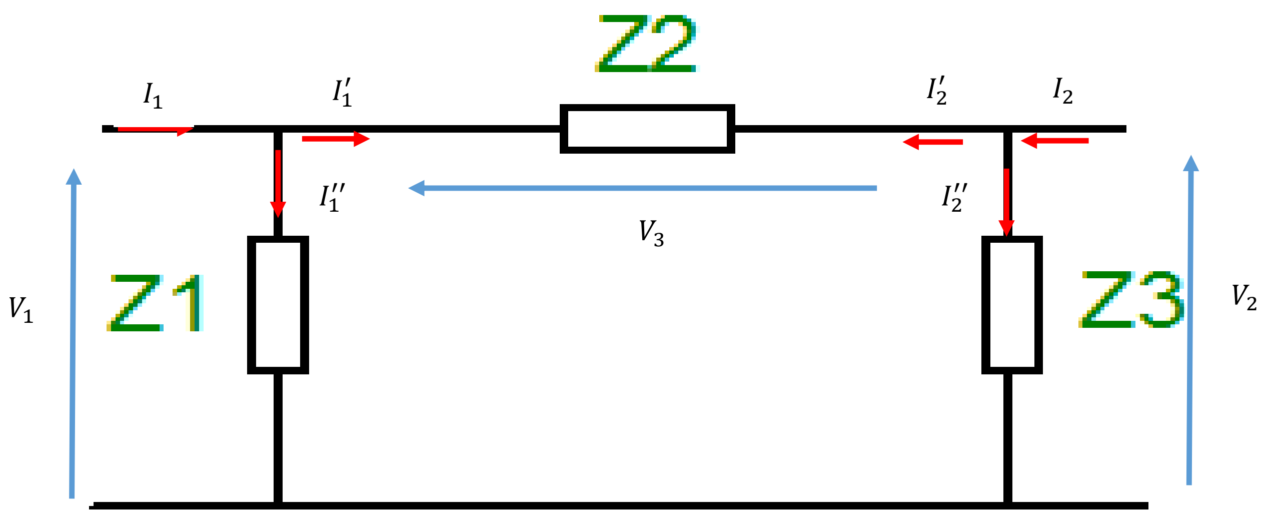
Centre Universitaire de Tissemsilt
Institut des Sciences et de la Technologie
Département Sciences et Technologies

2ère année, électronique
UEF1 : électronique fondamentale

La solution de la Fiche TD N°2 (quadripôles passifs)

Solution d'exercice 01 :

1- On flèche les courants et les tensions aux bornes de chaque impédance.



Première méthode :

1-a) paramètre impédance (matrice impédance) Z_{11}, Z_{12}, Z_{21} et Z_{22}

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

$V_1 - V_3 - V_2 = 0$ (1) …………loi des mailles

(1)$\Leftrightarrow$ $V_1 - Z_2I_1' - Z_3I_2'' = 0$

$\Leftrightarrow V_1 - Z_2I_1' - Z_3(I_2 - I_2') = 0 :\quad I_1' = -I_2'$

$\Leftrightarrow V_1 - Z_2I_1' - Z_3(I_2 + I_1') = 0$

$\Leftrightarrow V_1 - (Z_2 + Z_3)I_1' - Z_3I_2 = 0 : \left\{I_1' = I_1 - I_1'' = I_1 - \frac{V_1}{Z_1}\right\}$

$$\Leftrightarrow V_1 - (Z_2 + Z_3)\left(I_1 - \frac{V_1}{Z_1}\right) - Z_3I_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; V_1 = \left(\frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3}\right) I_1 + \left(\frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}\right) I_2$$

Donc $Z_{11} = \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3} = 76.36\boldsymbol{\Omega}$ et $Z_{12} = \frac{Z_1Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3} = 36.36\boldsymbol{\Omega}$

