Ecole nationale des sciences appliquées d'Al-Hoceima

TD1 de la mécanique des solides indéformables
AP2

Exercice 1 :

Soient les trois vecteurs $\vec{V_1} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$; $\vec{V_2} = \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{V_3} = \vec{i} - \vec{j}$ définis dans un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ et liés respectivement au points $A(0,1,2)$, $B(1,0,2)$, $C(1,2,0)$

1) Construire le torseur $[T]_O$ associé au système de vecteurs $\vec{V_1},\vec{V_2},\vec{V_3}$;
2) En déduire l'automoment ;
3) Calculer le pas du torseur ;
4) Déterminer l'axe central du torseur vectoriellement et analytiquement.

Exercice 2 :

Soit A un point de l'espace dans un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, avec $\vec{OA} = -\frac{21}{9}\vec{i} - \frac{4}{9}\vec{j} - \frac{12}{9}\vec{k}$ et un vecteur $\vec{V_1} = -3\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ dont l'axe passe par le point A .

Soit $[T_2]_0$ un torseur défini au point O par ses éléments de réduction $\vec{R_2}$ et $\vec{M_{20}}$ tel que :

$$[T_2]_0 = \begin{cases} \vec{R_2} = (\alpha-4)\vec{i} + \alpha\vec{j} + 3\alpha\vec{k} \\ \vec{M_{20}} = (2\alpha+9)\vec{j} + (-3\alpha - \frac{2}{3})\vec{k} \end{cases}$$

1) Déterminer les éléments de réduction du torseur $[T_1]_0$ dont la résultante est le vecteur $\vec{V_1}$;
2) Pour quelle valeur de α les deux torseurs sont égaux ;
3) En déduire le pas et l'axe central du torseur $[T_2]_0$ pour cette valeur de α.
4) Calculer le produit des deux torseurs pour $\alpha = 2$

Exercice 3 :

Soient deux torseurs $[T_1]_0$ et $[T_2]_0$ définis au même point O dans un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ par :

$$[T_1]_0 = \begin{cases} \vec{R_1} = 2\sin\alpha\,\vec{i} + 2\cos\alpha\,\vec{j} \\ \vec{M_{10}} = a\cos\alpha\,\vec{i} - a\sin\alpha\,\vec{j} \end{cases} \quad \text{et} \quad [T_2]_0 = \begin{cases} \vec{R_2} = 2\sin\alpha\,\vec{i} - 2\cos\alpha\,\vec{j} \\ \vec{M_{20}} = -a\cos\alpha\,\vec{i} - a\sin\alpha\,\vec{j} \end{cases}$$

1) Déterminer les pas des deux torseurs ;
2) Quelle est la nature des deux torseurs ;
3) Déterminer l'axe central du torseur $[T_2]_0$;
4) Déterminer l'invariant scalaire du torseur $[T_3]_0$ défini par : $[T_3]_0 = k_1[T_1]_0 + k_2[T_2]_0$ où k_1 et $k_2 \in IR$;
5) En déduire l'équation scalaire de la surface engendrée par l'axe central quand k_1 et k_2 varient ;
6) Calculer le produit des deux torseurs $[T_1]_0$ et $[T_2]_0$;