AC(qui contient R_i et E), AB(qui contient R₁), BC(qui contient R₂), AD(qui contient R₃), BD(qui contient R) et CD(qui contient R₄).
- 7 mailles: ACA, ABDA, BDCB, ACBDA, ABDCA, ABCDA et ADCA.
- 3 mailles indépendantes ou essentielles: ACA, ABDA, BDCB.

Exercice N°2:

1) Utiliser le théorème de diviseur de tension pour exprimer U_1 et U_2 en fonction de \mathbf{e} et des résistances.

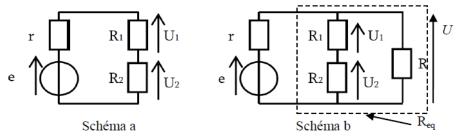


Schéma a:

Les résistances r, R1 et R2 sont en série. Cela nous permet d'appliquer le théorème du pont diviseur de tension.

$$U_1 = \frac{R_1}{r + R_1 + R_2} e;$$

$$U_2 = \frac{R_2}{r + R_1 + R_2} e$$

Schéma b:

Appelons U la tension aux bornes de la résistance R et appliquons le théorème de diviseur de tension sur les résistances R_1 et R_2 .

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

On remarque que la résistance r est en série avec la résistance équivalente R_{eq} donnée par:

$$R_{eq} = R//(R_1 + R_2)$$

On applique pour la deuxième fois le diviseur de tension, on obtient:

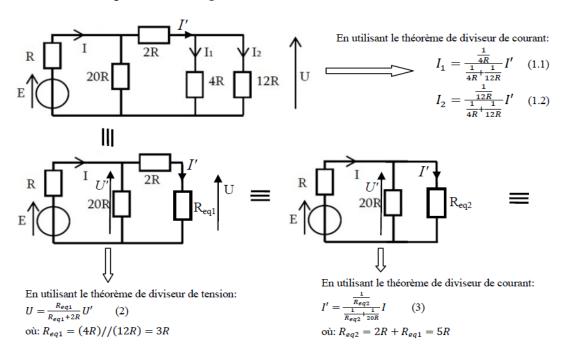
$$U = \frac{R_{eq}}{r + R_{eq}}e$$

En remplaçant U dans les expressions de U_1 et U_2 , on obtient:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{R_{eq}}{r + R_{eq}} e$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_{eq}}{r + R_{eq}} e$$

2) Utiliser le théorème de diviseur de tension et le théorème de diviseur de courant pour déterminer les expressions des grandeurs I, U, I_1 et I_2 .



$$\equiv \bigcap_{\mathbb{R}} \bigcap_{\mathbb{R}_{eq3}} \bigcup^{U'} \longrightarrow$$

$$U' = \frac{R_{eq2}}{R_{eq2} + R} E \qquad (4)$$

où:
$$R_{eq3} = (20R)//R_{eq2} = 4R$$

En utilisant le théorème de diviseur de tension:
$$U' = \frac{R_{eq2}}{R_{eq2}+R}E \qquad (4)$$
 où: $R_{eq3} = (20R)//R_{eq2} = 4R$ En appliquant la loi d'Ohm: $I = \frac{E}{R+R_{eq2}}$ (5)

En remplaçant (5) dans (3):
$$I' = \frac{\frac{1}{R_{eq2}}}{\frac{1}{R_{eq2}} + \frac{1}{20R}} \frac{E}{R + R_{eq3}}$$
 (6)

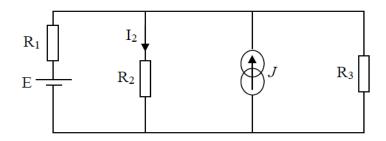
En remplaçant (6) dans (1.1):
$$I_1 = \frac{\frac{1}{4R}}{\frac{1}{4R} + \frac{1}{12R}} \frac{\frac{1}{Req2}}{\frac{1}{Req2} + \frac{1}{20R}} \frac{E}{R + Req3}$$

En remplaçant (6) dans (1.2):
$$I_2 = \frac{\frac{1}{12R}}{\frac{1}{4R} + \frac{1}{12R}} \frac{\frac{1}{R_{eq2}}}{\frac{1}{R_{eq2} + 20R}} \frac{E}{R + R_{eq3}}$$

En remplaçant (4) dans (2):
$$U = \frac{R_{eq1}}{R_{eq1} + 2R} \frac{R_{eq2}}{R_{eq2} + R} E$$

Exercice N°3:

En utilisant le théorème de superposition, donner l'expression du courant I₂.



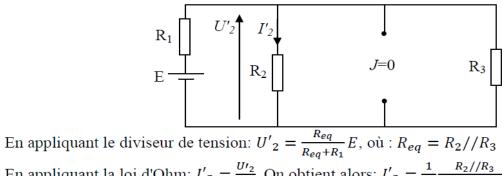
Le courant I_2 est égale à la somme algébrique des courants I_2 crées par chaque source indépendante prise isolément, en désactivant toutes les autres sources indépendantes (sources de tension remplacées par des court-circuits et sources de courant par des circuits ouverts):

$$I_2 = I'_2(J=0) + I''_2(E=0)$$

 $I_2={I'}_2(J=0)+{I''}_2(E=0)$ si par exemple le courant I''_2 est choisit dans le sens opposé de I_2 , nous écrivons:

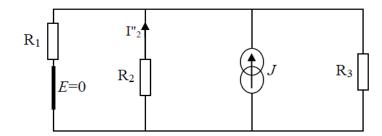
$$I_2 = I'_2(J=0) - I''_2(E=0)$$

a) Calcul de I'2:



En appliquant la loi d'Ohm: $I'_2 = \frac{U i_2}{R_2}$. On obtient alors: $I'_2 = \frac{1}{R_2} \frac{R_2//R_3}{(R_2//R_3) + R_1} E$

b) Calcul de I''_2 :



Puisque R_1 , R_2 et R_3 sont en parallèle, on peut donc utiliser le diviseur de courant:

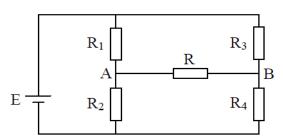
$$I"_{2} = -\frac{\frac{1}{R_{2}}}{\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} + \frac{1}{R_{3}}}J$$

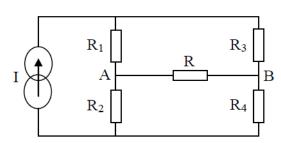
c) Calcul de courant I_2 :

Le courant I_2 est la somme algébrique des courant I'_2 et I''_2 :

$$I_2 = +I'_2 - I''_2 = I_2 = \frac{1}{R_2} \frac{R_2//R_3}{(R_2//R_3) + R_1} E + \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} J$$

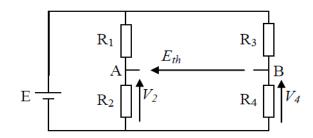
Donner les schémas de Thévenin équivalents aux deux circuits ci dessus entre les points A et B.





1) Premier schéma:

1.1) Tension de Thévenin: La charge R doit être débranchée.

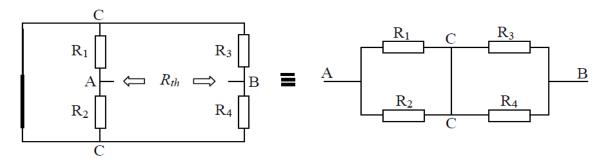


En appliquant la loi des mailles:
$$E_{Th} = V_2 - V_4$$

En appliquant le diviseur de tension: $V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$ et $V_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} E$
R4 donc: $E_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E - \frac{R_4}{R_3 + R_4} E = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$

1.2) Résistance de Thévenin:

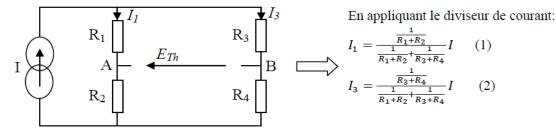
Dans ce cas tous les générateurs indépendants doivent être passivés. Dans cet exemple, la source de tension indépendante E doit être court-circuitée.



Il en résulte: $R_{Th} = (R_1//R_2) + (R_3//R_4)$

2) deuxième schéma:

2.1) Tension de Thévenin:

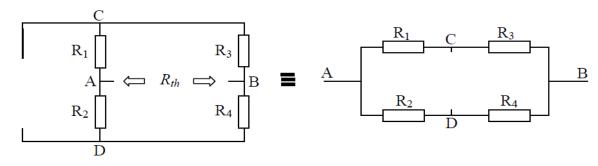


En appliquant la loi des mailles: $E_{Th}=V_2-V_4=R_2I_1-R_4I_3$ (3) Remplaçant maintenant les équations (1) et (2) dans (3):

$$\begin{split} E_{Th} &= R_2 \frac{\frac{1}{R_1 + R_2}}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}} I - R_4 \frac{\frac{1}{R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}} I \\ &=> E_{Th} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} I \end{split}$$

2.2) Résistance de Thévenin:

Dans cet exemple, la source de courant indépendante *I* doit être enlevée.



$$R_{Th} = (R_1 + R_3) / / (R_2 + R_4)$$

Chapitre II: Les quadripôles électriques

2.1. Définition:

Un quadripôle est un réseau qui comporte 4 bornes de liaisons avec les circuits extérieurs (Fig.2.1). Les échanges avec l'extérieur se font au travers de deux bornes utilisées comme bornes d'entrée et vers deux autres bornes utilisées comme bornes de sortie.

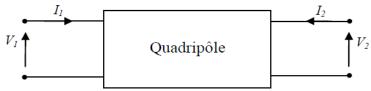


Fig.2.1. Symbole d'un quadripôle.

 I_1 et V_1 désignent les grandeurs d'entrée.

 I_2 et V_2 désignent les grandeurs de sortie.

2.2. Représentation matricielle d'un quadripôle:

2.2.1. Matrice impédance:

Le schéma de ce quadripôle équivalent est donné à la figure 2.2.

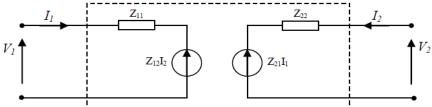


Fig.2.2. Schéma équivalent d'un quadripôles en paramètres Z.

Les équations caractéristiques de ce quadripôle peuvent se mettent sous la forme:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

ou encore sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

[Z] est la matrice impédance du quadripôle. Les éléments de cette matrice s'appellent les paramètres Z en circuit ouvert (I_1 =0 ou I_2 =0). Ils se définissent comme suit:

Impédance d'entrée: $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}|_{I_2=0}$

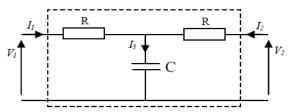
Impédance de transfert inverse: $Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}|_{I_1=0}$

Impédance de transfert direct: $Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}|_{I_2=0}$

Impédance de sortie: $Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} |_{I_1=0}$

Exemple:

Trouver les paramètres Z du filtre passe-bas suivant.



• Impédance d'entrée: $Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}|_{I_2=0}$

Si la sortie est en circuit ouvert (I_2 =0), alors: I_1 = I_3 .

Il résulte que:
$$V_1 = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)I_1 = Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

• Impédance de sortie: $Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}|_{I_1=0}$

Si l'entrée est en circuit ouvert $(I_1=0)$, alors: $I_2=I_3$.

On peut alors écrire:
$$V_2 = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)I_2 \Rightarrow Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

• Impédance de transfert inverse: $Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}|_{I_1=0}$

$$I_1 = 0 \Rightarrow I_2 = I_3 \Rightarrow V_1 = RI_1 + \frac{1}{j\omega C}I_3 = \frac{1}{j\omega C}I_2$$

=> $Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{1}{j\omega C}$

• Impédance de transfert direct: $Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}|_{I_2=0}$

$$I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = I_3 \Rightarrow V_2 = RI_2 + \frac{1}{j\omega C}I_3 = \frac{1}{j\omega C}I_1$$

=> $Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{1}{j\omega C}$

2.2.2. Matrice admittance:

Le schéma de ce quadripôle équivalent est donné à la figure 2.3.

