# TD ÉLECTROCINÉTIQUE n° 5

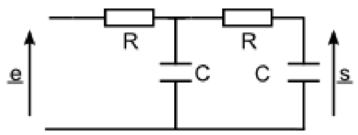
Filtres linéaires

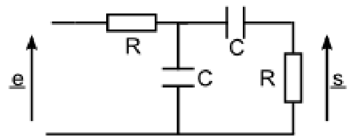
Savoir-faire :

- Caractériser un filtre passif ou actif (déterminer la fonction de transfert et tracer le diagramme de Bode).
- Étudier un circuit comportant un amplificateur opérationnel idéal en régime linéaire.

## Exercice 1 Filtres RC

On considère les deux filtres ci-dessous.

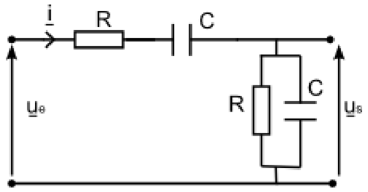



1. Déterminer les comportements à très hautes fréquences (THF) et très basses fréquences du premier filtre.
2. Calculer sa fonction de transfert.
3. Tracer les diagrammes de Bode en gain et en phase.
4. Mêmes questions pour le second filtre.

## Exercice 2 Pont de Wien

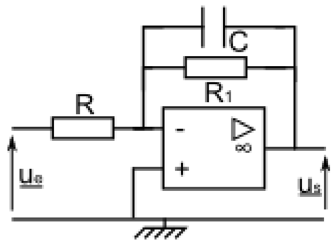
On considère le circuit suivant appelé pont de Wien alimenté par la tension $u_e(t) = U_{em} \cos \omega t$.




1. Quelle est sans calcul, la nature de ce filtre ?
2. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre en posant $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.
3. Calculer les pulsations réduites de coupure $x_{c1}$ et $x_{c2}$.
4. Représenter l'allure du diagramme de Bode de ce filtre.

## Exercice 3 Montage pseudo-intégrateur

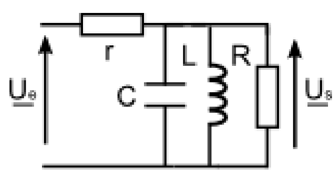
On considère le circuit suivant :




1. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ en régime sinusoïdal. Indiquer la nature du filtre obtenu ; quelle est la bande passante associée ?
2. Montrer que ce circuit joue le rôle d'un intégrateur dans un domaine de pulsation $\omega$ que l'on précisera.

## Exercice 4 Filtre du second ordre

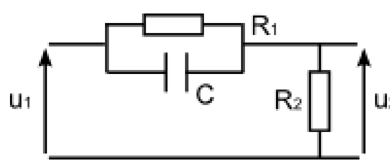
On considère le filtre suivant :




1. Étudier son comportement asymptotique en fréquence et en déduire sa nature. Peut-on prévoir son gain maximal ?
2. Calculer sa fonction de transfert et tracer l'allure de son diagramme de Bode

## Exercice 5 Circuit correcteur par avance de phase

On considère le montage suivant avec $k = \frac{R_1}{R_2} = 4$ :

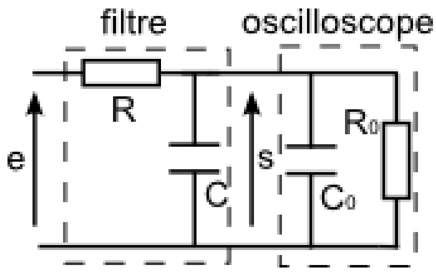



1. Déterminer la fonction de transfert.
2. Tracer le diagramme asymptotique de Bode.

## Exercice 6 Étude d'un filtre passe-bas du premier ordre

On souhaite effectuer l'étude expérimentale d'un filtre passe-bas du premier ordre R,C.