On utilise la même équation (1) pour trouver $Z_{21} et\ Z_{22}$

$V_1 - V_3 - V_2 = 0$ (1) …………loi des mailles

(1)$\Leftrightarrow \; Z_1 I_1'' - Z_2 I_1' - V_2 = 0 : I_1'' = I_1 - I_1'$

$\Leftrightarrow \; Z_1(I_1 - I_1') - Z_2 I_1' - V_2 = 0 \; I_1' = -I_2'$

$\Leftrightarrow \; Z_1 I_1 + (Z_2 + Z_1) I_2' - V_2 = 0$

: $\left\{ I_2' = I_2 - I_2'' = I_2 - \frac{V_2}{Z_3} \right\}$

$\Leftrightarrow \; Z_1 I_1 + (Z_2 + Z_1)(I_2 - \frac{V_2}{Z_3}) - V_2 = 0$

$$\Leftrightarrow \; Z_1 I_1 + (Z_2 + Z_1) I_2 - \left[1 + \frac{Z_2 + Z_1}{Z_3}\right] V_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \; Z_1 I_1 + (Z_2 + Z_1) I_2 - \left[\frac{Z_3 + Z_2 + Z_1}{Z_3}\right] V_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow V_2 = \left[\frac{Z_1 Z_3}{Z_3 + Z_2 + Z_1}\right] I_1 + \left[\frac{Z_3(Z_2 + Z_1)}{Z_3 + Z_2 + Z_1}\right] I_2$$

Donc $Z_{21} = \frac{Z_1Z_3}{Z_3+Z_2+Z_1} = 36.36\boldsymbol{\Omega}$ et $Z_{22} = \frac{Z_3(Z_2+Z_1)}{Z_3+Z_2+Z_1} = 69.67\boldsymbol{\Omega}$

1-b) paramètre admittance (matrice admittance) $Y_{11}, Y_{12}, Y_{21} et\ Y_{22}$

Nous avons :

$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$ et $\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases}$

On utilise la même équation (1)

$I_1 = I_1' + I_1''$ (2) …………loi des nœuds

(2)$\Leftrightarrow \; I_1 = \frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_3}{Z_2} : V_3 = V_1 - V_2$

$$\Leftrightarrow \; I_1 = \frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_1 - V_2}{Z_2}$$

$$I_1 = \left[\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right] V_1 - \left[\frac{1}{Z_2}\right] V_2$$

Donc $Y_{11} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = 17.43 \times 10^{-3} S$ et $Y_{12} = -\frac{1}{Z_2} = -9.09 \times 10^{-3} S$

$I_2 = I_2' + I_2''$ (3) ………..loi des nœuds

(3)$\Leftrightarrow$ $I_2 = \frac{V_2}{Z_3} - \frac{V_3}{Z_2} : V_3 = V_1 - V_2$

$$\Leftrightarrow \; I_2 = \frac{V_2}{Z_3} + \frac{V_2 - V_1}{Z_2}$$

$$I_2 = -\left[\frac{1}{Z_2}\right] V_1 + \left[\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right] V_2$$

Donc $Y_{21} = -\frac{1}{Z_2} = -9.09 \times 10^{-3} S$ et $Y_{22} = \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} = 19.09 \times 10^{-3} S$

1-c) paramètre transfert (matrice transfert) T_{11}, T_{12}, T_{21} et T_{22}

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} V_2 = T_{11}V_1 - T_{12}I_1 \\ I_2 = T_{21}V_1 - T_{22}I_1 \end{cases}$$

$V_1 - V_3 - V_2 = 0$ (1) ………..loi des mailles

(1)$\Leftrightarrow$ $V_2 = V_1 - V_3 = V_1 - Z_2 I_1'$

$\Leftrightarrow$ $V_2 = V_1 - Z_2(I_1 - I_1'') : I_1'' = \frac{V_1}{Z_1}$

$$\Leftrightarrow \; V_2 = V_1 - Z_2 I_1 + Z_2 \frac{V_1}{Z_1}$$

$\Leftrightarrow$ $V_2 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) V_1 - Z_2 I_1$………..(4)

Donc $T_{11} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} = 1.92$ et $T_{12} = Z_2 = 110\Omega$

On utilise l'équation (4) pour trouver les autres paramètres.

$V_2 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) V_1 - Z_2 I_1 : V_2 = Z_3 I_2'' = Z_3(I_2 - I_2') : I_2' = -I_1'$

Donc $V_2 = Z_3(I_2 + I_1') = Z_3 I_2 + Z_3 I_1' : I_1' = I_1 - I_1'' = I_1 - \frac{V_1}{Z_1}$

Donc $Z_3 I_2 + Z_3\left(I_1 - \frac{V_1}{Z_1}\right) = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) V_1 - Z_2 I_1$

Après la simplification on trouve :

$$I_2 = \left[\frac{1}{Z_3} + \frac{Z_2}{Z_1 Z_3} + \frac{1}{Z_1}\right] V_1 - \left[\frac{Z_2 + Z_3}{Z_3}\right] I_1$$