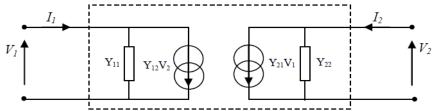


Fig.2.3. Schéma équivalent d'un quadripôles en paramètres Y.

Les équations caractéristiques de ce quadripôle peuvent se mettent sous la forme:

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2$$

ou encore sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

[Y] est la matrice admittance du quadripôle. Les éléments de cette matrice s'appellent les paramètres Y en court-circuit (V_I =0 ou V_2 =0). Ils se définissent comme suit:

Admittance d'entrée: $Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}|_{V_2=0}$

Admittance de transfert inverse: $Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}|_{V_1=0}$

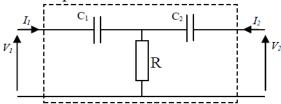
Admittance de transfert direct: $Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}|_{V_2=0}$

Admittance de sortie: $Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}|_{V_1=0}$

La matrice [Y] est l'inverse de la matrice [Z]: $[Y]=[Z]^{-1}$.

Exemple:

Trouver les paramètres Y du filtre passe-haut suivant.



• Admittance d'entrée: $Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}|_{V_2=0}$

Si la sortie est en court-circuit (V_2 =0), alors: C_2 et R sont en parallèle et leur impédance équivalente est en série avec C_1 . La loi d'Ohm permet d'écrire:

$$V_1 = (Z_{C1} + (R//Z_{C2}))I_1 => Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{(Z_{C1} + (R//Z_{C2}))}$$

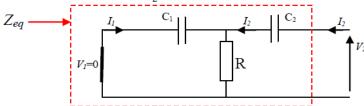
avec: $Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1}$ et $Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2}$

• Admittance de sortie: $Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}|_{V_1=0}$

Si l'entrée est en court-circuit (V_I =0), alors: C_I et R sont en parallèle et leur impédance équivalente est en série avec C_2 . La loi d'Ohm permet d'écrire:

$$V_2 = (Z_{C2} + (R//Z_{C2}))I_2 => Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{(Z_{C2} + (R//Z_{C1}))}$$

• Admittance de transfert inverse: $Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} |_{V_1=0}$



Dans ce cas, C_I et en parallèle avec R, ce qui permet d'appliquer le théorème du pont diviseur de courant:

$$I_1 = -\frac{Y_{C1}}{Y_{C1} + Y_R} I_2 = -\frac{\frac{1}{Z_{C1}}}{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{R}} I_2 ,$$

avec: $Y_{C1} = j\omega C_1$, $Y_R = \frac{1}{R}$

La relation qui relie la tension V_2 au courant I_2 est donnée par la loi d'Ohm:

$$V_2 = Z_{eq}I_2 ,$$

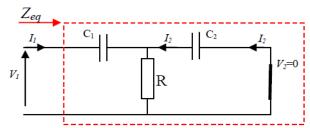
avec:
$$Z_{eq} = Z_{C2} + (Z_{C1}//R)$$
, $Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1}$, $Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2}$

On obtient alors:

$$I_1 = -\frac{Y_{C1}}{Y_{C1} + Y_R} \frac{V_2}{Z_{eq}} = -\frac{\frac{1}{Z_{C1}}}{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{R}} \frac{1}{Z_{C2} + (Z_{C1}//R)} V_2$$

$$=>Y_{12}=\frac{I_1}{V_2}=-\frac{\frac{1}{Z_{C1}}}{\frac{1}{Z_{C1}}+\frac{1}{R}}\cdot\frac{1}{Z_{C2}+(Z_{C1}//R)}$$

• Admittance de transfert direct: $Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}|_{V_2=0}$



Dans ce cas, C_2 et en parallèle avec R, ce qui permet d'appliquer le théorème du pont diviseur de courant:

$$I_2 = -\frac{Y_{C2}}{Y_{C2} + Y_R} I_1 = -\frac{\frac{1}{Z_{C2}}}{\frac{1}{Z_{C2}} + \frac{1}{R}} I_1 \; ,$$

avec:
$$Y_{C2} = j\omega C_2$$
, $Y_R = \frac{1}{R}$

La relation qui relie la tension \mathcal{V}_I au courant \mathcal{I}_I est donnée par la loi d'Ohm:

$$V_1 = Z_{eq} I_1$$

avec:
$$Z_{eq} = Z_{C1} + (Z_{C2}//R)$$
, $Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1}$, $Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2}$

On obtient alors:

$$I_2 = -\frac{Y_{C2}}{Y_{C2} + Y_R} \frac{V_1}{Z_{eq}} = -\frac{\frac{1}{Z_{C2}}}{\frac{1}{Z_{C2}} + \frac{1}{R}} \frac{1}{Z_{C1} + (Z_{C2}//R)} V_1$$

$$=>Y_{21}=\frac{I_2}{V_1}=-\frac{\frac{1}{Z_{C2}}}{\frac{1}{Z_{C2}}+\frac{1}{R}}\cdot\frac{1}{Z_{C1}+(Z_{C2}//R)}$$

2.2.3. Matrice [h] des paramètres hybrides:

Dans ce cas, nous exprimons V_1 et I_2 en fonction de I_1 et V_2 ce qui donne:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

ou encore sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

 h_{11} , h_{12} , h_{21} et h_{22} sont les paramètres hybrides de la matrice hybride [h], avec:

Impédance d'entrée: $h_{11} = \frac{v_1}{I_1}|_{V_2=0}$

Rapport de transfert inverse: $h_{12} = \frac{v_1}{v_2}|_{I_1=0}$

L'amplification en courant: $h_{21} = \frac{I_2}{I_1}|_{V_2=0}$

Admittance de sortie: $h_{22} = \frac{I_2}{V_2}|_{I_1=0}$

Le schéma de ce quadripôle équivalent est donné à la figure 2.4.

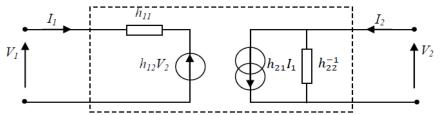


Fig.2.4. Schéma équivalent d'un quadripôles en paramètres hybrides.

2.2.4. Matrice de transfert [T]:

On exprime les grandeurs de sortie en fonction des grandeurs d'entrée:

$$V_2 = T_{11}V_1 - T_{12}I_1$$

$$I_2 = T_{21}V_1 - T_{22}I_1$$

ou encore sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

 T_{II} est l'amplification en tension.

 T_{22} est l'amplification en courant.

 T_{12} est une impédance et T_{21} une admittance.

2.3. Association de quadripôles:

2.3.1. Association en série de deux quadripôles:

Dans ce cas, la tension d'entrée (de sortie) du quadripôle résultant (Fig.2.5) est la somme des tensions d'entrée (de sortie) des quadripôles associés en série:

$$V_1 = V'_1 + V''_1$$
 et $V_2 = V'_2 + V''_2$

Les courants sont identiques:

$$I_1 = I'_1 = I''_1$$
 et $I_2 = I'_2 = I''_2$

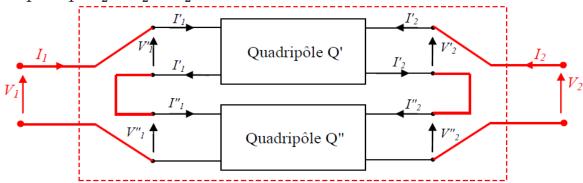


Fig.2.5. Association en série de deux quadripôles.

La matrice [Z] du quadripôle équivalent à la mise en série de Q' et Q" est donnée par:

$$[Z] = [Z'] + [Z'']$$

2.3.2. Association en parallèle de deux quadripôles:

Dans ce cas, le courant d'entrée (de sortie) du quadripôle résultant (Fig.2.6) est la somme des courants d'entrée (de sortie) des quadripôles associés en parallèle:

$$I_1 = I'_1 + I''_1$$
 et $I_2 = I'_2 + I''_2$

Les tensions sont identiques:

$$V_1 = V'_1 = V''_1$$
 et $V_2 = V'_2 = V''_2$

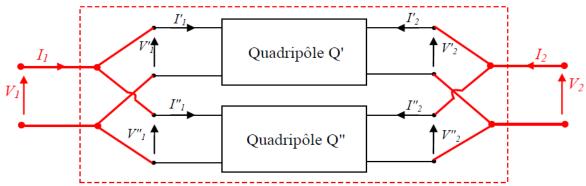


Fig.2.6. Association en parallèle de deux quadripôles.

La matrice [Y] du quadripôle équivalent à la mise en parallèle de Q' et Q" est donnée par:

$$[Y] = [Y'] + [Y'']$$

2.3.3. Association en cascade de deux quadripôles:

Dans ce cas, la tension de sortie du premier quadripôle est la tension d'entrée du deuxième quadripôle (Fig.2.7):

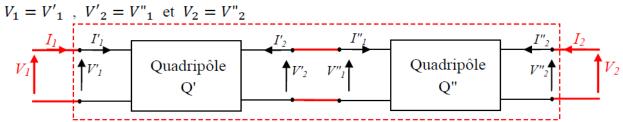


Fig.2.7. Association en cascade de deux quadripôles.

La matrice [T] du quadripôle équivalent à la mise en cascade de Q' et Q" est donnée par:

$$[T] = [T"] \times [T']$$

2.4. Caractéristiques d'un quadripôle en charge et attaquée par une source de tension réelle:

Pour caractériser un quadripôle, on connecte un dipôle source (E_g, R_g) aux deux bornes d'entrée. Aux deux bornes de sortie, nous branchons un dipôle de charge noté Z_U (Fig.2.8).

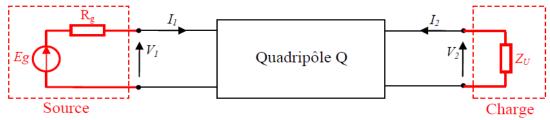


Fig.2.7. Quadripôle en charge et attaqué par une source de tension réelle.

Si par exemple nous définissons le quadripôle Q par ses paramètres Z, les équations qui permettent de déterminer l'état du réseau sont:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$
 (1)

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2)$$

$$E_g = V_1 + R_g I_1 {(3)}$$

$$V_2 = -Z_U I_2 \tag{4}$$

2.4.1. Impédance d'entrée:

L'impédance d'entrée est l'impédance « vue » par la source qui attaque le quadripôle à vide ou en charge (Fig2.8).

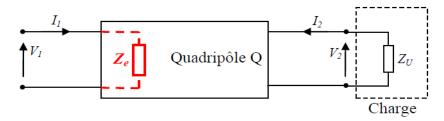


Fig.2.8. Impédance d'entrée d'un quadripôle.

L'impédance d'entrée est donnée par: $Z_e = \frac{V_1}{I_1}$

Si nous utilisons les paramètres Z (les équations (1), (2) et (4)), nous obtiendrons:

$$Z_e = \frac{Z_U Z_{11} + \Delta Z}{Z_U + Z_{22}}$$

 $Z_e = \frac{Z_U Z_{11} + \Delta Z}{Z_U + Z_{22}}$ avec: $\Delta Z = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}$ est le déterminant de la matrice [Z].

2.4.2. Impédance de sortie:

Vis-à-vis de la charge, le quadripôle se comporte comme un dipôle équivalent au générateur de Thévenin (Fig2.9).

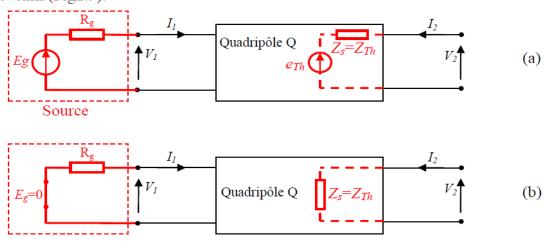


Fig.2.9. Impédance de sortie Z_s d'un quadripôle. (a) Représentation de la sortie du quadripôle par son équivalent de Thévenin. (b) Schéma utilisé pour le calcul de Z_s .

