Exercice 1:

1/ Determinons la variable statistique et son type.

La population de cette étude est les 40 personnes donc $N = 40$

La variable statistique est le groupe sanguin des individus.

Cette variable est qualitative.

2/ Déterminons l'effectif des personnes ayant le groupe sanguin AB

* L'effectif total est $N = 40$

Par conséquent:

$$N = 20 + 10 + n_3 + 5 = 40$$

Ce qui implique que $n_3 = 5$

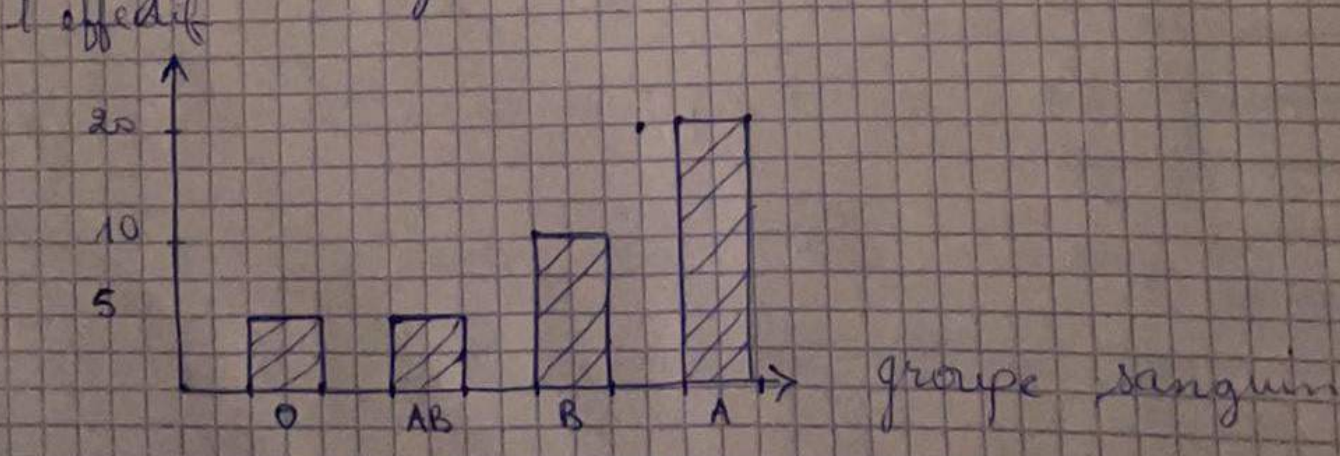
3/ Donnons toutes les représentations graphiques possible de cette distribution:

Les representation graphiques sont:

Tyaux d'orgues

le diagramme en secteur

Tyaux d'orgues:



$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

$$\alpha_i = f_i \times 360° = \frac{n_i}{N} \times 360°$$

* $\alpha_O = f_O \times 360° = \frac{n_O}{N} \times 360° = \frac{5}{40} \times 360° = \frac{1}{8} \times 360°$

$\alpha_O = 45°$

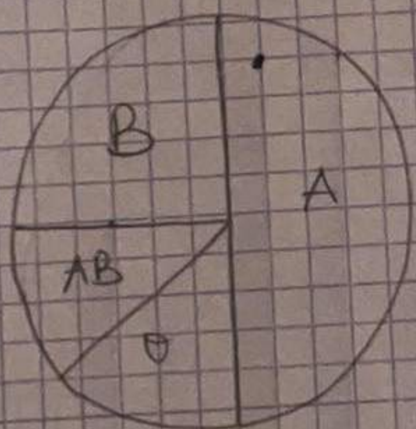
* $\alpha_{AB} = \frac{n_{AB}}{N} \times 360° = \frac{5}{40} \times 360°$

$\alpha_{AB} = 45°$

* $\alpha_B = \frac{n_B}{N} \times 360° = \frac{10}{40} \times 360° = 2 \times \frac{5}{40} \times 360°$

$\alpha_B = 2 \times 45° = 90°$

* $\alpha_A = \frac{n_A}{N} \times 360° = 360 - (45 + 45 + 90) = 180°$



Exercice 2 :