Donc $T_{21} = \frac{1}{Z_3} + \frac{Z_2}{Z_1 Z_3} + \frac{1}{Z_1} = 27.5 \times 10^{-3}\ S$ et $T_{22} = \frac{Z_2+Z_3}{Z_3} = 2.1$

1-d) paramètre hybride (matrice hybride) $H_{11}, H_{12}, H_{21} et\ H_{22}$

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} V_1 = H_{11} I_1 + H_{12} V_2 \\ I_2 = H_{21} I_1 + H_{22} V_2 \end{cases}$$

$V_1 - V_3 - V_2 = 0$ (1) …………loi des mailles

(1)$\Leftrightarrow V_1 = V_3 + V_2$

$\Leftrightarrow V_1 = Z_2 I_1' + V_2 = Z_2(I_1 - I_1'') + V_2 : I_1'' = \frac{V_1}{Z_1}$

$\Leftrightarrow V_1 = Z_2 I_1 - \frac{Z_2}{Z_1} V_1 + V_2$

Après la simplification on trouve :

$$V_1 = \left[\frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}\right] I_1 + \left[\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right] V_2 \quad \text{……..(5)}$$

Donc $H_{11} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2} = 57.39\boldsymbol{\Omega}$ et $H_{12} = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} = 521.74 \times 10^{-3}$

On utilise l'équation (1) et (5) pour trouver les autres paramètres.

$$V_1 = \left[\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}\right] I_1 + \left[\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\right] V_2$$

$V_1 - V_3 - V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = V_3 + V_2$

Par comparaison $V_3 + V_2 = \left[\frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}\right] I_1 + \left[\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right] V_2$ ……….(6)

On a $V_3 = -I_2' Z_2 = -(I_2 - I_2'') Z_2 = -I_2 Z_2 + \frac{Z_2}{Z_3} V_2$ on remplace cette valeur dans l'équation (6)

Donc $-I_2 Z_2 + \frac{Z_2}{Z_3} V_2 + V_2 = \left[\frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}\right] I_1 + \left[\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right] V_2$

Après la simplification on trouve :

Donc $H_{21} = -\frac{Z_1}{(Z_1+Z_2)} = -521.74 \times 10^{-3}$ et $H_{22} = \frac{(Z_1+Z_2+Z_3)}{Z_3(Z_1+Z_2)} = 14.35 \times 10^{-3} S$

Deuxième méthode : On confirme les résultats trouvés par une autre méthode

1-a) paramètre impédance (matrice impédance) $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21} et\ Z_{22}$

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

✓ $Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$: donc Z_2 et Z_3 sont en série et leur impédance équivalente est en parallèle avec Z_1. La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_1 = I_1 \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3} \Rightarrow Z_{11} = \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3}$

✓ $Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$: donc Z_1 et Z_2 sont en série et leur impédance équivalente est en parallèle avec Z_3 et $(I_1'' = I_2')$ La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_1 = I_2' Z_1$ et $I_2' = I_2 \frac{Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$ (diviseur de courant) : donc $V_1 = I_2 \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3} \Rightarrow Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$

✓ $Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$: donc Z_2 et Z_3 sont en série et leur impédance équivalente est en parallèle avec Z_1et $(I_2'' = I_1')$ La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_2 = I_1' Z_3$ et $I_1' = I_1 \frac{Z_2}{Z_1+Z_2+Z_3}$ (diviseur de courant) : donc $V_2 = I_1 \frac{Z_2 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3} \Rightarrow Z_{21} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$

✓ $Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$: donc Z_1 et Z_2 sont en série et leur impédance équivalente est en parallèle avec Z_3. La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_2 = I_2 \frac{Z_3(Z_1+Z_2)}{Z_1+Z_2+Z_3} \Rightarrow Z_{22} = \frac{Z_3(Z_1+Z_2)}{Z_1+Z_2+Z_3}$

donc : $Z_{11} = \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $Z_{12} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $Z_{12} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $Z_{22} = \frac{Z_3(Z_1+Z_2)}{Z_1+Z_2+Z_3}$

1-b) paramètre admittance (matrice admittance) Y_{11}, Y_{12}, Y_{21} *et* Y_{22}

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases}$$

✓ $Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$: la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$), alors: Z_1 et Z_2 sont en parallèle.
La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_1 = I_1 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2} \Rightarrow Y_{11} = \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2}$

✓ $Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$: la rentrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), alors le courant I_1 totalement traverse l'impédance Z_2 . La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_2 = -I_1 Z_2 \Rightarrow Y_{12} = -\frac{1}{Z_2}$

✓ $Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$: la rentrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), alors: Z_2 et Z_3 sont en parallèle.