L'impédance de sortie est donnée par: $Z_s = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{E_g=0}$

Si nous utilisons les paramètres Z (les équations (1), (2) et (3)), nous obtiendrons:

$$Z_s = \frac{R_g Z_{22} + \Delta Z}{R_g + Z_{11}}$$

2.4.3. Gain en tension:

Le gain en tension est défini par le rapport de la tension de sortie V_2 du quadripôle par la tension d'entrée:

$$G_V = \frac{V_2}{V_2}$$

Si le quadripôle est défini par les paramètres Z et par l'utilisation des équations (1), (2), (3) et (4), il résulte:

$$G_V = \frac{Z_{21}Z_U}{Z_{11}Z_U + \Delta Z}$$

2.4.4. Gain en courant:

Le gain en courant est défini par le rapport du courant de sortie I_2 du quadripôle par le courant d'entrée:

$$G_I = \frac{I_2}{I_1}$$

Si le quadripôle est défini par les paramètres Z et par l'utilisation des équations (2) et (4), il résulte:

$$G_I = -\frac{Z_{21}}{Z_{22} + \Delta Z}$$

Exemple:

Calculer l'impédance d'entrée, l'impédance de sortie, le gain (l'amplification) en tension et le gain (l'amplification) en courant du quadripôle de la figure 2.10. Le quadripôle est attaqué par une source E_g de résistance interne R_g et chargé par l'impédance Z_L .

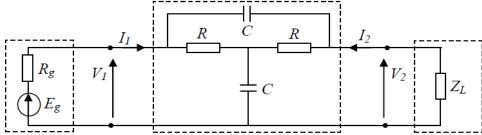
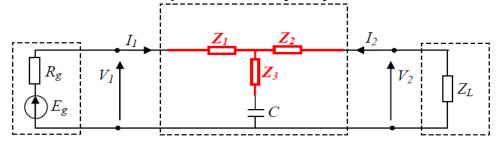


Fig.2.10. Exemple de calcul des caractéristiques d'un quadripôle passif.

Nous commençons par le calcul des paramètres Z du quadripôle.

En utilisant le théorème de Kennelly, le schéma du quadripôle devient:



$$Z_1 = Z_2 = \frac{R \cdot Z_C}{2R + Z_C}$$

$$Z_3 = \frac{R^2}{2R + Z_C}$$

De la même manière que dans le paragraphe 2.2.1., les paramètres Z sont donnés par:

$$Z_{11} = Z_1 + (Z_3 + Z_C)$$

$$Z_{12} = Z_3 + Z_C$$

$$Z_{21} = Z_3 + Z_C = Z_{12}$$

$$Z_{22} = Z_2 + (Z_3 + Z_C) = Z_{11}$$

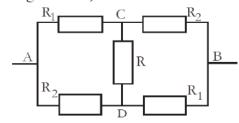
Il est clair que le déterminant de la matrice
$$Z$$
 est égale à zéro: ΔZ =0. Il résulte:
$$Z_e = \frac{Z_U Z_{11} + \Delta Z}{Z_U + Z_{22}} = \frac{Z_U Z_{22}}{Z_U + Z_{22}}; \quad Z_s = \frac{R_g Z_{22} + \Delta Z}{R_g + Z_{11}} = \frac{R_g Z_{11}}{R_g + Z_{11}}$$

$$G_V = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}; \quad G_I = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} = -G_V$$

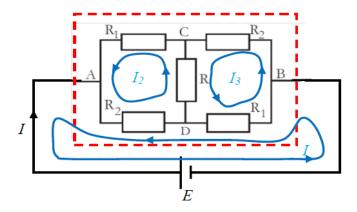
Solutions des exercices de la série N°2:

Exercice N°1:

Calculer la résistance équivalente du réseau suivant en utilisant les regroupements de résistances (série, parallèle, triangle-étoile).



1^{ère} méthode: en utilisant la loi d'Ohm



Selon la loi d'Ohm, la résistance du dipôle, R_{AB} , est donnée par:

$$R_{AB} = \frac{E}{I}$$

Pour trouver la relation qui existe entre le courant I et la tension E, on peut utiliser par exemple la méthode des mailles comme suit:

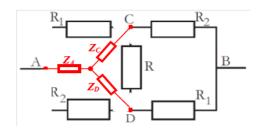
$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 + R_2 + R & -R \\ -R_1 & -R & R_1 + R_2 + R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

=>

$$\begin{pmatrix} I \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 + R_2 + R & -R \\ -R_1 & -R & R_1 + R_2 + R \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} +E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Finalement on peut déduire la résistance du quadripôle: $R_{AB} = \frac{E}{I}$

2^{ème} méthode: en utilisant le théorème de Kennelly.



On remarque que Z_C est en série avec R_2 et Z_D est en série avec R_I , donc:

$$R_{AB} = Z_A + ((Z_C + R_2) / / (Z_D + R_1))$$

avec:

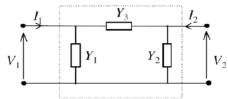
$$Z_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R}$$

$$Z_C = \frac{R_1 R}{R_1 + R_2 + R}$$

$$Z_D = \frac{R_2 R}{R_1 + R_2 + R}$$

Exercice N°2:

1) Soit le quadripôle en π de la figure ci-dessous. Calculer les paramètres Z de la matrice impédance de ce quadripôle.



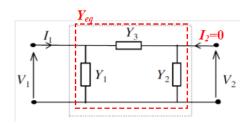
Les équations caractéristiques du quadripôle équivalent en Z sont données par:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$
$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

ou encore sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

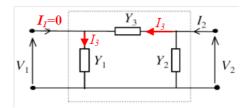
•
$$Z_{11} = \frac{v_1}{I_1} \Big|_{I_2 = 0}$$
:



$$I_1 = Y_{eq}V_1 \Rightarrow Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{Y_{eq}}$$

avec: $Y_{eq} = Y_1 + \frac{1}{\frac{1}{Y_2} + \frac{1}{Y_3}}$

•
$$Z_{12} = \frac{v_1}{I_2} \Big|_{I_1 = 0}$$
:



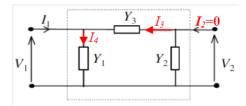
En appliquant le théorème du pont diviseur de courant:

$$I_3 = \frac{\frac{1}{Z_1 + Z_3}}{\frac{1}{Z_1 + Z_3} + \frac{1}{Z_2}} I_2$$
, avec: $Z_1 = \frac{1}{Y_1}$, $Z_2 = \frac{1}{Y_2}$, $Z_3 = \frac{1}{Y_3}$

On a aussi: $V_1 = Z_1 I_3$

Alors:
$$V_1 = Z_1 I_3 = Z_1 \frac{\frac{1}{Z_1 + Z_3}}{\frac{1}{Z_1 + Z_3} + \frac{1}{Z_2}} I_2 = Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = Z_1 \frac{\frac{1}{Z_1 + Z_3}}{\frac{1}{Z_1 + Z_3} + \frac{1}{Z_2}}$$

•
$$Z_{21} = \frac{v_2}{I_1} \Big|_{I_2 = 0}$$
:



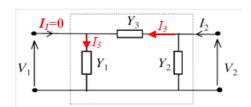
En appliquant le théorème du pont diviseur de courant:

$$I_3 = -\frac{\frac{1}{Z_2 + Z_3}}{\frac{1}{Z_2 + Z_3} + \frac{1}{Z_1}} I_1$$
, avec: $Z_1 = \frac{1}{Y_1}$, $Z_2 = \frac{1}{Y_2}$, $Z_3 = \frac{1}{Y_3}$

On a aussi: $V_2 = -Z_2I_3$

Alors:
$$V_2 = -Z_2 I_3 = Z_2 \frac{\frac{1}{Z_2 + Z_3}}{\frac{1}{Z_2 + Z_3} + \frac{1}{Z_1}} I_1 \Rightarrow Z_{12} = \frac{V_2}{I_1} = Z_2 \frac{\frac{1}{Z_2 + Z_3}}{\frac{1}{Z_2 + Z_3} + \frac{1}{Z_1}}$$

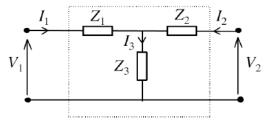
•
$$Z_{22} = \frac{v_2}{I_2} \Big|_{I_1 = 0}$$
:



On remarque que Y_I est en série avec Y_3 . En appliquant la loi d'Ohm:

$$V_2 = Z_{eq}I_2 = (Z_2//(Z_1 + Z_3))I_2 => Z_{22} = \frac{1}{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_1 + Z_3}}$$

2) Soit le quadripôle en **T** de la figure ci-dessous. Calculer les paramètres Y de la matrice admittance de ce quadripôle.



Les équations caractéristiques du quadripôle en paramètres Y peuvent se mettent sous la forme:

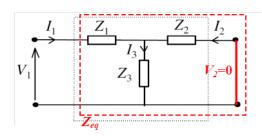
$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2$$

ou encore sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

•
$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2 = 0}$$
:

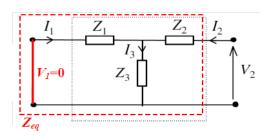


La loi d'Ohm nous permet d'écrire:

$$V_1 = Z_{eq}I_1 = (Z_1 + (Z_3//Z_2))I_1$$

$$=> Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_1 + (Z_3//Z_2)}$$

•
$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1 = 0}$$
:



La loi d'Ohm nous permet d'écrire:

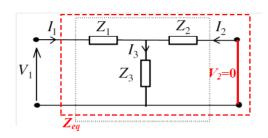
$$V_2 = Z_{eq}I_2 = (Z_2 + (Z_3//Z_1))I_2$$

 Z_1 et Z_3 sont en parallèle, alors:

$$I_1 = -\frac{\frac{1}{Z_1}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} I_2$$

$$=>Y_{12}=\frac{\frac{1}{Z_1}}{V_2}=\frac{\frac{\frac{1}{Z_1}}{\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_3}}I_2}{(Z_2+(Z_3//Z_1))I_2}=-\frac{Z_3}{Z_1Z_2+Z_1Z_3+Z_2Z_3}$$

•
$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2 = 0}$$
:



La loi d'Ohm nous permet d'écrire:

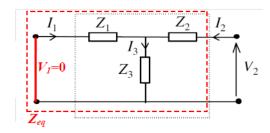
$$V_1 = Z_{eq}I_1 = (Z_1 + (Z_3//Z_2))I_1$$

 Z_2 et Z_3 sont en parallèle, alors:

$$I_2 = -\frac{\frac{1}{Z_2}}{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_2}} I_1$$

$$=>Y_{21}=\frac{I_2}{V_1}=\frac{\frac{-\frac{\frac{1}{Z_2}}{\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}}I_1}{\left(Z_1+(Z_3//Z_2)\right)}=-\frac{Z_3}{Z_1Z_2+Z_1Z_3+Z_2Z_3}$$

•
$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1 = 0}$$
:



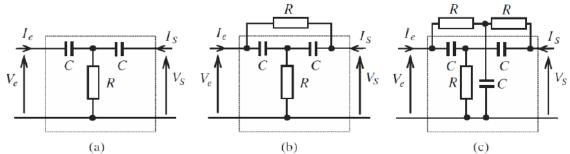
La loi d'Ohm nous permet d'écrire:

$$V_2 = Z_{eq} I_2 = \left(Z_2 + (Z_3//Z_1) \right) I_2$$

=>
$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{Z_2 + (Z_3//Z_1)}$$

Exercice N°3:

Soit les montage des quadripôles en T, en T ponté et en double T de la figure ci-dessous.



1. Déterminer la matrice admittance du quadripôle de la figure (a).

De la même manière que dans l'exercice précédent (question 2), avec:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} \ , \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C} \quad , \quad Z_3 = R$$

Donc:

Form:

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{Z_1 + (Z_3//Z_2)}$$

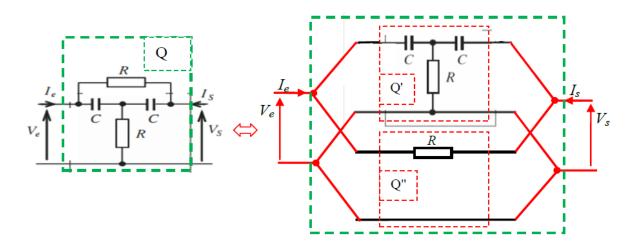
$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = -\frac{Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = -\frac{Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{Z_2 + (Z_3//Z_1)}$$

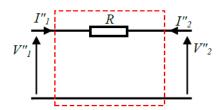
2. En déduire la matrice admittance du montage (b) et (c).