1/ Le type de la variable statistique étudié :

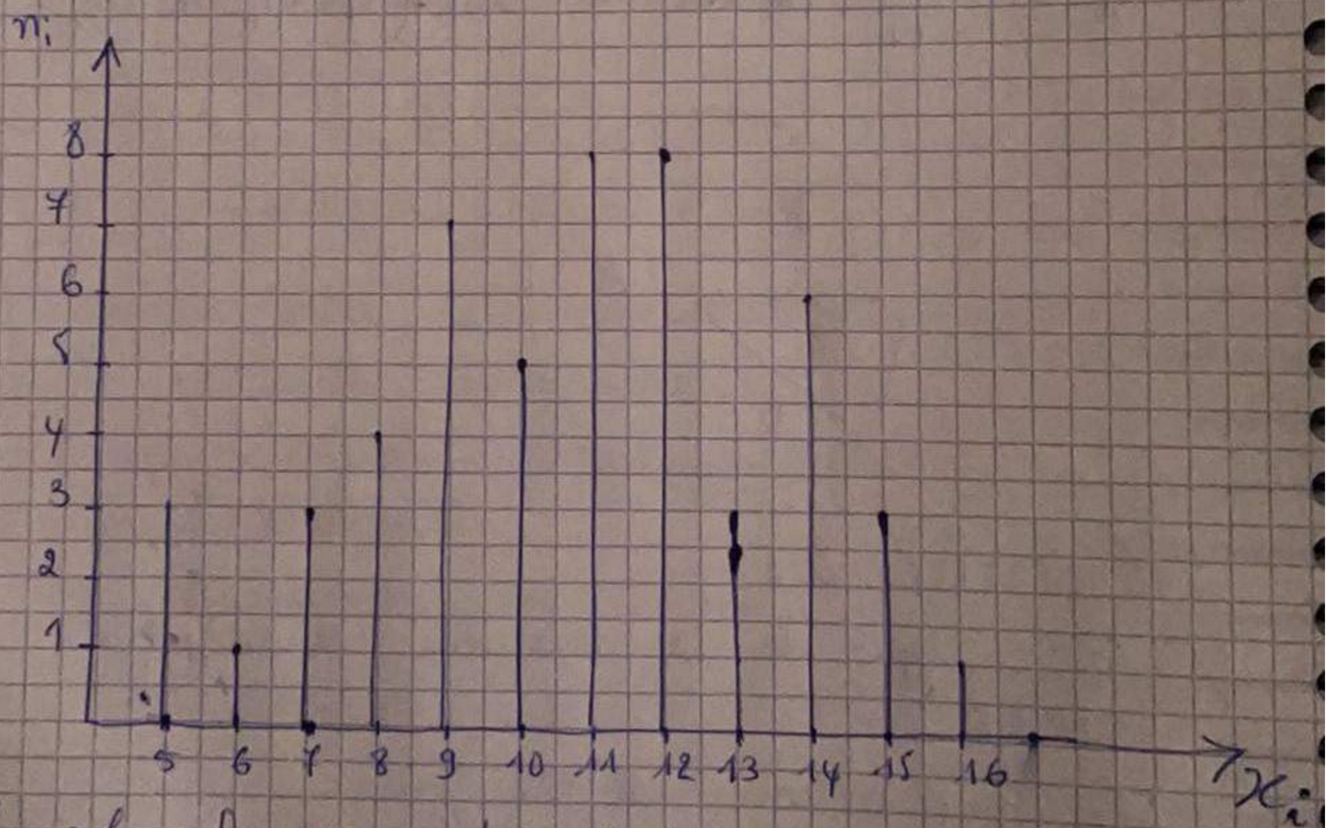
La population est 52 jours
la variable statistique est le nombre d'articles vendus par jour.

