

Exercice 1

Soit X et Y deux variables statistiques qui sont dpendant; $\rho(X, Y)$ est le coefficient de corrélation qui mesure la liaison statistique (dépendance) entre X et Y .

1°) Donner l'expression de $\rho(X, Y)$.

Supposons qu'on a un échantillon de taille n , soit $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ les n réalisations de X et Y .

2°) Donner l'expression empirique de $\rho(X, Y)$.

3°) Le modèle linéaire de la régression simple est donné par : $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ où β_0 et β_1 sont deux paramètres à estimer. Le résidu ε est une variable aléatoire suit une loi normale donnée par : $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ et représente l'erreur du modèle linéaire sur l'échantillo. Pour $i = 1, 2, \dots, n$, le résidu est donné par la formule suivante : $\varepsilon_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i$ où Y_i et X_i sont deux variables aléatoires. Notons **l'erreur d'estimation** ou résidu observé par $e_i = y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i$.

Déterminer les expressions de β_0 et β_1 en fonction de $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ en minimisant la fonction suivante :

$$f(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

par rapport aux deux paramètres β_0 et β_1 .

Exercice 2

Les deux tableaux représentent les résultats de la régression linéaire simple d'une variable dépendante par rapport à une autre variable explicative. Les deux variables sont Prix de vente : *Prix V* et Prix à l'achat : *Prix A*.

Récapitulatif du modèle ^a							
Modèle	R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation			
1	,959 ^a	,919	,916	3,6273			

a. Valeurs prédites : (constantes), Prix_A
b. Variable dépendante : Prix_V

Coefficients ^a							
Modèle	Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés	t	Signification	Intervalle de confiance à 95% de B	
	B	Erreur standard	Bêta			Borne inférieure	Borne supérieure
1	(constante)	-43,615	7,668	-5,688	,000	-59,323	-27,908
	Prix_A	1,775	,100	,959	,000	1,571	1,979

a. Variable dépendante : Prix_V

Figure1: Tableaux récapitulatif et coefficients du modèle.

ANOVA ^a					
	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Signification
Régression	4206,671	1	4206,671	348,374	,000 ^a
Résidu	338,105	28	12,075		
Total	4544,775	29			

a. Valeurs prédites : (constantes), Prix_Achat
b. Variable dépendante : Prix_Vente

Figure2: Table de l'anova.

- 1°) Quel la variable à expliquer (dépendante) et la variables explicative pour notre cas.
- 2°) Quel sont les deux critères qui permet de confirmer l'application de la méthode.
- 3°) Quel est le critère qui mesure la qualité du modèle suivant le 1er tableau.
- 4°) Tirer les coefficients du modèle linéaire simple correspond l'exemple traité.
- 5°) Que représente le coefficient Bêta et donner la formule qui permet de le calculer.
- 6°) Que représente les intervalles de confiance.
- 7°) Calculer en utilisant le modèle le prix estimé de vente d'une maison dont la valeur l'achat est de 67K.