Montage (b):



Ce montage est l'association de deux quadripôles en parallèle: le premier est un quadripôle en T(Q') et le deuxième est un quadripôle série (Q'') qui contient une seule résistance R. La matrice admittance du quadripôle Q est la somme des matrices admittance des deux quadripôles Q' et Q'': [Y]=[Y']+[Y''].

On a déjà déterminé la matrice admittance du quadripôle en T. Il nous reste que déterminer la matrice admittance du quadripôle série.



•
$$Y''_{11} = \frac{I''_{1}}{V''_{1}} |_{V''_{2}} = 0$$
:

Si la sortie est en court-circuit $(V''_2=0)$, alors: $V''_1 = RI''_1 => Y''_{11} = \frac{I''_1}{V''_1} = \frac{1}{R}$

•
$$Y''_{22} = \frac{I''_2}{V''_2} \Big|_{V''_1} = 0$$
:

Si l'entrée est en court-circuit $(V''_I=0)$, alors: $V''_2=RI''_2=>Y''_{22}=\frac{I''_2}{V''_2}=\frac{1}{R}$

•
$$Y''_{12} = \frac{I''_{1}}{V''_{2}} |_{V''_{1}} = 0$$

Si l'entrée est en court-circuit (V''_1 =0), alors:

$$V"_2 = RI"_2 = -RI"_1 = Y"_{12} = \frac{I"_1}{V"_2} = -\frac{1}{R}$$

•
$$Y''_{21} = \frac{I''_2}{V''_1} |_{V''_2} = 0$$

Si la sortie est en court-circuit ($V''_2=0$), alors:

$$V''_1 = RI''_1 = -RI''_2 => Y''_{21} = \frac{I''_2}{V''_1} = -\frac{1}{R}$$

Les paramètres Y de la matrice admittance du quadripôle équivalent à la mise en parallèle des deux quadripôles (quadripôle en T et quadripôle série) est donnée par:

$$Y_{11} = Y_{11}(T) + Y_{11}(s\acute{e}rie) = \frac{1}{Z_1 + (Z_3//Z_2)} + \frac{1}{R}$$

$$Y_{12} = Y_{12}(T) + Y_{12}(s\acute{e}rie) = -\frac{Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} - \frac{1}{R}$$

$$Y_{21} = Y_{21}(T) + Y_{21}(s\acute{e}rie) = -\frac{Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} - \frac{1}{R}$$

$$Y_{22} = Y_{22}(T) + Y_{22}(s\acute{e}rie) = \frac{1}{Z_2 + (Z_3//Z_1)} + \frac{1}{R}$$

Enseignant: Bekhouche Khaled

CHAPITRE III: La DIODE

3.1. Définition, symbole et caractéristique :

La diode est un composant non linéaire (relation entre le courant est la tension est donnée par une équation non linéaire). La représentation symbolique de la diode est donnée en figure 3.1.

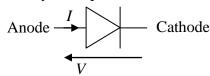


Fig.3.1: Représentation symbolique de la diode

La caractéristique courant-tension (I-V) de la diode est donnée par : $I = I_s \left(e^{\frac{V}{nV_T}} - 1 \right)$

Avec:

 I_s : Courant de saturation de la diode

n: Coefficient d'idéalité de la diode ($1 \le n \le 2$)

 V_T : Tension thermique, $V_T = \frac{kT}{q}$

k: Constante de Boltzmann, $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J. K⁻¹

T: Température

q: Charge de l'électron, $q = 1.60219 \times 10^{-19}$ C

En **polarisation inverse** (V<0), le courant qui parcours la diode de la cathode vers l'anode est négligeable (Is \approx 0). En **polarisation directe** (V>0), le courant croît rapidement avec la tension comme il est montré dans la figure 3.2.

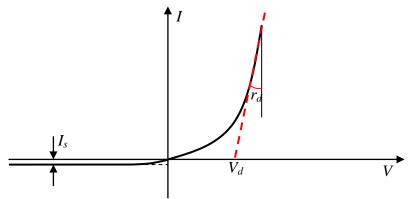


Fig.3.2: Caractéristique I-V d'une diode

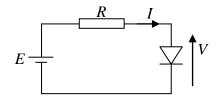
 V_d est la tension de seuil de la diode. Généralement, elle est inférieur à 1 V.

 r_d est la résistance dynamique de la diode. Elle est donnée par: $r_d = \left(\frac{dI}{dV}\right)^{-1}$. Lorsque $V > V_d >> V_T$, la résistance dynamique peut être approximée par la formule: $r_d = \frac{\Delta V}{\Delta I}$

L'analyse d'un circuit électrique comportant des diodes est difficile, parce que le système d'équations décrivant le circuit est non linéaire.

Exemple:

Soit le circuit à diode suivant. Déterminez la tension V aux bornes de la diode.



En appliquant la loi des mailles :E - RI - V = 0

Or le courant I est donné par : $I = I_s \left(e^{\frac{V}{nV_T}} - 1 \right)$

Donc:
$$E - RI_s \left(e^{\frac{V}{nV_T}} - 1 \right) - V = 0$$
,

L'équation ci-dessus est une équation non linéaire qui ne peut pas être résolue analytiquement.

3.2. Modèles électriques linéaires de la diode :

La diode est un élément non linéaire, or l'analyse d'un circuit à comportement non linéaire est assez difficile. On remplace donc la diode par des modèles linéaires.

3.2.1. Modèle idéal (r_d =0 et V_d =0) :

Il s'agit d'un interrupteur fermé en polarisation directe, V>0, et ouvert en polarisation inverse, $V\leq0$. La figure 3.3 montre ce modèle idéal.

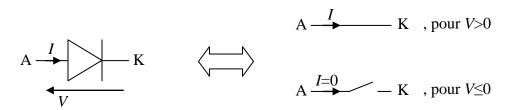
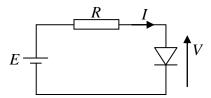


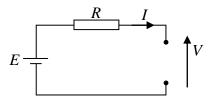
Fig.3.3: Modèle d'une diode idéale (première approximation).

Exemple 1:

Déterminez la tension V et le courant I en utilisant le modèle de la diode idéale.

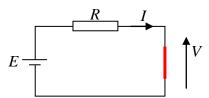


On débranche la diode (I=0) et on calcul la tension de Thévenin à ces bornes.



$$V = E - RI = E > 0$$

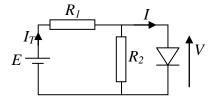
V>0 => La diode est passante. On remplace la diode par un interrupteur fermé.



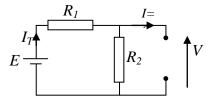
Donc: V=0 et $I = \frac{E}{R}$

Exemple 2:

Déterminez la tension V et le courant I_T .

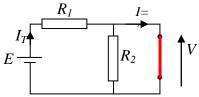


On détermine V lorsque la diode est enlevée du circuit (*I*=0).



$$=> V = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E > 0$$

V>0 =>la diode est passante.



=>
$$V=0$$

=> $E - R_1 I_T - V = 0 => I_T = \frac{E}{R_1} = I$

3.2.2. Modèle diode parfaite (deuxième approximation) :

Dans ce modèle, le courant est nul pour des tensions inférieures à la tension de seuil V_d ($V < V_d$). A cette valeur, la diode conduit et la tension à ces bornes reste constante quelque soit le courant qui la traverse (Fig3.4).

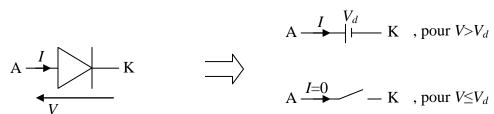
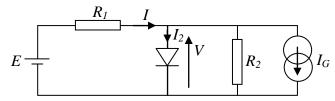


Fig.3.4: Modèle diode parfaite (deuxième approximation).

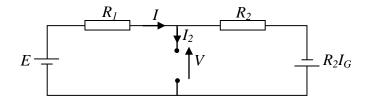
Exemple:

Déterminez la tension V et le courant I.



On commence par déterminer la tension anode-cathode V de la diode lorsque celle-ci est déconnectée => $I_2=0$.

La source de courant I_G avec la résistance R_2 peuvent être remplacées par une source de tension R_2I_G en série avec R_2 .



En utilisant le théorème de superposition ou bien le théorème de Millmann, nous obtiendrons: $V = \frac{R_2E - R_1R_2I_G}{R_1 + R_2}$

$$V = \frac{R_2 E - R_1 R_2 I_G}{R_1 + R_2}$$

On distingue deux cas:

Premier cas: $V \le V_d \Rightarrow \frac{R_2E - R_1R_2I_G}{R_1 + R_2} < V_d \Rightarrow$ la diode est bloquée (interrupteur ouvert).

Donc: $V = \frac{R_2E - R_1R_2I_G}{R_1 + R_2}$ et $I = \frac{E + R_2I_G}{R_1 + R_2}$ Deuxième cas: $V > V_d \Rightarrow \frac{R_2E - R_1R_2I_G}{R_1 + R_2} > V_d \Rightarrow$ la diode conduit et on la remplace par une source

$$R_1$$
 I R_2 R_2I_G

Donc ce cas on a: $V=V_d$ et $I=\frac{E-V_d}{R_1}$

3.2.3. Modèle diode réelle (troisième approximation) :

Dans ce modèle, la résistance dynamique r_d est incluse (Fig3.5).

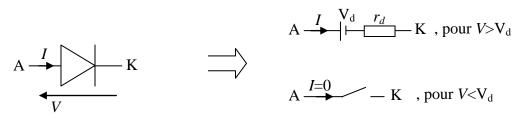
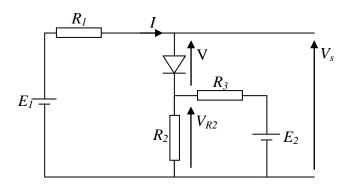


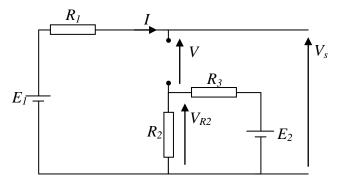
Fig.3.5: Modèle d'une diode réelle (troisième approximation).

Exemple:

Déterminez la tension V_s .



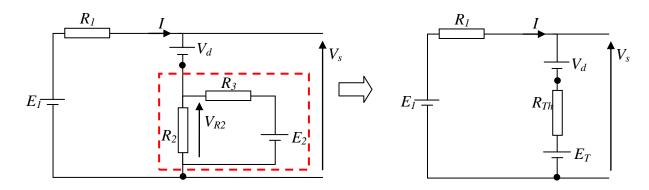
On débranche la diode et on calcul la tension à ses bornes.



$$V = E_1 - R_1 I - V_{R2} = E_1 - V_{R2}$$

= $E_1 - \frac{R_2}{R_2 + R_3} E_2$; parce que R_2 et R_3 sont en série.

- Premier cas : la diode est bloquée ($V \le V_d$)
 - $V_s = E_1 R_1 I = E_1$; car I=0.
- Deuxième cas : la diode est passante $(V>V_d)$



$$\begin{split} &V_{S} = E_{Th} + V_{d} + V_{R_{Th}} \\ &V_{R_{Th}} = \frac{R_{Th}}{R_{Th} + R_{1}} (E_{1} - E_{Th} - V_{d}) \\ &=> V_{S} = E_{Th} + V_{d} + \frac{R_{Th}}{R_{Th} + R_{1}} (E_{1} - E_{Th} - V_{d}) \\ &=> V_{S} = \frac{R_{1}(E_{Th} + V_{d}) + R_{Th}E_{1}}{R_{Th} + R_{1}} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{Th}E_{1}}{R_{Th} + R_{1}} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + E_{2})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + V_{d})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + V_{d})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + V_{d})} \\ &=> V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d}) + R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + V_{d})} \\ &= V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + V_{d})} \\ &= V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{Th} + V_{d})} \\ &= V_{S} = \frac{R_{2}(E_{Th} + V_{d})}{R_{2}(E_{T$$

3.3. Circuits à diodes

3.3.1. Redressement simple et double alternance:

La plupart des circuits électroniques ont besoin d'une tension continue pour fonctionner. Puisque la tension de réseau électrique est alternative (AC), on la transforme en une tension continue (DC) par un montage appelé alimentation. Le premier étage de cette alimentation est le redresseur.