* Le type est quantitatif discret

2/ Le tableau statistique en fct des effectifs cumulés et des fréquences cumulées :

x_i	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ
n_i	3	1	3	4	7	5	8	8	3	6	3	1	52
f_i	$3/52$	$1/52$	$3/52$	$4/52$	$7/52$	$5/52$	$8/52$	$8/52$	$3/52$	$6/52$	$3/52$	$1/52$	1
N_i	3	4 n_i+1	7 $n_i \dots$	11	18	23	31	39	42	48	51	52	
F_i	$3/52$	$4/52$	$7/52$	$11/52$	$18/52$	$23/52$	$31/52$	$39/52$	$42/52$	$48/52$	$51/52$	$52/52$	

3/ Le diagramme à bâtons de la variable X :



4/ La fonction de répartition F_x :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 5 \\ 3/52 & \text{si } 5 \leq x < 6 \\ 4/52 & \text{si } 6 \leq x < 7 \\ 7/52 & \text{si } 7 \leq x < 8 \\ 11/52 & \text{si } 8 \leq x < 9 \\ 18/52 & \text{si } 9 \leq x < 10 \\ 23/52 & \text{si } 10 \leq x < 11 \\ 31/52 & \text{si } 11 \leq x < 12 \\ 39/52 & \text{si } 12 \leq x < 13 \\ 42/52 & \text{si } 13 \leq x < 14 \\ 48/52 & \text{si } 14 \leq x < 15 \\ 51/52 & \text{si } 15 \leq x < 16 \\ 1 & \text{si } x > 16 \end{cases}$$

5/ Le mode est la valeur de la variable qui a le plus grand effectif

on a : $n_{max} = 8$, donc : le mode de la variable X est : $m_d = 11$ et $m_d = 12$

* La moyenne arithmétique est :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{12} n_i x_i = \sum_{i=1}^{12} f_i x_i$$

$$= \frac{1}{52} (3\times5 + 1\times6 + 3\times7 + 4\times8 + 7\times9 + 5\times10 + 8\times11 + 8\times12 + 3\times13 + 6\times14 + 3\times15 + 1\times16)$$

$$\bar{x} = \frac{555}{52} = 10,67$$

6/ La mediane est la valeur de la variable qui divise la population en deux parties égales :

on a : $F_x(11^-) = \frac{23}{52} < 0,5$

et $F_x(11^+) = \frac{31}{52} \geq 0,5$

donc la médiane est $m_e = 11$

7/ La variance de X est :

$$V(X) = \frac{1}{52} \sum_{i=1}^{12} n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

Après le calcul :

$$V(X) = 7,64$$

et l'écart-type σ est :

$$\sigma = \sqrt{V} = 2,76$$

Série 4 : Proba & Statistiques

Exercice 3 :

1/ * La moyenne du groupe A est :

$\overline{x}_A = \frac{1}{N_A} \sum_{i=1}^{4} n_i x_i = \frac{1}{6}(8\times2 + 9\times2 + 10\times1 + 11\times1)$

$= \frac{1}{6}(55)$

$\overline{x}_A = 9,2$

* La moyenne du groupe B est :

$\overline{x}_B = \frac{1}{8}(6\times2 + 8\times2 + 9\times2 + 13\times1 + 14\times1)$

$\overline{x}_B = 9,1$

* L'écart-type du groupe A :

$\sigma_A = \sqrt{V_A}$

$V_A = \frac{1}{N_A} \sum_{i=1}^{4} n_i x_i^2 - \overline{x}_A^2$

$= \frac{1}{6}(2\times8^2 + 2\times9^2 + 1\times10^2 + 1\times11^2) - (9,2)^2$

$= \frac{1}{6}(32 + 162 + 100 + 121) - (9,2)^2$

$V_A = 0,52$

$\sigma_A = \sqrt{0,52} = 0,72$

* L'écart type du groupe B :

$\sigma_B = \sqrt{V_B}$

et $V_B = \frac{1}{N_B} \sum_{i=1}^{5} n_i x_i^2 - \overline{x}_B^2$

$= \frac{1}{8}(2\times6^2 + 2\times8^2 + 2\times9^2 + 1\times13^2 + 1\times14^2) - (9,1)^2$

$V_B = 8,06$

et : $\sigma_B = \sqrt{8,06} = 2,83$

2/ On remarque que même les deux groupes ont des moyennes quasiment identiques, le groupe B est beaucoup plus dispersé que le groupe A, car $\sigma_B > \sigma_A$

Exercice 4 :

1/
* La population est les 100 tubes
* L'individu est le tube
* Le caractère est le diamètre
* Le type de variable est quantitatif contin

2/
* Par la méthode de Yule, on a :

$$P = 2,5 \times \sqrt[4]{N} = 2,5 \times (100)^{1/4}$$
$$= 2,5 \times \sqrt{10} = 7,9$$

donc : $p = 8$ est le nombre des classes.