La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_2 = I_2 \frac{Z_3 Z_2}{Z_3+Z_2} \Rightarrow Y_{22} = \frac{Z_3+Z_2}{Z_3 Z_2}$

✓ $Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$: la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$), alors: alors le courant I_2 totalement traverse l'impédance Z_2 . La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_1 = -I_2 Z_2 \Rightarrow Y_{21} = -\frac{1}{Z_2}$

donc : $Y_{11} = \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2}$, $Y_{12} = -\frac{1}{Z_2}$, $Y_{21} = -\frac{1}{Z_2}$, $Y_{22} = \frac{Z_3+Z_2}{Z_3 Z_2}$

1-c) paramètre transfert (matrice transfert) $T_{11}, T_{12}, T_{21} et\ T_{22}$

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} V_2 = T_{11}V_1 - T_{12}I_1 \\ I_2 = T_{21}V_1 - T_{22}I_1 \end{cases}$$

✓ $T_{11} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_1=0}$: donc Z_1 et Z_2 sont en série. $V_1 = V_2 \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} \Rightarrow T_{11} = \frac{Z_1+Z_2}{Z_1}$

✓ $T_{12} = -\left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{V_1=0}$: la rentrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), alors le courant I_1 totalement traverse l'impédance Z_2 . La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_2 = -I_1 Z_2 \Rightarrow T_{12} = Z_2$

✓ $T_{22} = -\left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_1=0}$: la rentrée est en court-circuit ($V_1 = 0$), alors le courant I_1 totalement traverse l'impédance Z_2 . $I_1 = -I_2 \frac{Z_3}{Z_3+Z_2}$ (diviseur de courant) donc $T_{22} = \frac{Z_3+Z_2}{Z_3}$

✓ $T_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{I_1=0}$: donc Z_1 et Z_2 sont en série et l'impédance équivalente en parallèle avec Z_3 et$(I_1'' = I_2')$: $I_1'' = I_2 \frac{Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$: $V_1 = I_2 \frac{Z_3 Z_1}{Z_1+Z_2+Z_3} \Rightarrow T_{21} = \frac{Z_1+Z_2+Z_3}{Z_3 Z_1}$

Donc : $T_{11} = \frac{Z_1+Z_2}{Z_1}$, $T_{12} = Z_2$, $T_{21} = \frac{Z_3 Z_1}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $T_{22} = \frac{Z_3+Z_2}{Z_3}$

1-d) paramètre hybride (matrice hybride) $H_{11}, H_{12}, H_{21} et\ H_{22}$

Nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ et } \begin{cases} V_1 = H_{11}I_1 + H_{12}V_2 \\ I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}V_2 \end{cases}$$

✓ $H_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}$: la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$), alors Z_1 et Z_2 sont en parallèle. La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_1 = I_1 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2} \Rightarrow H_{11} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}$

✓ $H_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$: donc Z_1 et Z_2 sont en série. $V_1 = V_2 \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} \Rightarrow H_{12} = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$

- ✓ $H_{21} = \frac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2=0}$: la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$), alors Z_1 et Z_2 sont en parallèle.

  $I_2 = -I_1 \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} \Rightarrow H_{21} = -\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$

- ✓ $H_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{I_1=0}$: donc Z_1 et Z_2 sont en série et leur impédance équivalente est en parallèle avec Z_3. La loi d'Ohm permet d'écrire: $V_2 = I_2 \frac{Z_3(Z_1+Z_2)}{Z_1+Z_2+Z_3} \Rightarrow H_{22} = \frac{Z_1+Z_2+Z_3}{Z_3(Z_1+Z_2)}$

donc : $H_{11} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}$, $H_{12} = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$, $H_{21} = -\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$, $H_{22} = \frac{Z_1+Z_2+Z_3}{Z_3(Z_1+Z_2)}$

2-a) L'impédance d'entrée Z_e

$Z_E = \frac{V_E}{I_E} = \frac{V_1}{I_1}$ vue à l'entrée quand la sortie est chargée par une impédance Z_c.