3.3.1.1. Redresseur simple alternance :

Il admet l'alternance positive et annule l'alternance négative. Une simple diode en série avec la charge suffit à réaliser cette fonction.

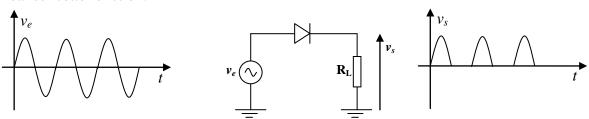
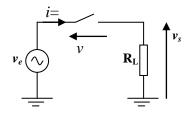


Fig.3.6. Redresseur simple alternance à diode.

Pour simplifier l'analyse du circuit, on commence par débrancher la diode et calculer sa tension $V=V_{AK}$.



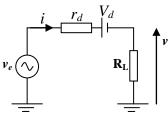
$$v_e - V - R_L i = 0$$
 et $i = 0$
 $\Rightarrow V = v_e$

- On compare la tension V par la tension de seuil V_d :

 $V = v_e \le V_d$: La diode est bloquée => $v_s = R_L i => v_s = 0$

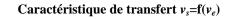
 $V = v_e > V_d$:

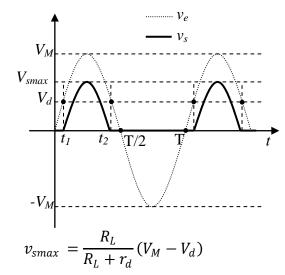
La diode conduit et est remplacée par son modèle linéaire (r_d, V_d) .

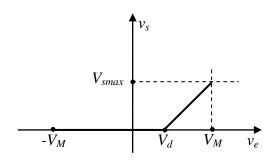


$$v_s = \frac{R_L}{R_L + r_d} (v_e - V_d)$$
, diviseur de tension.

Tracés de $v_s(t)$ et $v_e(t)$







3.3.1.2. Redresseur double alternance: Le montage en pont de Graëtz

Lors de l'alternance positive de la tension d'entrée v_e , seules les diodes D_1 et D_3 , ayant une tension d'anode supérieure à V_d , conduiront. Les diodes D_2 et D_4 sont bloquées. Pour l'alternance négative, ce sont les diodes D₂ et D₄ qui conduisent (Fig.3.7).

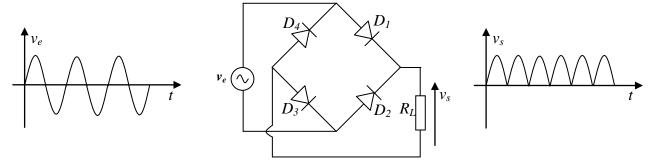
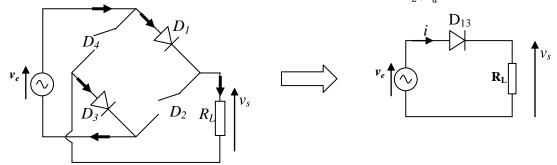


Fig.3.7. Redresseur double alternance à 4 diodes.

Lors de l'alternance positive $(v_e \ge 0)$ de la tension d'entrée, les diodes D_2 et D_4 se bloquent et le circuit se simplifie comme représenté à la figure ci-dessous.

L'analyse est le même comme pour le redressement simple alternance, ce qui donne :

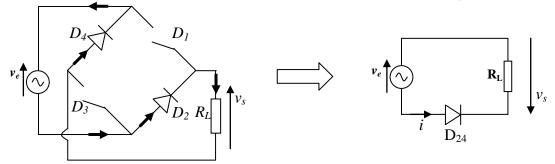
- ho 0 $\leq v_e \leq 2V_d$: les diodes D₁ et D₃ (D₁₃) sont bloquées $\Rightarrow v_s = 0$
- $v_e > 2V_d$: les diodes D₁ et D₃ (D₁₃) conduisent => $v_s = \frac{R_L}{R_L + r_d} (v_e 2V_d)$



Lors de l'alternance négative ($v_e \le 0$) de la tension d'entrée, les diodes D_1 et D_3 se bloquent et le circuit se simplifie comme représenté à la figure ci-dessous.

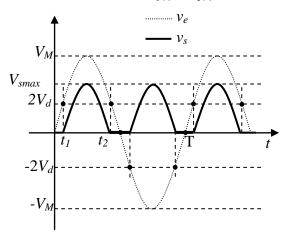
L'analyse est aussi le même comme pour le redressement simple alternance, ce qui donne :

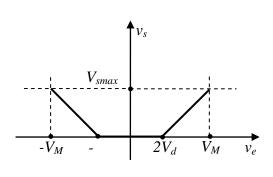
- > $-2V_d \le v_e \le 0$: les diodes D_2 et D_4 (D_{24}) sont bloquées => $v_s = 0$ > $v_e < -2V_d$: les diodes D_2 et D_4 (D_{24}) conduisent => $v_s = -\frac{R_L}{R_L + r_d}(v_e + 2V_d)$



Tracés de $v_s(t)$ et $v_e(t)$

Caractéristique de transfert $v_s = \mathbf{f}(v_e)$





3.3.1.3. Valeur moyenne et valeur efficace de la tension de sortie :

Valeur moyenne : la valeur moyenne d'une fonction périodique est donnée par

$$\langle v_s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v_s(t) dt$$

 $\langle v_s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v_s(t) dt$ Valeur efficace : la valeur efficace d'une fonction périodique est donnée par

$$v_{s(efficace)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_s^2(t) dt}$$

Redressement simple alternance:

si
$$r_d$$
=0 et V_d =0 alors : $\langle v_s \rangle = \frac{V_M}{\pi}$

si
$$r_d$$
=0 et V_d =0 alors : $v_{s(efficace)} = \frac{V_M}{2}$

Redressement double alternance:

si
$$r_d$$
=0 et V_d =0 alors : $\langle v_s \rangle = 2 \frac{V_M}{\pi}$

si
$$r_d$$
=0 et V_d =0 alors : $v_{s(efficace)} = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$

3.3.1.4. Redressement et filtrage :

Une tension redressée (simple ou double alternance) a toujours le même signe mais elle n'est pas continue puisqu'elle varie de 0 à la valeur de crête. Pour obtenir une tension continue, il reste une étape: le filtrage. Un condensateur est placé en dérivation à la sortie du pont de redressement (Fig. 3.8).

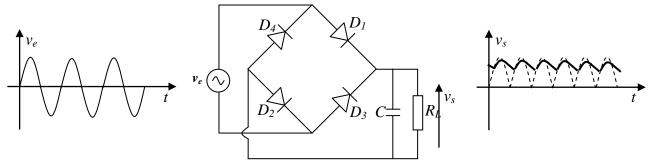


Fig.3.8. Redresseur double alternance avec capacité de filtrage.

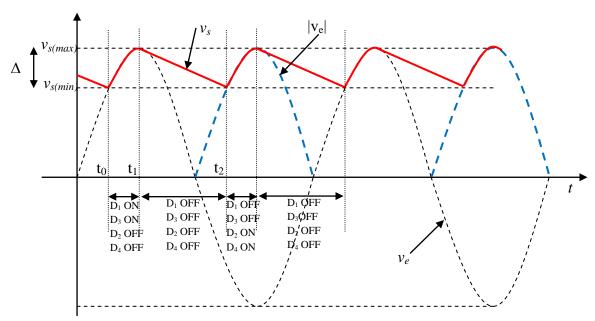
Analyse de circuit dans le cas des diodes idéales ($r_d=0$ et $V_d=0$):

Lorsque la tension d'entrée v_e augmente (D_{13} passantes et D_{24} bloquées ou l'inverse), le condensateur se charge rapidement à travers la résistance $R_{eq}=(2r_d//R_L)\approx 0$. Ce qui implique que: $v_s=v_e$. Lorsque la tension d'entrée tend à diminuer (les diodes se bloquent car $u_C=v_s>v_e$), le condensateur se décharge lentement à travers R_L : $v_s = V_M \cdot e^{-t/(R_L C)}$.

Si le condensateur a une capacité C suffisante, les variations de la tension peuvent être négligeables, la tension est quasiment continue.

Détermination de la tension d'ondulation ΔU :

La figure ci-dessous représente l'allure typique des courbes des tensions d'entrée et de sortie du redresseur en pont avec capacité de filtrage.



Pour simplifier le calcul de la tension d'ondulation, on prend le cas idéal : r_d =0 et V_d =0.

• $t_0 \le t \le t_1$: le condensateur se charge rapidement ($v_s = v_e$) à travers les diodes D_1 et D_3 . Même chose durant l'alternance négative mais le condensateur se charge rapidement à travers les diodes D_2 et D_4 .

Dans cet intervalle, le tension du condensateur est exactement celle de générateur d'entrée: $v_s = |v_e|$;

c'est-à-dire $v_s = v_e$ pendant l'alternance positive et $v_s = -v_e$ pendant l'alternance négative.

 \bullet $t=t_1$

A ce moment, la tension v_s vaut : $v_s = v_s(max) = v_M$

• $t_1 \leq t \leq t_2$:

Dans ce cas, le condensateur se décharge à travers la résistance R_L :

$$v_s = V_M \cdot exp(-(t - t_1)/\tau)$$
, avec : $\tau = R_L C$

• $t=t_2$:

A ce moment, la tension v_s vaut : $v_s = v_s(min) = v_s(max) \cdot exp(-(t_2 - t_1)/\tau)$

A fin que la tension d'ondulation soit faible par rapport a la composante continue, on pose :

$$t_2 - t_1 \ll \tau = exp(-(t_2 - t_1)/\tau) \approx 1 - (t_2 - t_1)/\tau$$

 $t_2 - t_1 \gg t_1 - t_0 = t_2 - t_1 \approx \frac{T}{2}$

On remplace dans l'expression de $v_s(min)$, on obtient :

$$\begin{split} v_s(min) &= v_s(max) \left(1 - \frac{T}{2\tau}\right) = > \Delta U = v_s(max) - v_s(min) = \frac{T}{2\tau} v_s(max) \\ &= > \Delta U = \frac{Tv_s(max)}{2R_L c} = \frac{I_{max}}{2fc} \\ \text{avec: } I_{max} &= \frac{v_s(max)}{R_L} = \frac{V_M}{R_L} \quad \text{et } f = \frac{1}{T} \end{split}$$

3.3.2. Circuits à diode Zener :

3.3.2.1. Diode Zener:

La diode Zener est une diode que le constructeur a optimée pour opérer dans la zone de claquage (Fig.3.9). La diode Zener au claquage présente un coude de tension inverse très net, suivi d'une croissance verticale du courant. La tension est presque constante, c'est la tension Zener V_Z . Les fiches techniques donnent la tension V_Z pour un courant de test I_{ZT} .

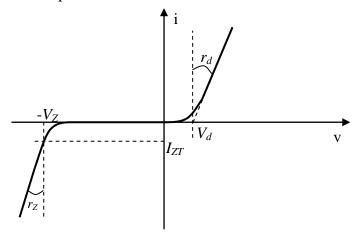


Fig.3.9. Caractéristique I-V d'une diode Zener avec les paramètres du modèle linéaire.

La diode Zener en 3^{ème} approximation est présentée par le modèle linéaire ci-dessous.