* Par la méthode de sturge, on a :

$$P = 1 + 3,3 \times \log_{10}(N)$$
$$= 1 + 3,3 \times \log_{10}(100) = 7,6$$

donc $p = 8$ est le nombre des classes

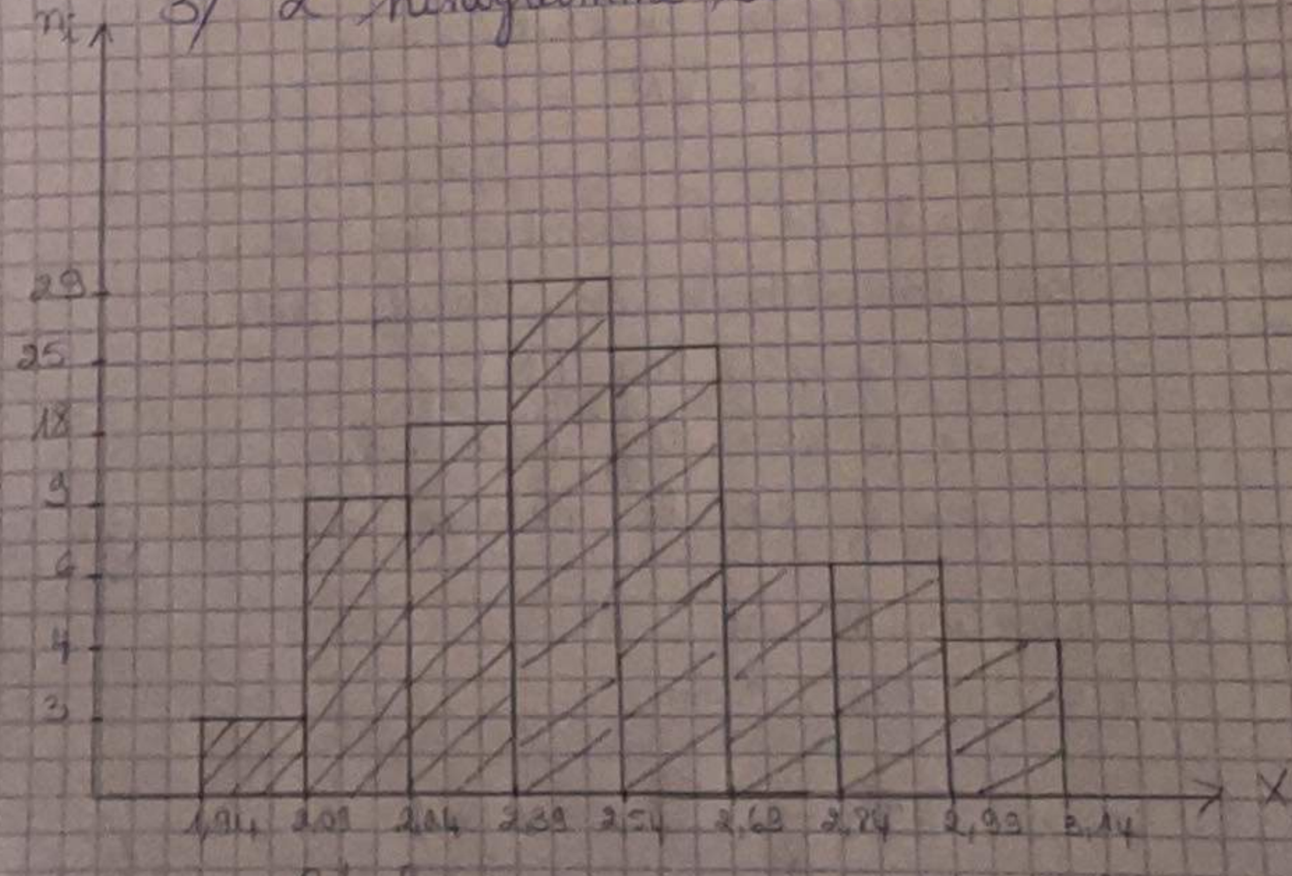
* L'amplitude est :