Pour calculer cette impédance on utilise la matrice impédance du quadripôle.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Donc $V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$ et $V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$ et on a $V_2 = -Z_c I_2$

$$I_2(Z_{22} + Z_c) = -Z_{21}I_1$$

$$I_2 = -Z_{21}I_1/(Z_{22} + Z_c)$$

donc $V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}(-\frac{Z_{21}I_1}{(Z_{22}+Z_c)})$

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_{11}I_1 + Z_{12}(-\frac{Z_{21}I_1}{(Z_{22} + Z_c)})}{I_1}$$

Donc : $Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{(Z_{22}+Z_c)}$

avec : $Z_{11} = \frac{Z_1(Z_2+Z_3)}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $Z_{12} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $Z_{21} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3}$, $Z_{22} = \frac{Z_3(Z_1+Z_2)}{Z_1+Z_2+Z_3}$

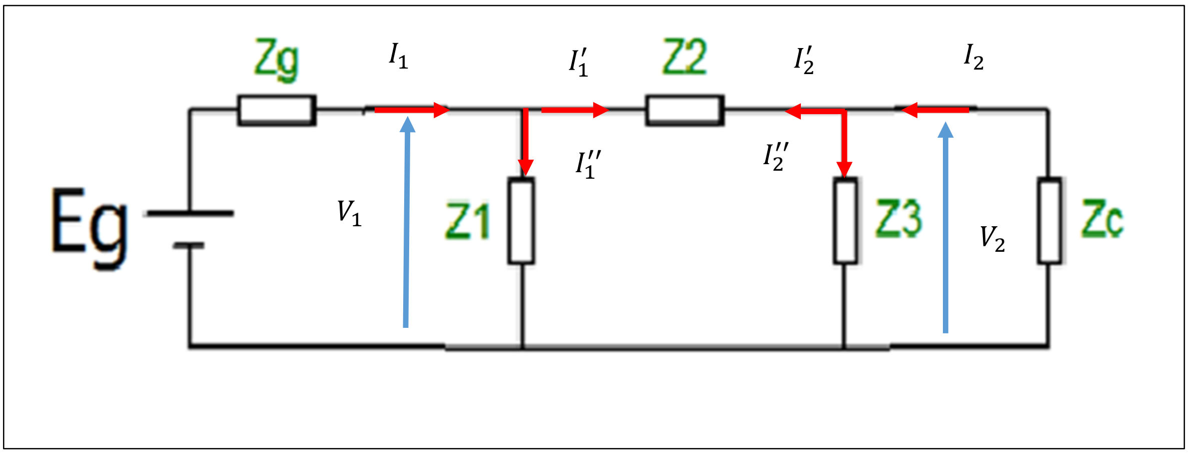
2-b) L'impédance de sortie Z_s

C'est l'impédance $Z_S = \frac{V_S}{I_S} = \frac{V_2}{I_2}$ vue à la sortie quand l'entrée est fermée par une impédance Z_g qui l'impédance du générateur.

Par un calcul analogue on trouve :

$$Z_S = Z_{22} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_g)}$$

2-c) les courants I_1 et I_2 et les tensions V_1 et V_2



Nous avons $\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 = E_g - I_1 Z_g \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 = -I_2 Z_c \end{cases}$ …. (A) on remplace les valeurs des impédances

$(A) \Rightarrow \begin{cases} 76.36I_1 + 36.36I_2 = 10 - 20I_1 \\ 36.36I_1 + 69.67I_2 = -20I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 96.36I_1 + 36.36I_2 = 10 \\ 36.36I_1 + 89.67I_2 = 0 \end{cases}$ (une équation a deux variables)

Par un simple calcul nous trouvons $I_1 = 122.77\ mA$ et $I_2 = -50.34\ mA$ le signe mois signifie que le sens du courant I_2 sortant n'est pas rentrant.

$$\begin{cases} V_1 = E_g - I_1 Z_g = 10 - 122.77 \times 10^{-3} \times 20 = 7.54\ V \\ V_2 = -I_2\, Z_c = -(-50.34 \times 10^{-3}) \times 20 = 1\ V \end{cases}$$

2-d) Les gains en tension A_V et A_{VG} et les gains en courant A_I et A_{IG}

$$A_V = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{7.54} = 0.133 \Rightarrow A_V(dB) = 20\log(0.133) = -17{,}52\ dB$$