3.3.2.2. Régulateur (stabilisateur) à diode Zener :

Pour que la tension de sortie reste constante (Fig.3.10) il faut que la diode Zener soit polarisée en inverse dans la zone de claquage et que: $E > \frac{R_L + R_s}{R_L} V_Z$.

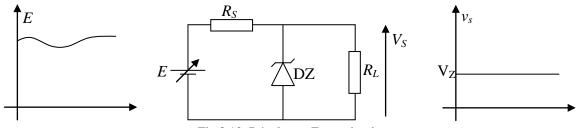
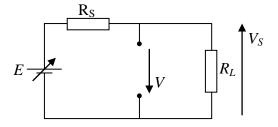


Fig.3.10. Régulateur Zener simple.

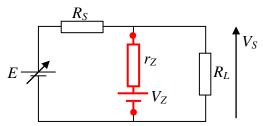
De la même façon que la diode normal, on calcul premièrement la tension $V=V_{AK}$ de la diode Zener lorsqu'elle est déconnectée.



$$V = -\frac{R_L}{R_L + R_S} E$$

Pour que la diode Zener fonctionne en mode stabilisation de tension, il faut qu'elle est polarisée dans la zone de claquage: $V < -V_Z \implies -\frac{R_L}{R_L + R_S} E < -V_Z \implies E > \frac{R_L + R_S}{R_L} V_Z$

La diode Zener est au claquage et peut être remplacée par une source de tension V_Z (tension Zener) et une résistance r_Z (résistance Zener).



En appliquant le théorème de Millman :

$$V_{S} = \frac{\frac{E}{R_{S}} + \frac{V_{Z}}{r_{Z}}}{\frac{1}{R_{S}} + \frac{1}{r_{Z}} + \frac{1}{R_{L}}}$$

Dans le cas d'une diode idéale, on obtient : $V_S = V_Z$.

Détermination de la résistance R_S:

On considère les deux cas limites suivants (on néglige la résistance r_z):

•
$$E=E_{max}$$
, $I_Z=I_{Zmax}$, $I_L=I_{Lmin}$:
$$R_S = \frac{E_{max} - V_Z}{I_{Z max} + I_{L min}}$$
(1)
• $E=E_{min}$, $I_Z=I_{Zmin}$, $I_L=I_{Lmax}$:
$$R_S = \frac{E_{min} - V_Z}{I_{Z min} + I_{L max}}$$
(2)

Généralement on prend: $I_{z \min} = a \cdot I_{z \max}$, avec: $0.1 \le a \le 0.3$.

$$I_{z \text{ max}} = \frac{(E_{\text{max}} - V_z)I_{L \text{max}} + (E_{\text{min}} - V_z)I_{L \text{min}}}{(E_{\text{min}} - V_z) - a(E_{\text{max}} - V_z)}$$
(3)

En remplaçant (3) dans (1) ou (2), on peut déterminer R_S .

3.3.3. Composants optoélectroniques :

3.3.3.1. La diode électroluminescente (LED) :

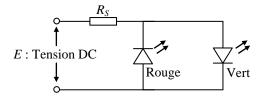
Dans une LED polarisée en direct, il ya émission de radiations lumineuses. Les constructeurs réalisent des LED qui émettent du rouge, du vert, du jaune, du bleu, de l'orange ou de l'infrarouge (invisible). Celles qui émettent dans le visible sont utilisées comme indicateurs ou afficheurs. Celles qui rayonnent dans l'invisible sont employées dans les alarmes sonores, les lecteurs CD, ...etc.

Exemple: Indicateur de polarité utilisant deux LED

Pour $E > V_d > 0$: la LED vert s'allume parce qu'elle est polarisée en direct.

Pour $E < V_d < 0$: la LED rouge s'allume parce qu'elle est polarisée en direct.

Le courant traversant chaque LED, lorsqu'elle est en conduction, est donnée par : $i = \frac{E \mp V_d}{R_c}$

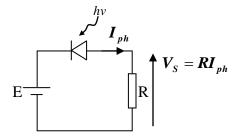


3.3.3.2. La photodiode:

La photodiode convertie un signal optique (lumière) en un courant électrique. Le courant total qui parcourt une photodiode est la somme du courant due à la polarisation ($I_s \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$) et le photo-courant $\left(\frac{V}{V_T} \right)$ $\left(\frac{V}{V_T} \right)$

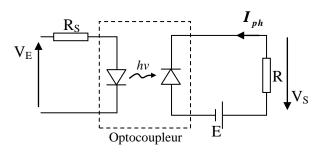
due à la lumière
$$(\boldsymbol{I}_{ph}): \boldsymbol{i} = \boldsymbol{I}_{ph} + \boldsymbol{I}_s \left(\boldsymbol{e}^{\frac{V}{V_T}} - 1\right); \qquad \boldsymbol{I}_s \left(\boldsymbol{e}^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) \approx 0$$
, lorsque V<0.

La photodiode est polarisée en inverse pour réduire l'effet du courant due à la polarisation :



3.3.3. L'optocoupleur ou l'optoisolateur :

Un optocoupleur associe une LED (émettrice de la lumière) et une photodiode (capteur de la lumière) dans un même boitier. L'avantage essentiel d'un optocoupleur est l'isolation électrique entre l'entrée et la sortie.



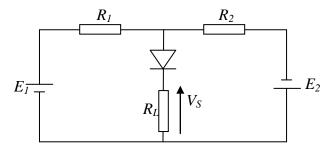
Solutions des exercices de la série N°3: Circuits à diodes.

Exercice N°1:

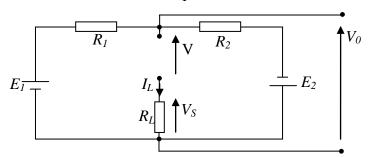
Calculer la tension VS aux bornes de la résistance RL dans les deux cas suivants:

- E_1 =6 V et E_2 =5 V.
- $E_1 = 12 \text{ V et } E_2 = 8 \text{ V.}$

On donne: $R_1 = R_2 = R_L = 1 \text{ k}\Omega$.

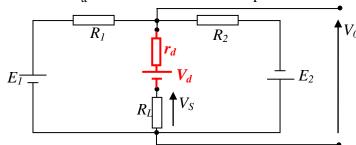


Etape 1: calcul de la tension V=V_{Anode}-V_{Cathode} lorsque la diode est déconnectée.



on a:
$$V_0 = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$
, $V_0 = V + R_L I_L$ et $I_L = 0$
=> $V = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

- E_I =6 V et E_2 =5 V: $V = 0.5 \ V < V_d = 0.6 \ V \Rightarrow$ La diode est bloquée $\Rightarrow V_S = R_L I_L = 0$.
- E_I =12 V et E_2 =8 V: $V = 2 V > V_d = 0.6 V =>$ La diode est passante.



 $V_s = \frac{R_L}{R_L + r_d} (V_0 - V_d)$; en utilisant le théorème de diviseur de tension.

 $\text{avec} \quad V_0 = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{V_d}{R_L + r_d} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_L + r_d} + \frac{1}{R_2}}; \text{ en utilisant le th\'eor\`eme de Millman}.$

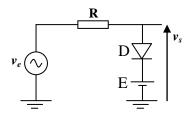
$$=> V_s = 0.9 V$$

Exercice N°2: Ecrêteurs et limiteurs

La source de tension est sinusoïdale de la forme : $v_e = V_M \sin(\omega t)$.

Les diodes possèdent une tension de seuil V_d et une résistance dynamique r_d.

Déterminez la tension de sortie et tracez la caractéristique de transfert v_s = $f(v_e)$ pour les deux circuits.



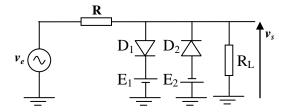
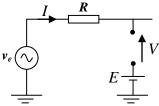


Schéma (a):

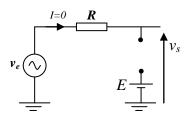
La détermination de l'état de la diode passe par le calcul de la tension entre l'anode et la cathode $V=V_{AK}$ lorsque la diode est débranchée du circuit.



$$v_e - RI - V - E = 0 \implies V = v_e - E$$
; le courant $I=0$.

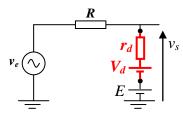
Maintenant, la tension V doit être comparer à la tension de seuil V_d de la diode.

• Si $V \le V_d =>$ la diode ne conduit pas et elle se comporte comme un interrupteur idéal. $V \le V_d => v_e - E \le V_d => v_e \le E + V_d$.



$$v_e - RI - v_s = 0 \implies v_s = v_e.$$

• Si $v_e > E + V_d =>$ la diode conduit et il est possible de la remplacer par son modèle linéaire.



On peut calculer vs de deux manières différentes:

- en utilisant la loi des mailles et le diviseur de tension:

$$v_s = E + V_d + \frac{r_d}{r_d + R} (v_e - V_d - E) = \frac{R(E + V_d) + r_d v_e}{r_d + R}$$

- ou bien en utilisant la loi de Millman:

$$v_{s} = \frac{\frac{v_{e}}{R} + \frac{E+V_{d}}{r_{d}}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_{d}}} = \frac{R(E+V_{d}) + r_{d}v_{e}}{r_{d} + R}.$$

Tracés des tensions v_e et v_s

Caractéristique de transfert $v_s = f(v_e)$

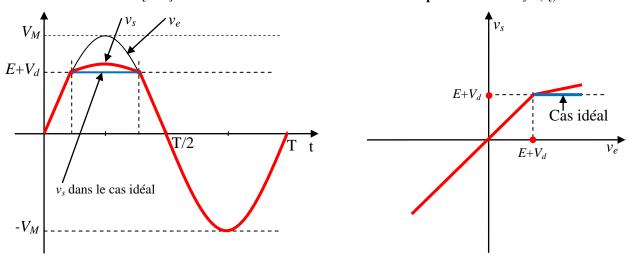
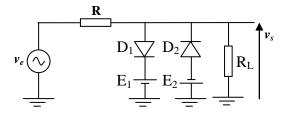


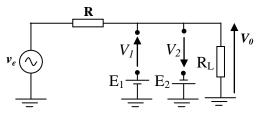
Schéma (b):

Ce circuit peut être analyser par deux méthodes.



Méthode 1:

Dans cette méthode, on détermine les tensions anode-cathode (V_1 et V_2) des deux diodes D_1 et D_2 lorsqu'elles sont déconnectées.



$$V_1 = V_0 - E_1 = \frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_1$$

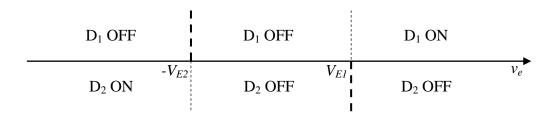
$$V_2 = -V_0 - E_2 = -\frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_2$$

La diode D₁ se bloque si:
$$V_1 \le V_d = \frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_1 \le V_d = v_e \le \frac{R_L + R}{R_L} (E_1 + V_d)$$

La diode D₂ se bloque si:
$$V_2 \le V_d = -\frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_2 \le V_d = v_e \ge -\frac{R_L + R}{R_L} (E_2 + V_d)$$

On pose:
$$V_{E1} = \frac{R_L + R}{R_L} (E_1 + V_d)$$
 et $V_{E2} = \frac{R_L + R}{R_L} (E_2 + V_d)$

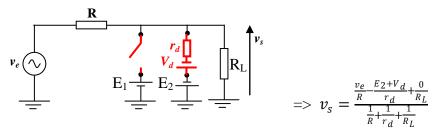
L'intersection des intervalles ci-dessus peuvent être schématisé comme dans la figure suivante.



On distingue trois intervalles:

Intervalle 1: $v_e < -V_{E2}$

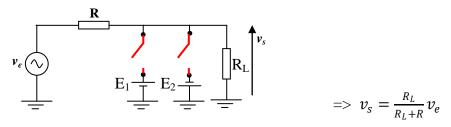
La diode D₂ conduit et D₁ est bloquée.