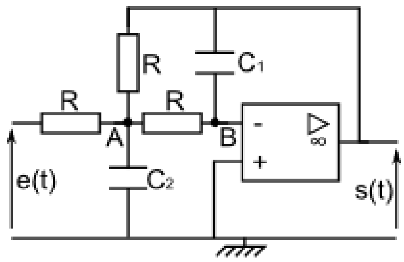
1. Calculer la fréquence de coupure du filtre si on utilise une résistance $R = 680\ k\Omega$ et une capacité $C = 47\ pF$.
2. Lors de l'étude expérimentale, on mesure la tension d'entrée et la tension de sortie du filtre à l'oscilloscope, la liaison entre le circuit et l'entrée de l'oscilloscope est assurée par un câble coaxial. On s'aperçoit que les valeurs mesurées ne correspondent pas aux résultats théoriques. Pour expliquer cet écart, on modélise l'entrée de l'oscilloscope par l'association en parallèle d'une capacité $C_0 = 30\ pF$ et d'une résistance $R_0 = 1\ M\Omega$.

   Calculer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H_1}(j\omega)$. La nature du filtre est-elle changée ?
3. Déduire du calcul précédent la nouvelle fréquence de coupure à $-3\ dB$, le gain $G_c$ en $dB$ pour cette fréquence et le gain $G_0$ en continu. Préciser leurs valeurs numériques.
4. L'expérience donne pour la fréquence précédente $G_c = -10,2\ dB$ et en continu $G_0 = -4,5\ dB$. Conclure.
5. On modélise le câble coaxial par une capacité en parallèle sur l'entrée de l'oscilloscope. Calculer la valeur de cette capacité.

## Exercice 7 Filtre à structure de Rauch***

On réalise un filtre passe bas à l'aide du montage suivant. L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et en régime linéaire.




1. En utilisant le théorème de Millman en $A$ et en $B$, établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}$ du montage, que l'on mettra sous la forme : $\underline{H} = \frac{H_0}{1+2m\frac{j\omega}{\omega_0}+(\frac{j\omega}{\omega_0})^2}$ en déterminant $H_0$ ainsi que les expressions de $\omega_0$ et $m$ en fonction de $R$, $C_1$ et $C_2$. On souhaite obtenir une fréquence $f_0 = 5\ Hz$ et un coefficient d'amortissement $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$. On choisit $R = 470\ \Omega$.
2. Calculer la valeur des capacités $C_1$ et $C_2$.
3. Pour les valeurs numériques précédentes, tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) ainsi que l'allure des courbes réelles. On utilisera comme variable $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

### Solutions des exercices

[1] *Réponses : 2)* $\underline{H_1} = \frac{1}{1-(RC\omega)^2+3jRC\omega}$, $\underline{H_2} = \frac{jRC\omega}{1-(RC\omega)^2+3jRC\omega}$

[2] *Réponses : 1)* $\underline{H} = \frac{1}{3+j(x-\frac{1}{x})}$

[3] *Réponses : 1)* $\underline{H}(j\omega) = -\frac{R_1}{R}\frac{1}{1+jR_1C\omega}$ *; 2)* $\underline{u_s} = -\frac{1}{RC}\int \underline{u_e}dt$

[4] *Réponses : 2)* $\underline{H} = \frac{G_{max}}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$, $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, $G_{max}\frac{R}{r+R}$, $Q = \frac{rR}{R+r}\sqrt{\frac{C}{L}}$

[5] *Réponses : 1)* $\underline{H(j\omega)} = \frac{1}{k+1}\frac{1+jx}{1+\frac{jx}{k+1}}$

[6] *Réponses : 1)* $f_c = 5,0\ kHz$ *; 2)* $\underline{H_1} = \frac{\frac{R_0}{R+R_0}}{1+j(C+C_0)\omega\frac{RR_0}{R+R_0}}$ *; 3)* $f_c' = 5,1\ kHz$, $G_0 = -4,5\ dB$, $G_c = -7,5\ dB$ *; 5)* $C_c = 50\ pF$

[7] *Réponses : 1)*$\underline{H} = \frac{-1}{1+3jRC_1\omega+R^2C_1C_2(j\omega)^2}$ *; 2)* $C_1 = 32\ \mu F$, $C_2 = 144\ \mu F$ *; 3)* $\underline{H} = \frac{H_0}{1+2mjx+(jx)^2}$