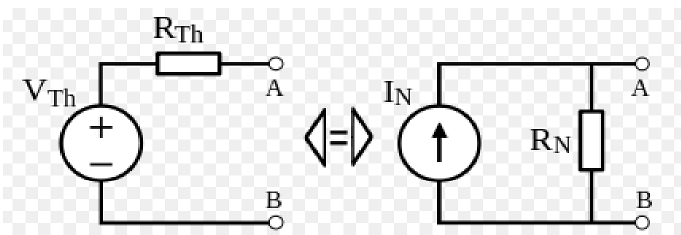
$$A_{VG} = \frac{V_2}{E_g} = \frac{1}{10} = 0.1 \Rightarrow A_{VG}(dB) = 20\log(0.1) = -20\ dB$$

$$A_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{50.34}{122.77} = 0.41 \Rightarrow A_i(dB) = 20\log(0.133) = -7{,}74\ dB$$

$$A_{IG} = \frac{I_2}{I_g}$$

Pour calculer I_g on utilise Conversion entre un circuit de Thévenin et de Norton :On passe directement d'un circuit de Thévenin à un circuit de Norton et inversement, à l'aide des formules suivantes:

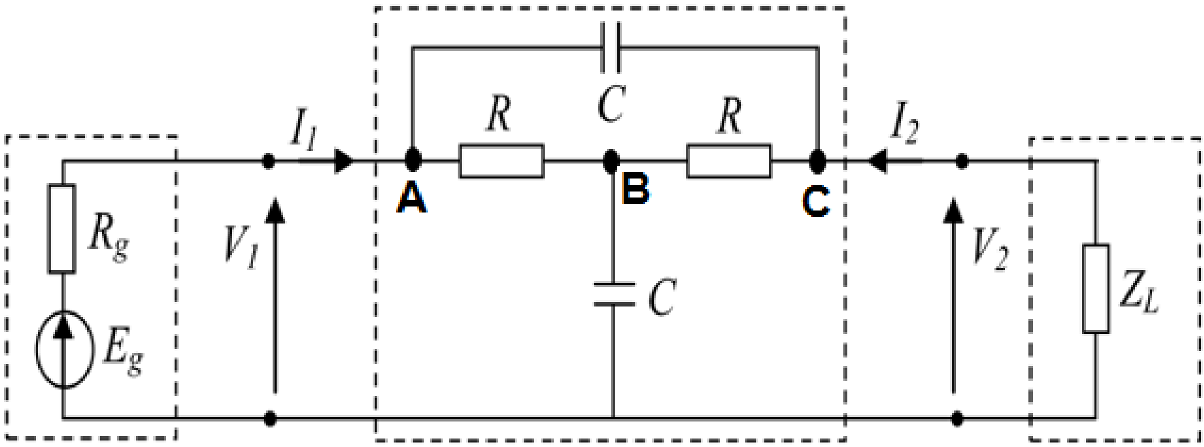
- De Thévenin à Norton;
  $R_N = R_{Th}, \quad I_N = V_{Th}/R_{Th}$
- De Norton à Thévenin;
  $R_{Th} = R_N, \quad V_{Th} = I_N R_N$



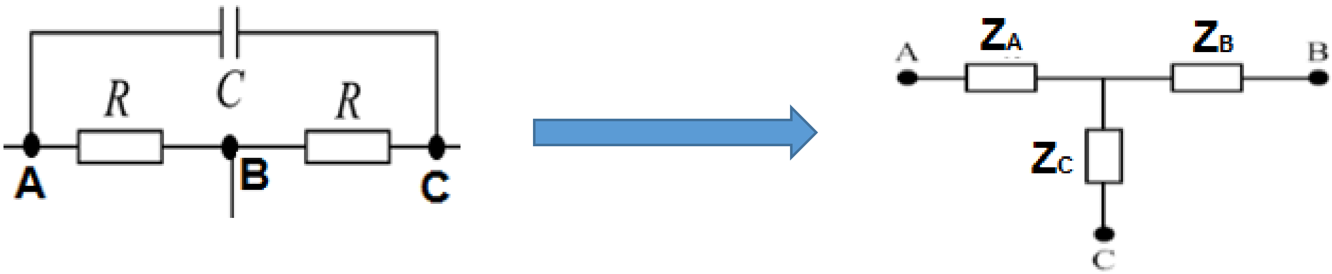
Donc $\quad I_g = \frac{E_g}{Z_g} = \frac{10}{20} = 500\ mA \ \Rightarrow A_{IG} = \frac{I_2}{I_g} = \frac{50.34}{500} = 0.1 \Rightarrow A_{IG}(dB) = 20\log(0.1) = -19{,}94\ dB$