Dans le cas des diodes idéales: $v_s = -E_2$

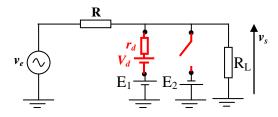
Intervalle 2: $-V_{E2} < v_e < V_{E1}$

Les diodes D₂ et D₁ sont bloquées.



Intervalle 3: $v_e > V_{E1}$

La diode D₁ conduit et D₂ est bloquée.



Alors:
$$v_s = \frac{\frac{v_e}{R} + \frac{E_1 + V_d}{r_d} + \frac{0}{R_L}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L}}$$

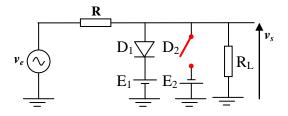
Dans le cas des diodes idéales: $v_s = E_1$

Méthode 2:

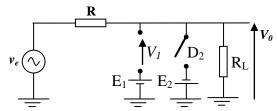
Dans cette méthode, on fait l'analyse en deux intervalles du temps: premièrement pendant l'alternance positive ensuite pendant l'alternance négative.

Pendant l'alternance positive (ve≥0):

La cathode de la diode D_2 et au potentiel haut de la source v_e tandis que l'anode est au potentiel bas de la source E_2 . Alors la diode D_2 est *polarisée en inverse* ce qui signifie qu'elle est *bloquée*.

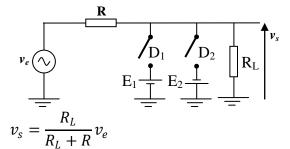


On a un circuit à une seule diode. On calcul la tension anode-cathode V_I de la diode D_1 lorsqu'elle est déconnectée du circuit ensuite on la compare à la tension de seuil V_d de la diode.



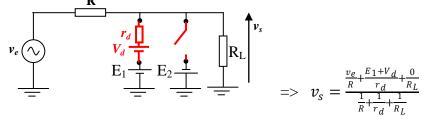
$$\begin{cases} V_0 = \frac{R_L}{R_L + R} v_e \\ V_0 = V_1 + E_1 \end{cases} \implies V_1 = \frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_1$$

• Si $V_1 \le V_d \implies$ la diode D_1 est bloquée. $=> V_1 = \frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_1 \le V_d \implies v_e \le \frac{R_L + R}{R_L} (E_1 + V_d)$



• Si $V_1 > V_d \implies$ la diode D_1 est conductrice.

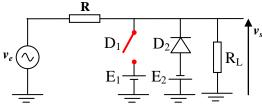
$$=> V_1 = \frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_1 > V_d => v_e > \frac{R_L + R}{R_L} (E_1 + V_d)$$



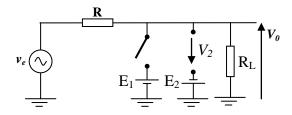
Dans le cas des diodes idéales: $v_s = E_1$.

Pendant l'alternance négative (ve≤0):

La cathode de la diode D_1 et au potentiel haut de la source E_1 tandis que l'anode est au potentiel bas de la source v_e . Alors la diode D_1 est *polarisée en inverse* ce qui signifie qu'elle est *bloquée*.



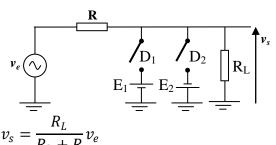
On a un circuit à une seule diode. On calcul la tension anode-cathode V_2 de la diode D_2 lorsqu'elle est déconnectée du circuit ensuite on la compare à la tension de seuil V_d de la diode.



$$\begin{cases} V_0 = \frac{R_L}{R_L + R} v_e \\ V_0 = -V_2 - E_2 \end{cases} \implies V_2 = -\frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_2$$

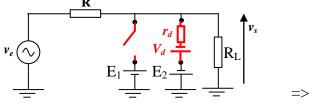
• Si
$$V_2 \le V_d \implies$$
 la diode D_2 est bloquée.

$$=> V_2 = -\frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_2 \le V_d \implies v_e \ge -\frac{R_L + R}{R_L} (E_2 + V_d)$$



• Si
$$V_2 > V_d =>$$
 la diode D_2 est conductrice.

$$=> V_2 = -\frac{R_L}{R_L + R} v_e - E_2 > V_d => v_e < -\frac{R_L + R}{R_L} (E_2 + V_d)$$

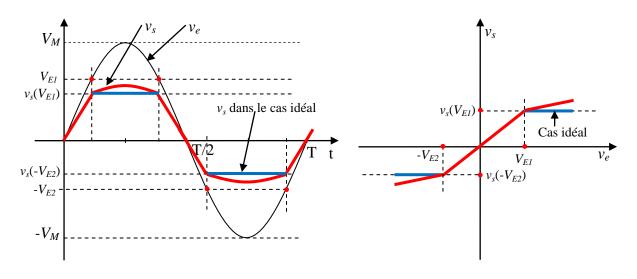


$$\Rightarrow v_s = \frac{\frac{v_e}{R} - \frac{E_2 + V_d}{r_d} + \frac{0}{R_L}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L}}$$

Dans le cas des diodes idéales: $v_s = -E_2$.

Tracés des tensions v_e et v_s

Caractéristique de transfert $v_s = f(v_e)$



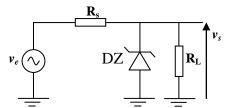
Exercice N°3: Régulateur Zener simple

La diode Zener DZ a une tension de claquage (tension Zener) $V_z=6$ V et une résistance Zener $r_z=6\Omega$. La source est une tension sinusoïdale avec un offset: $v_e = V_M \sin(\omega t) + V_0$.

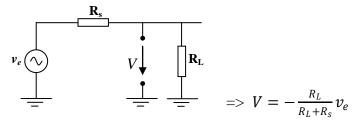
$$V_M$$
=1 V, V_0 =30 V, R_s =470 Ω , R_L =680 Ω .

Tracez dans le même graphe les tensions v_e et v_s .

Calculez la puissance dissipée dans la charge R_L.



Comme pour la diode normale, on calcul la tension anode-cathode de la diode Zener lorsque celle-ci est débranchée.

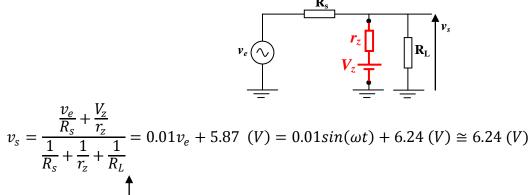


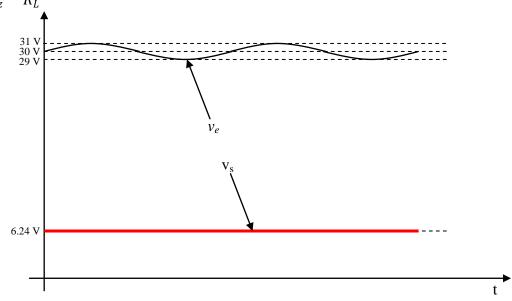
Selon les données de l'exercice, on a:

$$v_e = V_M sin(\omega t) + V_0 = sin(\omega t) + 30 V$$

=> 29 V \le v_e \le 31 V => -18.3 \le V = -\frac{R_L}{R_L + R_s} v_e \le -17.1 V

On remarque que $V < V_Z = -6 \text{ V}$, donc la diode Zener est au claquage.





La puissance dissipée dans la charge $R_{\rm L}$ est donnée par l'expression suivante:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_{RL}^2}{R_L} dt$$
; avec: $V_{RL} = v_s \approx 6.24 V$
=> $P = 57 \ mW$.

A.U.: 2014/2015

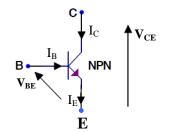
Enseignant: Bekhouche Khaled

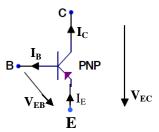
CHAPITRE VI: LE TRANSISTOR BIPOLAIRE A JONCTION

4.1. Définition:

Le transistor bipolaire est une source de courant commandée en courant. Un transistor sert à **amplifier le courant**, dans ce cas il fonctionne en **régime linéaire**. Un transistor peut être utilisé comme un **interrupteur** commandé, on dit alors qu'il fonctionne en **commutation** (**régime non linéaire**). On distingue deux types de transistors bipolaires :

- Transistor bipolaire NPN
- Transistor bipolaire PNP



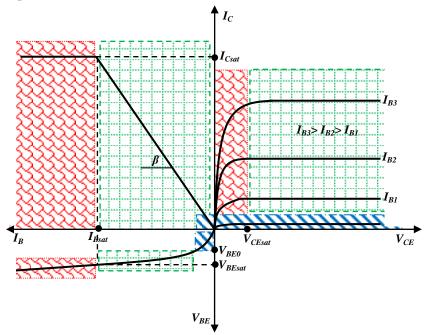


Les trois électrodes d'un transistor bipolaire se nomment : émetteur (E), base (B) et collecteur (C).

4.2. Réseau de caractéristiques d'un transistor bipolaire NPN:

Le fonctionnement du transistor se résume à l'aide de son réseau de caractéristiques.

- La caractéristique d'entrée : $i_B = f(v_{BE})$.
- La caractéristique de transfert : $i_C = f(i_B)$ à v_{CE} constante.
- La caractéristique de sortie : $v_{CE} = f(i_C)$ à i_B constant.



4.2.1. Zone active (amplification):

Le transistor est alors, le plus souvent, utilisé dans un montage amplificateur.

$$I_C = \beta I_B$$
 avec $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ = gain en courant bêta et $\alpha = \frac{I_C}{I_E}$ = gain en courant alpha

$$I_{E} = I_{C} + I_{B} = I_{C} + \frac{I_{C}}{\beta} = \frac{1}{\alpha}I_{C}$$

$$V_{\text{BEO}} < V_{\text{BE}} < V_{\text{BEsat}}; \ V_{\text{BE}} \cong V_{\text{BEO}} = 0.6 \ \text{à } 0.7 \ \text{V (silicium)}$$

4.2.2. Zone de saturation:

$$I_C < \beta I_B$$

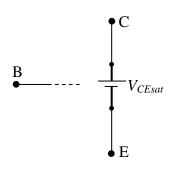
$$V_{CE} = V_{CEsat}$$

$$V_{BEsat} \cong V_{BE0} = 0.6 \text{ à } 0.7 \text{ V (silicium)}$$

 $I_B > I_{Bsat}$

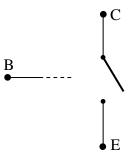
 V_{CEsat} est de l'ordre de 0,3 à 0,4V.

En pratique, on prendra donc $V_{CEsat} \approx 0V$.



4.2.3. Zone de blocage:

$$I_B = 0$$
 et $V_{BE} < V_{BE0} = 0.7 V$ ou $0.6 V$
 $I_C = 0 \Rightarrow I_E = 0$



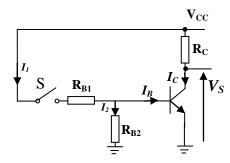
4.3. Transistor en commutation (Interrupteur).

On peut assimiler le transistor à un **interrupteur** commandé électriquement. La commande étant la base, et l'interrupteur étant entre le collecteur et l'émetteur.

Exemple:

Calculer la tension de sortie V_S pour S ouvert et fermé.

On donne: V_{CC} =5 V, R_C =100 Ω , R_{BI} =10 k Ω , R_{B2} =10 k Ω , β =200, V_{BE0} =0.7 V, V_{CEsat} =0.3V, V_{BEsat} \approx V_{BE0} =0.7 V.



a) Interrupteur ouvert:

Pour montrer que le transistor est bloqué, on calcul V_{BE} pour I_B =0 et on le compare à V_{BE0} .