$$a = \frac{x_{max} - x_{min}}{p}$$

$$a = \frac{3,12 - 1,94}{8} \simeq \boxed{0,15}$$

X	n_i	f_i	N_i	F_i
[1,94 ; 2,09[	3	0,03	3	0,03
[2,09 ; 2,24[	9	0,09	12	0,12
[2,24 ; 2,39[	18	0,18	30	0,3
[2,39 ; 2,54[	29	0,29	59	0,59
[2,54 ; 2,69[	25	0,25	84	0,84
[2,69 ; 2,84[	6	0,06	90	0,9
[2,84 ; 2,99[	6	0,06	96	0,96
[2,99 ; 3,14[	4	0,04	100	1

3/ L'histogramme de cette variable :



L'histogramme des effectifs

4/ On a : $F(2,24) = 0,3$

et : $F(2,39) = 0,59$

0,3	0,5	0,59
2,24	m_e	2,39

$$\frac{0,59 - 0,3}{2,39 - 2,24} = \frac{0,5 - 0,3}{m_e - 2,24}$$

Ce qui implique que :

$$m_e = \frac{(2,39 - 2,24)(0,5 - 0,3)}{(0,59 - 0,3)} + 2,24$$

$$m_e = 2,34$$

5/

0,84	x	0,9
2,54	2,58	2,69

donc :

$$\tan \alpha = \frac{(0,9 - 0,84)}{2,69 - 2,54} = \frac{x - 0,84}{2,58 - 2,54}$$

$$x = 0,84 + (2,58 - 2,54) \times \frac{(0,9 - 0,84)}{2,69 - 2,54}$$

$$x = 0,85$$

Le pourcentage est 85%

Exercice 5 :

1/

X	n_i	c_i	N_i	f_i	F_i
[4, 6[	20	5	20	0,1	0,1
[6, 8[	40	7	60	0,2	0,3
[8, 10[	80	9	140	0,4	0,7
[10, 15[	30	12,5	170	0,15	0,85
[15, 20[	20	17,5	190	0,1	0,95
[20, 30[	10	25	200	0,05	1
Total	200				

2/ • La moyenne $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} n_i c_i$$

$$= \frac{1}{200} \left(20\times5 + 40\times7 + 80\times9 + 30\times12{,}5 + 20\times17{,}5 + 10\times25 \right)$$

$$\bar{x} = 10{,}34$$

* La classe modale est la classe qui à le plus grand effectif, donc :
la classe modale est [8, 10[

* Les quartiles :

$Q_1 = ??$

$F(4) = 0{,}1$ et $F(6) = 0{,}3$

0,1	0,25	0,3
4	Q_1	6

On a : $\frac{6-4}{0,3-0,1} = \frac{Q_1 - 4}{0,25-0,1}$

donc : $Q_1 = 4 + (0,25-0,1) \times \frac{6-4}{0,3-0,1}$

$Q_1 = 5,5$

* $Q_2 = m_e = ?$

On a : $F(6) = 0,3$ et $F(8) = 0,7$

0,3	0,5	0,7
6	Q_2	8

donc $\frac{8-6}{0,7-0,3} = \frac{Q_2 - 6}{0,5-0,3}$

Ce qui implique que :

$Q_2 = 6 + (0,5-0,3) \times \frac{8-6}{0,7-0,3}$

$Q_2 = 7$

* $Q_3 = ?$

On a : $F(8) = 0,7$ et $F(10) = 0,85$

8	Q_3	10
0,7	0,75	0,85

donc on a : $\frac{10-8}{0,85-0,7} = \frac{Q_3 - 8}{0,75-0,7}$

$Q_3 = 8,67$

3/ * L'etendue est :

Etendue $= x_{max} - x_{min} = 30 - 4 = 26$

* L'ecart-type :