Solution d’exercice 02 :

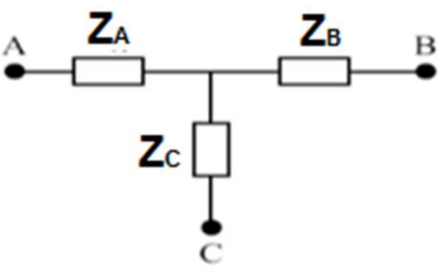
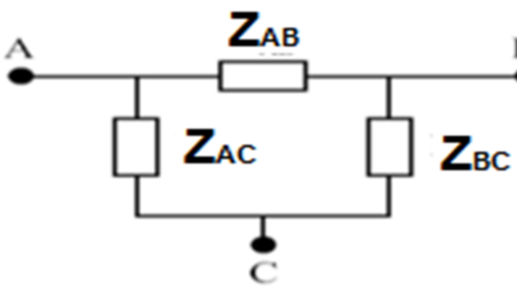
Avant de répondre sur les questions il faut faire une transformation sur le circuit en utilisant le théorème de Kennelly qui permet de passer d’un schéma en triangle (ou montage en P) à un schéma en étoile (ou montage en T) et réciproquement



Nous un schéma en triangle on va le transformer vers un schéma en étoile



Rappel Théorème de Kennelly (équivalence triangle-étoile) :

Montage en étoile (ou T)	Montage en triangle (ou P)
	

Équivalence triangle-étoile :

$$Z_A = \frac{\boldsymbol{Z_{AB}} \times \boldsymbol{Z_{AC}}}{\boldsymbol{Z_{AB}} + \boldsymbol{Z_{AC}} + \boldsymbol{Z_{BC}}} \qquad Z_B = \frac{\boldsymbol{Z_{AB}} \times \boldsymbol{Z_{BC}}}{\boldsymbol{Z_{AB}} + \boldsymbol{Z_{AC}} + \boldsymbol{Z_{BC}}} \qquad Z_C = \frac{\boldsymbol{Z_{BC}} \times \boldsymbol{Z_{AC}}}{\boldsymbol{Z_{AB}} + \boldsymbol{Z_{AC}} + \boldsymbol{Z_{BC}}}$$

Équivalence étoile-triangle :

$$\boldsymbol{Z_{AB}} = \frac{(\boldsymbol{Z_A} \times \boldsymbol{Z_B}) + (\boldsymbol{Z_A} \times \boldsymbol{Z_C}) + (\boldsymbol{Z_B} \times \boldsymbol{Z_C})}{\boldsymbol{Z_C}}$$

$$\boldsymbol{Z_{AC}} = \frac{(\boldsymbol{Z_A} \times \boldsymbol{Z_B}) + (\boldsymbol{Z_A} \times \boldsymbol{Z_C}) + (\boldsymbol{Z_B} \times \boldsymbol{Z_C})}{\boldsymbol{Z_B}}$$

$$\boldsymbol{Z_{BC}} = \frac{(\boldsymbol{Z_A} \times \boldsymbol{Z_B}) + (\boldsymbol{Z_A} \times \boldsymbol{Z_C}) + (\boldsymbol{Z_B} \times \boldsymbol{Z_C})}{\boldsymbol{Z_A}}$$

Dans notre cas en vas utiliser les formules d'Équivalence triangle-étoile :