Le courant I_1 est nul, donc: $I_2=-I_B$.

$$R_{B2}I_2 - V_{BE} = 0 \Rightarrow -R_{B2}I_B - V_{BE} = 0 \Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = -R_{B2}I_B = 0$$

 $\Rightarrow V_{BE}(I_B = 0) = 0 < V_{BE0} = 0.7 V$
 \Rightarrow le transistor est bloqué $\Rightarrow I_B = I_C = I_E = 0$
 $\Rightarrow V_S = V_{CC} - R_C I_C = V_{CC}$

b) Interrupteur fermé:

De la même façon que précédent, on calcul V_{BE} pour $I_B{=}0$ et le compare à V_{BE0} .

$$I_B=0 => I_I=I_2 => V_{BE} = V_{R_{B2}} = \frac{R_{B2}}{R_{B1}+R_{B2}} V_{CC}$$

=> $V_{BE} = 2.5V > V_{BE0} = 0.7 V$
=> le transistor est soit saturé soit amplificateur.

Pour confirmer qu'il est saturé, on suppose qu'il est saturé et on calcul I_B et I_C ensuite on vérifie l'inégalité: $I_C < \beta I_B$.

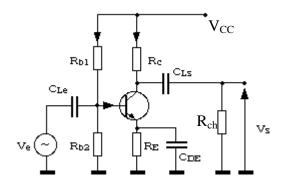
$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_C} = 47 \ mA$$

4.4. Transistor en amplification.

Le transistor est un composant unidirectionnel, pour amplifier des signaux sinusoïdaux il faut donc ajouter une composante continue appelée « polarisation » à chaque grandeur qui sollicite le transistor. Alors la tension à l'entrée de transistor est $v_E = V_0 + v_e$ où v_e est le signal à amplifier et V_0 la composante continue. Il faut dans tous les cas pour un transistor NPN $V_0 > 0$. Donc la composante continue V_0 doit être plus grande que l'amplitude de v_e . En régime linéaire le principe de superposition est applicable, on distinguera donc l'étude de la polarisation (étude en statique) et de l'amplification des signaux (étude en dynamique).

Montage émetteur commun:

Dans ce montage l'émetteur est relié directement à la masse ou au travers d'une résistance, alors que la base du transistor est reliée à l'entrée et le collecteur à la sortie.



On fera les calculs dans l'ordre suivant :

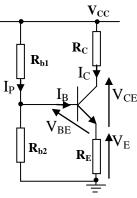
a) En statique ($v_e=0$):

On utilise alors un schéma simplifié en sachant qu'en continu tous les condensateurs sont enlevés (remplacés par des interrupteurs ouverts).

a.1) Droite d'attaque et droite de charge statiques:

On trace la droite de charge statique (I_C =f(V_{CE})) et la droite d'attaque statique (I_B =f(V_{BE})) sur les caractéristiques de transistor pour mieux voir le fonctionnement du transistor et voir dans quelle région il fonctionne (on positionne le point de repos Q dans la zone d'amplification).

Pour le courant continu (v_e=0), les condensateurs sont ouverts.



Droite d'attaque statique $I_B=f(V_{BE})$:

$$R_{b2}(I_p - I_B) - V_{BE} - R_E I_E = 0$$

$$I_E = (\beta + 1)I_B$$

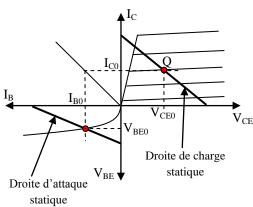
$$I_P = \frac{(V_{CC} - R_{b2}(I_P - I_B))}{R_{b1}}$$

$$\Rightarrow I_B = -\frac{1}{R_{b1}//R_{b2} + (\beta + 1)R_E} V_{BE} + \frac{\frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} V_{CC}}{R_{b1}//R_{b2} + (\beta + 1)R_E}$$

Droite de charge statique $I_C=f(V_{CE})$:

$$V_{CC} - R_C I_C - V_{CE} - R_E I_E = 0$$

$$I_E = \frac{\beta + 1}{\beta} I_C$$



$$=>I_C=-\frac{1}{R_C+\frac{\beta+1}{\beta}R_E}V_{CE}+\frac{V_{CC}}{R_C+\frac{\beta+1}{\beta}R_E}$$

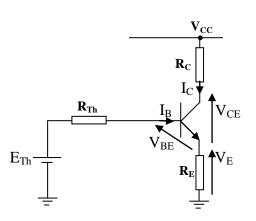
Le point de polarisation Q (point de repos) correspond à l'intersection de la droite de charge avec la caractéristique du transistor. **Un point de polarisation particulier est celui défini par le milieu de la droite de charge**.

a.2) Calcul des coordonnées du point de repos Q:

Pour calculer les coordonnées I_{C0} et V_{CE0} du point Q, on admet l'approximation: $V_{BE} \approx V_{BE0}$.

A l'entrée du transistor, on peut remplacer V_{CC} , R_{b1} et R_{b2} par le générateur de Thévenin: E_{Th} et R_{Th} .

Avec:
$$E_{Th} = \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} V_{CC}$$
 et $R_{Th} = R_{b1} / / R_{b2}$
 $E_{Th} - R_{Th} I_B - V_{BE} - R_E I_E$; avec: $I_E = (\beta + 1) I_B$ et $V_{BE} \approx V_{BE0}$
 $\Rightarrow I_{B0} = \frac{E_{Th} - V_{BE0}}{R_{Th} + (\beta + 1) R_E}$
 $\Rightarrow I_{C0} = \beta I_{B0} = \beta \frac{E_{Th} - V_{BE0}}{R_{Th} + (\beta + 1) R_E}$
 $V_{CC} - R_C I_{C0} - V_{CE0} - R_E I_{E0} = 0$
avec: $I_{E0} = I_{B0} + I_{C0} = (\frac{1}{\beta} + 1) I_{C0}$
 $\Rightarrow V_{CE0} = V_{CC} - (R_C + (\frac{1}{\beta} + 1) R_E) I_{C0}$



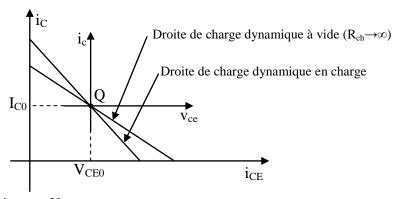
b) En dynamique ($V_{CC}=0$):

Notons en outre qu'en régime alternatif la source d'alimentation continue V_{CC} est équivalente à sa résistance interne supposée nulle (donc le point V_{CC} et la masse sont reliés par un court-circuit en alternatif) et que les condensateurs sont supposés équivalents à des court-circuits.

b.1) Droite de charge dynamique :

La droite de charge dynamique s'écrit : $i_c = f(v_{ce})$

 $\text{Amplificateur en charge}: \mathbf{i_c} = -\frac{1}{R_C /\!\!/ R_{ch}} \mathbf{v_{ce}} \\ \hline v_{be} \\ \hline v_{be} \\ \hline R_{b1} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline v_{ce} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{b2} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{b2} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} /\!\!/ R_{ch} \\ \hline R_{ch} /\!\!/ R_{ch}$



 $i_C = I_{C0} + i_c$; $v_{CE} = V_{CE0} + v_{ce}$

 i_C : courant total; I_{C0} : courant en statique; i_c : courant en dynamique.

 v_{CE} : tension totale; V_{CE0} : tension en statique; v_{ce} : tension en dynamique.

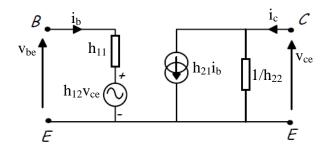
b.2) Schéma équivalent alternatif petits signaux du transistor: paramètres hybrides

Le transistor est considéré comme un quadripôle ; il a deux bornes d'entrée (base et émetteur) et deux bornes de sortie (collecteur et émetteur). L'émetteur est alors commune à l'entrée et à la sortie.

Autour du point de repos Q, les relations entre les faibles variations sont décrites par :

$$\begin{cases} v_{be} = h_{11}i_b + h_{12}v_{ce} \\ i_c = h_{21}i_b + h_{22}v_{ce} \end{cases}$$

Ces relations décrivent les lois électriques du schéma ci dessous qu'on appelle schéma équivalent alternatif petits signaux ou schéma équivalent en dynamique du transistor.



· h₁₁ est l'impédance d'entrée du transistor.

$$h_{11} = \frac{kT/q}{I_{B0}} \approx \frac{0.026}{I_{B0}}$$
; I_{B0} est le courant de la base en statique.

· h₂₁ est le gain en courant du transistor.

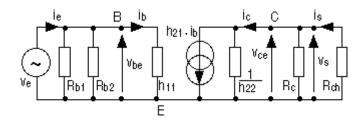
$$h_{21} = \beta.$$

- h₁₂ est un terme de réaction interne. Sa valeur est très faible, il sera le plus souvent négligé.
- 1/h₂₂ est l'impédance de sortie du transistor.

Dans les calculs qui suivent, on prend: $h_{12}=0$ et $h_{22}=0$.

b.3) Paramètres de l'amplificateur :

Si on applique les règles (on court-circuite les sources de tension continues, on ouvre les sources de courant continues et on remplace le transistor par son schéma équivalent), on obtient le schéma équivalent en alternatif cidessous. Pour simplifier l'étude, on néglige les impédances des condensateurs (on court-circuite les condensateurs).



b.3.1) Gain en tension:

Le gain en tension A_v est le rapport entre les tensions de sortie et d'entrée : $A_V = \frac{V_s}{V_e}$

Le gain en tension peut être défini de deux manières : Le gain à vide, c'est à dire sans charge connectée en sortie du montage $(R_{ch} \rightarrow \infty)$ et le gain en charge, avec la charge connectée.

$$\text{Le gain à vide :} \begin{cases} \boldsymbol{v}_e = \boldsymbol{h}_{11} \boldsymbol{i}_b \\ \boldsymbol{v}_s = -\boldsymbol{R}_C \boldsymbol{i}_c \\ \boldsymbol{i}_c = \boldsymbol{h}_{22} \boldsymbol{v}_s + \boldsymbol{h}_{21} \boldsymbol{i}_b \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{A}_{\mathrm{v}} = \frac{\mathbf{v}_{\mathrm{s}}}{\mathbf{v}_{\mathrm{e}}} - \frac{\mathbf{h}_{21} \mathbf{R}_{\mathrm{C}}}{\mathbf{h}_{11} \big(1 + \mathbf{h}_{22} \mathbf{R}_{\mathrm{C}} \big)}.$$

Le gain en charge est donnée par :
$$A_v = -\frac{h_{21}(R_C//R_{ch})}{h_{11}(1 + h_{22}(R_C//R_{ch}))}$$

b.3.2) Impédance d'entrée :

Ensuite, il faut regarder en quoi le montage peut s'interfacer avec la source d'entrée sans la perturber ; il doit rester le plus neutre possible vis à vis de cette source, surtout s'il s'agit d'un capteur de mesure. La grandeur représentative

est l'impédance d'entrée
$$Z_e$$
:
$$\boxed{Z_e = \frac{V_e}{i_e}}$$

$$V_e = \left(R_{b1} /\!/ R_{b2} /\!/ h_{11}\right) i_e \implies Z_e = R_{b1} /\!/ R_{b2} /\!/ h_{11}$$

c) Impédance de sortie :

Même chose vis à vis de la charge branchée en sortie du montage, qui va utiliser le signal amplifié : il va falloir regarder dans quelle mesure l'étage à transistor n'est pas perturbé par cette charge. La grandeur représentative est

l'impédance de sortie
$$Z_s$$
: $Z_s = \frac{V_s}{i_s}\Big|_{v_e=0}$

l'impédance de sortie
$$Z_s$$
: $Z_s = \frac{V_s}{i_s} \Big|_{v_e = 0}$
$$\begin{cases} v_s = R_C (i_s - i_c) \\ i_c = h_{22} v_s + h_{21} i_b \\ v_e = 0 \Rightarrow i_b = 0 \end{cases} \Rightarrow Z_s = R_C // h_{22}^{-1}$$

Bibliographie

- Tahar Neffati, "Electricité Générale", Dunod, Paris, 2008.
- Paul R. Gray et coll, "Analysis and Design of Analog Integrated Circuits", Wiley, 2009.
- Bogdan Garbowski et coll, "Aide-Mémoire Electronique", Dunod, Paris, 2008.
- Albert Paul Malvino, "Principes d'Electronique", Dunod, Paris, 2002.