Dans notre cas $Z_{AB} = R$ et $Z_{AC} = -j\frac{1}{Cw}$ et $Z_{BC} = R$

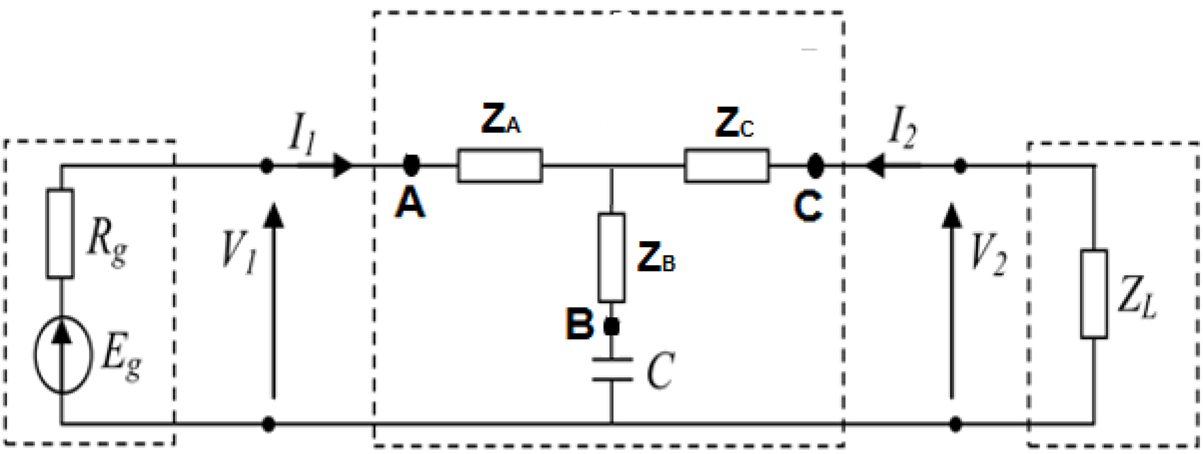
Maintenant en calcule Z_A et Z_B et Z_C

$$Z_A = \frac{R \times \left(-j\frac{1}{Cw}\right)}{R + R + \left(-j\frac{1}{Cw}\right)} = \frac{-j\frac{R}{Cw}}{2R - j\frac{1}{Cw}}$$

$$Z_B = \frac{R \times R}{R + R + \left(-j\frac{1}{Cw}\right)} = \frac{R^2}{2R - j\frac{1}{Cw}}$$

$$Z_C = \frac{\left(-j\frac{1}{Cw}\right) \times R}{R + R + \left(-j\frac{1}{Cw}\right)} = \frac{-j\frac{R}{Cw}}{2R - j\frac{1}{Cw}}$$

Le circuit devient



Avec la même méthode vue dans l'exercice 01 on répond aux questions .

Solution d'exercice 03 :

1) Analyser ce circuit de façon qualitative pour voir s'il fonctionne comme un filtre passe-bas ou filtre passe-haut**.**

On peut analyser ce circuit de façon qualitative pour voir s'il fonctionne comme un filtre passe-bas. En effet, à

$w \longrightarrow 0$ (Basses fréquences) $jwL \longrightarrow 0$ Court-circuit $V_0 = V_i$

$w \longrightarrow \propto$ (Hautes fréquences) $jwL \longrightarrow 0$ Court-circuit $V_0 = V_i$

de basses fréquences, l'inductance (dont l'impédance est jwL), agit comme un court-circuit. La tension de la source se rend donc à la résistance. à hautes fréquences, l'inductance agira comme un circuit ouvert, puisque son impédance sera très élevée. Il n'y a donc pas de signal qui se rend à la résistance. On voit bien que ce circuit est un filtre passe-bas : les signaux de basse fréquence se rendent à la sortie, tandis que ceux de hautes fréquences ne se rendent pas.

2) Calculer la fonction de transfert de ce filtre.

La fonction de transfert

$$H(jw) = \frac{V_0(jw)}{V_i(jw)} = \frac{R}{R + jLw} = \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + jw}$$

3) Trouver l'équation de la fréquence de coupure.

Fréquence de coupure

La fréquence de coupure pour des filtres réels est la fréquence à laquelle l'amplitude de sortie est à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de la valeur maximale :

$$|V_s(jw_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}|V_i|$$

Autrement dit $|H(jw_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$H(jw) = \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + jw} \quad \Rightarrow |H(jw_c)| = \frac{\frac{R}{L}}{\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + {w_c}^2}}$$

$$|H(jw_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \Rightarrow \frac{\frac{R}{L}}{\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + w_c{}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ \Rightarrow \quad w_c = \frac{R}{L}$$

4) Choisir des valeurs de R et L pour obtenir un filtre ayant une fréquence de coupure de 20 kHz.

$$f_c = 20kz \ \ \Rightarrow w_c = 2\pi \times 20.10^3 = 125663.7 \, rad.s^{-1}$$

Donc $\frac{R}{L} = 125663.7$ ex pour $L = 5mh \quad R = 628.3\ \Omega$